প্রতীকী ন্যাঙ্গ

# প্রতীকী ন্যায়

## ( Symbolic Logic )

ইন্দ্র কুমার রায়

পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ
( পশ্চিমবঙ্গ সরকারের একটি সংস্থা )

APRIL, 1977

Published by Shri Abani Mitra, Chief Executive Officer, West Bengal State Book Board, Arya Mansion (Eighth floor), 6/A, Raja Subodh Mullick Square, Cal-700013, under the Centrally Sponsored Scheme of production of books and literature in regional languages at the University level of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi and printed by Sr Doorga Prosad Mitra, at the Elm Press, 63, Beadon Street. Cal-700006,

# THE PLAN OF THE BOOK

The book deals with Propositional Logic, the first part of Symbolic Logic and the basis of other logistic systems, and develops it along the natural deduction method.

The first chapter introduces the concepts of argument, proposition, truth and validity, form, and then describes the characteristics of Logic as a science.

The second chapter deals with compound statements. It first introduces the concepts of connectives, propositional variables and truth-functions, and then discusses in detail the four main truth-functions, the conjunctive, the alternative, the negative and the implicative. It also explains the truth-table technique, the scope of connectives, and the use of parentheses.

The third chapter discusses in greater detail the forms of compound propositions, tautologous, contradictory and contingent propositions, equivalence, material and logical, tautologous implications, the forms of arguments, validity, the concept of argument-proposition, Rules of Inference, and the shorter truth-table technique.

The fourth chapter discusses in detail the concept of natural deduction, construction of formal proof of validity along the lines of natural deduction methods, the Rule of Conditional proof, the Rule of Indirect proof, and the determination of consistency among premises.

An additional chapter on Quantification and Rules of inference has been added to cover the syllabus of most of the universities.

A large number of excercises in symbolizing and in appraising the validity of arguments has been added.

The notations and symbols used in English text-books have been retained as is done in Bengali books on mathematics and science to help students and general readers to pass on without difficulty to English books for further studies. Technical English words have been mentioned, but never without a Bengali equivalent, and the text is wholly written in Bengali.

# ভূমিকা

ভারতীয় ভাষার মাধ্যমে বিশ্ববিদ্যালয় পর্যায় পর্যন্ত শিক্ষাদানের প্রশংসনীয় নীতি অনুসারে প্রতীকী ন্যায় (Symbolic Logic) বিষয়ে এই বইখানি লেখা হল। গণিতের মত নব্যন্যায়ও আজকাল বিশিষ্ট সাধনকৌশল অধিগত করেছে, এবং প্রতীকের ব্যবহার এই যুগান্তকারী পরিবর্তন আনয়ন করতে সমর্থ হয়েছে। প্রতীক যাতে কণ্টকের মত মনে না হয়, সেইজন্য প্রথম দুটি অধ্যায়ে প্রতীক উপস্থাপনের দীর্ঘ ভূমিকা করা হয়েছে। আশা করি, এর ফলে সাধারণ ভাষা থেকে প্রতীক ব্যবহারে পরিবৃত্তি সহজ ও স্বাভাবিক হবে।

পরিভাষা যাতে অযথা জটিল ও দুরূহ না হয় সেই দিকে বিশেষ দৃষ্টি রাখা হয়েছে। যাঁরা বাংলায় দর্শন ও ন্যায়ের উপর গ্রন্থপ্রবন্ধাদি রচনা করে চলেছেন, তাঁদের সকলের লেখা থেকেই পরিভাষা রচনায় সাহায্য পেয়েছি। এঁদের সকলের কাছে আমার ঋণ কৃতজ্ঞতার সহিত স্বীকার করছি। পরিভাষার একটি নির্ঘণ্ট বইয়ের শেষে যোগ করে দেওয়া হয়েছে। প্রতীকী ন্যায়ের পরিভাষা সম্পর্কে শেষ কথা বলার দুঃসাহস নেই। শুধু এইটুকু বলতে পারি, সুধীজনের বিচারার্থে এই পরিভাষা উপস্থাপিত করা হল।

বইটি সাধারণ পাঠক ও বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্র উভয়েরই উপযোগী-ভাবে লেখা হয়েছে। এতে বিধিমূলক বাচনিক ন্যায়ের পূর্ণাঙ্গ আলোচনা করা হয়েছে, এবং বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্রদের সুবিধার্থে স্নাতকোত্তর শ্রেণীর পাঠ্যক্রমের অন্তর্গত বচনাপেক্ষক, মাণক ও মাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক সহযোগে গঠিত ন্যায়ের প্রমাণপদ্ধতি ও অবৈধতানির্ণয়ের প্রণালীও ব্যাখ্যাত হয়েছে। গণিতের মত ন্যায়েও দক্ষতা অর্জন অভ্যাসসাপেক্ষ। সেইজন্য গ্রন্থের শেষে দীর্ঘ অনুশীলনী ও অনেকগুলি প্রশ্নের সমাধানও দেওয়া হয়েছে।

বইটির রচনায় যাঁরা আমাকে অনুপ্রেরণা যুগিয়েছেন ও সাহায্য করেছেন, তাঁদের মধ্যে স্বর্গতঃ ডঃ প্রীতিভূষণ চট্টোপাধ্যায়, কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের দর্শনশাস্ত্রের আচার্য ব্রজেন্দ্রনাথ শীল অধ্যাপক এবং

অধ্যাপক শ্রীঅমিয় কুমার মজুমদার, সদস্য, পশ্চিম বঙ্গ লোকসেবা আয়োগ, মহাশয়ের নাম বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদের চীফ্ এগ্‌জিকিউটিভ অফিসার শ্রীঅবনী মিত্র বইটির প্রকাশন ও সুমুদ্রণের ব্যবস্থা করেছেন। এঁদের সকলের কাছে আমার আন্তরিক কৃতজ্ঞতা জ্ঞাপন করছি।

গ্রন্থকার

# সূচীপত্র

1 অবতরণিকা

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.1 | ন্যায় | .. .. | 1 |
| 1.2 | বচন | .. .. | 3 |
| 1.3 | সত্যতা ও বৈধতা | .. .. | 5 |
| 1.4 | আকার | .. .. | 9 |
| 1.5 | ন্যায়শাস্ত্র একটি বিমূর্ত বিজ্ঞান | .. .. | 13 |
| 1.6 | ন্যায়শাস্ত্রের সংজ্ঞা | .. .. | 18 |
| 1·7 | ন্যায় ও মনোবিদ্যা | .. .. | 21 |
| 1.8 | প্রতীকী ন্যায় | .. .. | 22 |
| 1.9 | বাচনিক ন্যায় | .. .. | 26 |

2 যৌগিক বচন

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2.1 | সরল ও যৌগিক বচন | .. .. | 28 |
| 2.2 | সংযোজক | .. .. | 29 |
| 2.3 | গ্রাহক প্রতীক বর্ণ | .. .. | 32 |
| 1.4 | সংযৌগিক অপেক্ষক | .. .. | 33 |
| 2.5 | সত্যসারণী | .. .. | 37 |
| 2.6 | বৈকল্পিক অপেক্ষক | .. .. | 40 |
| 2.7 | নিষেধক অপেক্ষক | .. .. | 45 |
| 2.8 | বন্ধনী ও সংযোজকের পরিধি বা প্রভাব | .. | 47 |
| 2.9 | প্রাকল্পিক অপেক্ষক | .. .. | 51 |
| 2.10 | মন্তব্য | .. .. | 61 |

3 বচনাকার ও ন্যায়াকার

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3.1 | বচনাকার | .. .. | 62 |
| 3.2 | স্বতঃসত্য, স্বতোমিথ্যা ও অনির্দিষ্টমান বচন | .. | 64 |
| 3.3 | জটিলতর সূত্রের মান নির্ণয় | .. .. | 68 |
| 3.4 | সমমান বচন | .. .. | 71 |

00·8


3.5 ন্যায়াকার .. .. 76
3.6 বৈধতা .. .. 78
3.7 "∴", "⊃", ন্যায়বচন ও স্বতঃসত্য প্রকল্পন .. 84
3.8 কয়েকটি অনুমানবিধি .. .. 87
3.9 সংক্ষিপ্ত সত্যসারণী কৌশল .. .. 89
3.10 বাস্তব প্রকল্পনের কূটাভাস .. .. 95

4 অবরোহণ বা প্রমাণ-পদ্ধতি

4.1 স্বাভাবিক অবরোহণ .. .. 97
4.2 প্রাকল্পিক প্রমাণবিধি .. .. 110
4.3 তর্ক বা পরোক্ষ প্রমাণ-পদ্ধতি .. .. 113
4.4 স্বতঃসত্য বচনের প্রমাণ .. .. 117
4·5 প্রাকল্পিক প্রমাণবিধির নবরূপ .. .. 117
4.6 অবৈধতা প্রমাণ .. .. 122

5 মাণক ও মাণক-নিয়ামক অনুমানবিধি

5.1 মাধ্যমানুমান ও বিধেয় ন্যায় .. .. 126
5.2 বিশিষ্ট বচনের প্রতীকীকরণ .. .. 128
5.3 ব্যক্তিনামগ্রাহক প্রতীকবর্ণ ও বচনাপেক্ষক .. 131
5.4 মাণক .. .. 134
5.5 মাণকদ্বয়ের পরস্পর সম্পর্ক .. .. 136
5.6 প্রাচীন ন্যায়ের চার প্রকার বচন .. .. 142
5.7 A, E, I, O বচনের বিশ্লেষণ .. .. 146
5.8 জটিলতর সামান্য বচন .. .. 153
5.9 মাণক-নিয়ামক অনুমানবিধি ও প্রমাণগঠন .. 154
5.10 অবৈধতা প্রমাণ .. .. 165
অনুশীলনী .. .. 170
কয়েকটি নির্বাচিত প্রশ্নের সমাধান .. .. 202
গ্রন্থপঞ্জী .. .. 245
পরিভাষা .. .. 247
অনুক্রমণী .. .. 251
শুদ্ধিপত্র .. .. 255

প্রতীকী ন্যায়

# প্রথম অধ্যায়

## অবতরণিকা

### 1.1 ন্যায়

আকাশে বিশেষ ধরণের মেঘ দেখলে আমরা বৃষ্টি হবে বলে অনুমান করি। নদীতে জলস্ফীতি দেখলে বৃষ্টি হয়েছে বলে অনুমান করি। কোন লোকের ক্যান্সার হয়েছে শুনলে অনুমান করি, সে আর বাঁচবে না। কেউ যদি প্রশ্ন করেন, কেন আপনি মনে করছেন, বৃষ্টি হবে বা হয়েছে, বা লোকটি বাঁচবে না, তবে আমরা যুক্তি দিই, এই ধরণের মেঘে সাধারণতঃ বৃষ্টি হয়, বৃষ্টি না হলে নদীতে জল বাড়ে না, ক্যান্সার হলে মানুষ প্রায়ই বাঁচে না।

সুতরাং বলা যেতে পারে, অনুমানের দুটি অবয়ব, যুক্তি ও সিদ্ধান্ত। সিদ্ধান্তটি যুক্তি-নির্ভর, অর্থাৎ যুক্তির উপর ভিত্তি করে আমরা সিদ্ধান্তে পৌঁছাই। দৈনন্দিন জীবনেও আমরা সব সময়ই অনুমান করে থাকি, কিন্তু যুক্ত্যবয়বটি পূর্ণভাবে প্রকাশ করি না, যতক্ষণ না কেউ আমাদের সিদ্ধান্তে সন্দেহ বা আপত্তি করছেন। যুক্ত্যবয়ব ও সিদ্ধান্তাবয়ব পূর্ণভাবে প্রকাশ করলে অনুমানগুলো দাঁড়াবে,

এই ধরণের মেঘে বৃষ্টি হয়,
এই ধরণের মেঘ দেখা যাচ্ছে,
―――――――――――――
∴ বৃষ্টি হবে।

বৃষ্টি হলে নদীতে জলস্ফীতি হয়,
নদীতে জলস্ফীতি হয়েছে,
―――――――――――――
∴ বৃষ্টি হয়েছে।

ক্যান্সার হলে লোক প্রায়ই বাঁচে না,
এই লোকটির ক্যান্সার হয়েছে,
―――――――――――――
∴ এই লোকটি বাঁচবে না।

"অনুমান" শব্দটি দুই অর্থে ব্যবহার করা হয়ে থাকে, মনের অনুমান-ক্রিয়া ও বচন-সমষ্টিতে তার প্রকাশ। বচনে প্রকাশ না করেও মনে অনুমান-ক্রিয়া চলতে পারে। আমরা মনের ক্রিয়াটি বোঝাতে "অনুমান" শব্দটি ব্যবহার করব, এবং যে বচন-সমষ্টি দ্বারা অনুমান-ক্রিয়াটি প্রকাশ করা হয়, তাকে "ন্যায়" বলব। "ন্যায়" শব্দটির আরেকটি সঙ্কীর্ণতর অর্থ আছে, সেই অর্থে কেবল মাধ্যমানুমানকেই ন্যায় বলা হয়। আমরা "ন্যায়" শব্দটিকে ব্যাপকতর অর্থেই ব্যবহার করব। প্রত্যেকটি অনুমানের প্রতিষঙ্গী একটি ন্যায় আছে।[1]

এবার আমরা ন্যায়ের একটি সংজ্ঞা দিতে পারি। ন্যায় এমন এক-প্রকার বচন সমষ্টি, যাতে একটি অপরগুলো থেকে সিদ্ধান্ত হিসাবে নিঃসৃত হয়, অথবা যাতে অপর বচনগুলোকে সিদ্ধান্তটির ভিত্তি বা তার পক্ষে যুক্তি বা প্রমাণ বলে দাবী করা হয়। নীয়তে অনেন ইতি ন্যায়ঃ। যার দ্বারা মন সিদ্ধান্তে নীত হয়, তাই ন্যায়। ন্যায়ের যুক্ত্যবয়বে বচন সংখ্যা এক বা একাধিক হতে পারে। নিম্নলিখিত ন্যায়গুলো দেখুন :

(1) সব মানুষ ( হয় ) নশ্বর,

∴ কোন মানুষ নয় অমর।

(2) সব বর্গক্ষেত্র ( হয় ) আয়তক্ষেত্র,
সব আয়তক্ষেত্র ( হয় ) সামান্তরিক,

∴ সব বর্গক্ষেত্র ( হয় ) সামান্তরিক।

(3) সব স্থিরমস্তিষ্ক ব্যক্তি ( হয় ) ন্যায়নিপুণ,
কোন অস্থির মস্তিষ্ক ব্যক্তি নয় জুরি হবার যোগ্য,
তোমার কোন ছেলেই নয় ন্যায়নিপুণ,

∴ তোমার কোন ছেলেই নয় জুরি হবার যোগ্য।[2]

(4) ক খ-এর ছোট ভাই,

∴ খ ক-এর বড় ভাই বা বোন।

(5) বৃষ্টি হচ্ছে

∴ বৃষ্টি হচ্ছে বা রোদ উঠেছে।

---

1 "ন্যায়" অর্থেও "অনুমান" শব্দের ব্যবহার প্রচলিত আছে।

2 Lewis Caroll-এর Symbolic Logic থেকে গৃহীত।

## 1.2 বচন

ন্যায়কে আমরা একপ্রকার বচন সমষ্টি বলেছি। প্রশ্ন হতে পারে, ন্যায়ের অবয়ব হিসেবে আমরা যা ব্যবহার করি তা তো বাক্য, বচন কি ? বাক্য ও বচনের মধ্যে কোন পার্থক্য তো দেখা যায় না। নীচের তিনটি বাক্য ধরুন :

> বৃষ্টি হচ্ছে।
> **It is raining.**
> **Es regnet.**

বাক্য তিনটির লিখিত বা কথিত রূপ ভিন্ন। বাক্য তিনটি, কিন্তু বক্তব্য[1] বা উক্তি তিনটি নয়, একটি মাত্র। প্রথমটি বাংলা, দ্বিতীয়টি ইংরেজী, তৃতীয়টি জার্মান বাক্য। কিন্তু এদের মাধ্যমে আমরা যা বলতে চাইছি তা এক ও অভিন্ন। বাক্য কোন না কোন ভাষার অন্তর্গত, কিন্তু বক্তব্য কোন ভাষার অন্তর্গত নয়। এই বক্তব্য বা উক্তিটিকেই আমরা বচন বলছি। বাক্য ও বচন যে এক নয় তার পক্ষে আরও যুক্তি আছে। উপরের প্রথম ও তৃতীয় বাক্যটি দুটি শব্দের দ্বারা গঠিত, দ্বিতীয়টি তিনটি শব্দের দ্বারা গঠিত। শব্দগুলো বিভিন্ন অক্ষর দ্বারা রচিত। বাক্য ও বচন এক হলে বলতে হয়, ওখানে তিনটি বচন রয়েছে, কিন্তু বচন একটিই। বাক্য আসলে রেখা বা ধ্বনি-পরম্পরা মাত্র, সেইজন্যই উপরে বাক্য তিনটি, কারণ প্রত্যেকটির লিখিত রূপের রেখা-পরম্পরা বা কথিত রূপের ধ্বনি-পরম্পরা ভিন্ন। দ্বিতীয় বাক্যটি তৃতীয় বাক্য থেকে দীর্ঘতর, দ্বিতীয় বাক্যটির বক্তব্য তৃতীয় বাক্যটির বক্তব্য থেকে দীর্ঘতর বলার কোন অর্থই হয় না।

কিন্তু সব বাক্যই উক্তি নয়। ব্যাকরণে বাক্যকে সাধারণতঃ বিবৃতি-সূচক, অনুজ্ঞাসূচক, প্রশ্নসূচক, বিস্ময়সূচক, ইচ্ছাসূচক এই পাঁচটি ভাগে ভাগ করা হয়। এর মধ্যে কেবলমাত্র প্রথম প্রকারের বাক্যই উক্তি প্রকাশ করে, অন্য প্রকারের বাক্যগুলো উক্তি প্রকাশ করে না, অনুজ্ঞা, প্রশ্ন, বিস্ময় বা ইচ্ছা প্রকাশ করে। বিবৃতিসূচক বাক্যের উক্তি বা বক্তব্যই বচন।

---

1 এখানে বক্তব্য বা উক্তি ও বচনের (Statement ও proposition) মধ্যে কোন পার্থক্য করা হবে না। দুটির মধ্যে কোন পার্থক্য থাকলে তা অধিন্যায়ের আলোচ্য।

আর কত দূরে নিয়ে যাবে মোরে হে সুন্দরী ?

বা

বল কোন পার ভিড়িবে তোমার সোনার তরী,

বাক্যগুলো উক্তি বা বচন নয়, প্রশ্ন ।

একলা ঘরে গিন্নী হব,
চাবিকাঠি ঝুলিয়ে নাইতে যাব,

বাক্যগুলো বিবৃতিসূচক নয়, শাশুড়ী ননদহীন নিরঙ্কুশ ঘর সংসারের কর্তৃত্ব-ইচ্ছাসূচক ।

একলা ঘরের গিন্নী হলি নাকি মা ।
নিঃশ্বাসকে বিশ্বাস নেই নড়ছে দুটি পা ।

প্রথম বাক্যটি প্রশ্নসূচক, দ্বিতীয়টি শাশুড়ীর মৃত্যুতে বিলম্বে খেদ প্রকাশ । কিন্তু,

হু হু করে বায়ু ফেলিছে সতত দীর্ঘশ্বাস ।

বা

অন্ধ আবেগে করে গর্জন জলোচ্ছ্বাস ।

বাক্যগুলো অলংকারযুক্ত হলেও উক্তি বা বচনসূচক । বচন সত্য বা মিথ্যা হতে পারে, কিন্তু অনুজ্ঞা, প্রশ্ন, বিস্ময় বা ইচ্ছাকে সত্য বা মিথ্যা বলা চলে না ।

কোন কোন নৈয়ায়িক বলেন, বচন বিবৃতিসূচক বাক্যের অর্থ । উপরের তিনটি বাক্যের একই অর্থ, এবং এই অর্থটিই বচন । কিন্তু কোন বাক্যের অর্থকে সত্য বা মিথ্যা বলা শব্দের অপপ্রয়োগ । বাক্যের অর্থ সত্য বা মিথ্যা নয়, বাক্যের বক্তব্যই সত্য বা মিথ্যা হতে পারে । বিবৃতিসূচক বাক্য ব্যবহার করে আমরা যা বলতে চাই তাই সত্য বা মিথ্যা । মনে করুন, একটা বই দেখিয়ে আমি বললাম, বইটা আমার, আপনিও বললেন, বইটা আমার । দুজনে একই বাক্য ব্যবহার করছি, বাক্য দুটির অর্থও এক । বলা যেতে পারে, "যে বস্তু দেখিয়ে বক্তা বাক্যটি বলছেন সেটি বক্তার ।" কিন্তু দুজনের বক্তব্য ভিন্ন, প্রায় সব-ক্ষেত্রেই একজনের বক্তব্য সত্য হবে, আর একজনের বক্তব্য মিথ্যা হবে । অর্থ ও বক্তব্য বা বচন যদি এক হতো, তবে এমন হতে পারত না । সুতরাং বচন বাক্যের বক্তব্য, অর্থ নয় ।

বাক্যকে সত্য বা মিথ্যা বলা চলে কি? সাধারণত প্রচলিত বাক্‌রীতিতে বাক্যকেও সত্য বা মিথ্যা বলা হয়। কিন্তু মনে করুন, আপনি উপরের "বৃষ্টি হচ্ছে" বাক্যটি পড়লেন। বাক্যটি সত্য বা মিথ্যা? আপনি কি বাক্যটি পড়বার সময় জানালা দিয়ে বাইরে তাকিয়ে দেখলেন, বৃষ্টি হচ্ছে কিনা, এবং তারপর বাক্যটির সত্যাসত্য নির্ধারণ করলেন? আসলে এই বাক্যটি সত্যও নয়, মিথ্যাও নয়, লেখার সময় আবহাওয়ার অবস্থাসূচক কোন উক্তি নয়, বাক্যের একটি দৃষ্টান্ত হিসেবে ব্যবহৃত হয়েছে মাত্র। বাক্যটি কেবল তখনই একটি বচন প্রকাশ করবে যখন কেউ এটিকে বিবৃতিসূচকরূপে বলে বা লিখে ব্যবহার করবেন। সুতরাং বলা যেতে পারে, বাক্যের মধ্যে বচন-সম্ভাবনা রয়েছে, কিন্তু যতক্ষণ বাক্যটি ঘোষিত না হচ্ছে, ততক্ষণ সে কোন বচন প্রকাশ করে না। বাক্যটি ঘোষিত হলে তার বক্তব্য বা বচন সত্য বা মিথ্যা হতে পারে, বাক্য সরাসরিভাবে সত্য বা মিথ্যা কিছুই নয়। প্রচলিত বাক্‌রীতিতে বাক্যকে যখন আমরা সত্য বা মিথ্যা বলি, তখন "সত্য" বা "মিথ্যা" বিশেষণ লক্ষ্যার্থে প্রয়োগ করি। যখন বলি, অমুক বাক্যটি সত্য বা মিথ্যা, তখন বোঝাতে চাই, অমুক বাক্য দ্বারা ঘোষিত বচনটি সত্য বা মিথ্যা।

একমাত্র বচনই ন্যায়ে যুক্তি বা সিদ্ধান্ত হিসেবে ব্যবহৃত হতে পারে। ন্যায়ে বাক্য থেকে বাক্য নিঃসৃত হয় না, বচন থেকে বচন নিঃসৃত হয়। বচনরূপে ছাড়া অন্যভাবেও বাক্যের ব্যবহার হতে পারে, কিন্তু বাক্যের ঐ ধরণের ব্যবহার ন্যায়ে বিবেচ্য নয়। অবশ্য বচনের দৃষ্টান্ত দিতে গেলে বাক্যই ব্যবহার করতে হয়, তাই বাক্য ও বচনের মধ্যে বিভ্রান্তি হয়, পার্থক্যটি ধরা পড়ে না। কিন্তু আসলে বাক্য বচনের প্রতীকী রূপ। বাক্য বিশেষ ভাষার দৃশ্যপ্রতীক (অক্ষর বা রেখা) বা ধ্বনিপ্রতীক সমন্বয়ে গঠিত, বচন ঐ প্রতীকের দ্বারা প্রকাশিত উক্তি। বাক্য দৃশ্য বা শ্রবণীয়, বচন বোদ্ধব্য, প্রত্যয়বিশেষ।

## 1.3 সত্যতা ও বৈধতা

বচন সত্য বা মিথ্যা হতে পারে, কিন্তু একসঙ্গে উভয়ই হতে পারে না, কারণ তা হলে স্ববিরোধ হবে, এবং বচনটি ন্যায়ে যুক্তি বা সিদ্ধান্ত হিসেবে ব্যবহারের অযোগ্য হয়ে দাঁড়াবে। বচনের সত্যতা বা মিথ্যাত্ব অভিজ্ঞতা নিরপেক্ষভাবে বা অভিজ্ঞতাসাপেক্ষভাবে নিরূপিত হতে পারে।

বৃষ্টি হচ্ছে বা বৃষ্টি হচ্ছে না,

বচনটি অভিজ্ঞতা নিরপেক্ষভাবে সত্য। এর সত্যতা নিরূপণের জন্য বাইরে তাকাবার দরকার নেই, বচনটি বিশ্লেষণ করলেই দেখা যাবে, এটি দুটি সরল বচনের একটি যৌগিক বৈকল্পিক বচন, যার একটি বিকল্প অপরটির নিষেধ, যার ফলে যৌগিক বচনটি সত্য হতে বাধ্য। কিন্তু,

কোলকাতা থেকে রেলে দিল্লীর দূরত্ব 1445 কি.মি.

বচনটির সত্যতা নিরূপণ অভিজ্ঞতাসাপেক্ষ। বচনটি বিশ্লেষণ করলেই এটি যে সত্য তা বোঝা যাবে না। তার জন্য কোলকাতা থেকে দিল্লীর দূরত্ব মাপতে হবে। প্রথম প্রকারের সত্যতাকে আকারগত সত্যতা বা স্বতঃসত্যতা, দ্বিতীয় প্রকারের সত্যতাকে ব্যবহারিক সত্যতা বলা হয়।

যদি বলা হয়,

বৃষ্টি হচ্ছে এবং হচ্ছে না,

তবে বচনটি মিথ্যা হতে বাধ্য। এটি যে মিথ্যা তা বোঝবার জন্যও বাইরে তাকাবার দরকার নেই। বচনটি বিশ্লেষণ করলেই দেখা যাবে, এটি দুটি সরল বচনের একটি সংযৌগিক বচন, যার মধ্যে একটি অপরটির নিষেধ, যার ফলে সংযৌগিক বচনটি মিথ্যা হতে বাধ্য। কিন্তু,

কোলকাতা থেকে রেলে দিল্লীর দূরত্ব 1545 কি.মি.,

বচনটির মিথ্যাত্ব নিরূপণ অভিজ্ঞতা-সাপেক্ষ। বচনটি বিশ্লেষণ করলেই এটি যে মিথ্যা তা বোঝা যাবে না। প্রথম প্রকারের মিথ্যাত্বকে আকারগত মিথ্যাত্ব, স্বতোমিথ্যাত্ব বা স্ববিরোধ, দ্বিতীয় প্রকারের মিথ্যাত্বকে ব্যবহারিক মিথ্যাত্ব বলা হয়।

বচনকে আমরা সত্য বা মিথ্যা বলি, কিন্তু ন্যায়কে বৈধ বা অবৈধ, শুদ্ধ বা অশুদ্ধ বলি, সত্য বা মিথ্যা বলি না। নীচের ন্যায়গুলো দেখুন :

(1) সব বর্গক্ষেত্র (হয়) আয়তক্ষেত্র,
সব আয়তক্ষেত্র (হয়) সামান্তরিক,
———————————————
∴ সব বর্গক্ষেত্র (হয়) সামান্তরিক।

(2) সব গুজরাটী (হয়) মারাঠী,
সব মারাঠী (হয়) ভারতীয়,

∴ সব গুজরাটী (হয়) ভারতীয়।

(3) সব গুজরাটী (হয়) তামিলভাষী,
সব তামিলভাষী (হয়) ভারতীয়।

∴ সব গুজরাটী (হয়) ভারতীয়।

(4) সব পুরুষ (হয়) নশ্বর,
সব নারী (হয়) নশ্বর,

∴ সব পুরুষ (হয়) নারী।

(5) সব বাঙালী (হয়) তামিলভাষী,
সব তামিলভাষী (হয়) য়ুরোপীয়,

∴ সব বাঙালী (হয়) য়ুরোপীয়।

(6) সব লোকসভার সদস্য (হন) দায়িত্বপূর্ণ কাজে অধিষ্ঠিত,
ভারতের প্রধানমন্ত্রী (হন) দায়িত্বপূর্ণ কাজে অধিষ্ঠিত,

∴ ভারতের প্রধানমন্ত্রী (হন) লোকসভার সদস্য।

এই ছয়টি ন্যায়কে পরীক্ষা করবার জন্য আমরা তিনটি প্রশ্ন রাখব, যুক্তি বচনগুলো সত্য কিনা, সিদ্ধান্তটি সত্য কিনা, ন্যায়টি বৈধ কিনা।

(1) ন্যায়ে যুক্তি বচন দুটিই সত্য, সিদ্ধান্ত সত্য, ন্যায়টি বৈধ।
(2) ন্যায়ে যুক্তি বচন একটি সত্য অপরটি মিথ্যা।
সিদ্ধান্ত সত্য, ন্যায়টি বৈধ।
(3) ন্যায়ে যুক্তি বচন দুটিই মিথ্যা, সিদ্ধান্ত সত্য, ন্যায়টি বৈধ।
(4) ন্যায়ে যুক্তি বচন দুটিই সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা, ন্যায়টি অবৈধ।
(5) ন্যায়ে যুক্তি বচন দুটিই মিথ্যা, সিদ্ধান্ত মিথ্যা ন্যায়টি বৈধ।
(6) ন্যায়ে যুক্তি বচন দুটিই সত্য, সিদ্ধান্ত সত্য, ন্যায়টি অবৈধ।

আমরা দেখতে পাচ্ছি, ন্যায়ের বৈধতা বা অবৈধতা যুক্তি বচনের সত্যতা মিথ্যাত্বের উপর নির্ভর করে না। মিথ্যা যুক্তি বচন থেকে বৈধভাবে সত্য সিদ্ধান্ত পাওয়া যেতে পারে, যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্ত দুইই মিথ্যা হলেও ন্যায় বৈধ হতে পারে, যুক্তিবচন সত্য হলেও সিদ্ধান্ত মিথ্যা

ও ন্যায় অবৈধ হতে পারে। ন্যায়ের বৈধতা সিদ্ধান্তের সত্যতা প্রমাণ করে না, ন্যায়ের অবৈধতা সিদ্ধান্তের মিথ্যাত্ব প্রমাণ করে না।

বস্তুতঃ, ন্যায়ের বৈধতা স্বতঃসত্য বচনের মত আকারগত। যখন আমরা কোন ন্যায়ের বৈধতা সম্বন্ধে প্রশ্ন তুলি, তখন আমাদের জিজ্ঞাস্য, সিদ্ধান্তটি যুক্তিবচন ( সমষ্টি ) থেকে আকারগতভাবে নিঃসৃত হচ্ছে কিনা। ( পরবর্তী অনুচ্ছেদে ন্যায়ের আকার সম্বন্ধে আলোচনা করা হবে। ) যুক্তিবচন বা সিদ্ধান্তের সত্যতা মিথ্যাত্ব নিরূপণ ন্যায়শাস্ত্রের কাজ নয়, সে কাজ বিজ্ঞান ইতিহাসের। যুক্তিবচনকে সত্য ধরে নিলে সিদ্ধান্ত সত্য হবে, কখনও মিথ্যা হতে পারবে না, যে কোন বৈধ-ন্যায়ে যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মধ্যে এই সম্বন্ধ। যখন রীম্যান ইউক্লিডের সমান্তরাল স্বীকার্যের বদলে নূতন স্বীকার্য পরিগ্রহ করলেন অর্থাৎ ধরে নিলেন, একটি রেখার বাইরের কোন বিন্দু থেকে সেই রেখার সমান্তরাল একটি রেখাও টানা যায় না; তখন তার থেকে তিনি এই সিদ্ধান্ত আনয়ন করলেন যে ত্রিভুজের তিন কোনের সমষ্টি সর্বদাই দুই সমকোণের বেশী। এখানে ধরে নেওয়া বা ধার্যমান বিষয় হচ্ছে, একটি রেখার বাইরের কোন বিন্দু থেকে সেই সংখ্যার সমান্তরাল একটি রেখাও টানা যায় না। তার থেকে অনুধার্য নিঃসৃত হল, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি সর্বদাই দুই সমকোণের বেশী। ধার্যমান সত্য হলে অনুধার্যও সত্য হবে, কখনও মিথ্যা হতে পারবে না, ধার্যমান ও অনুধার্যের মধ্যে এই সম্বন্ধ। যে কোন ন্যায়ে যুক্তিবচন ধার্যমান, সিদ্ধান্ত অনুধার্য, ধার্যমান সত্য হলে অনুধার্যও সত্য হবে, কখনও মিথ্যা হবে না, এরূপ হলেই ন্যায়টি বৈধ। (6) ন্যায়ে যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্ত দুই-ই সত্য, তবুও ন্যায়টি অবৈধ। কেননা, যুক্তিবচন থেকে সিদ্ধান্ত আকারগতভাবে নিঃসৃত হচ্ছে না। আর একটি একই আকারের ন্যায়ের সঙ্গে (6) ন্যায়টির তুলনা করলেই বিষয়টি বোঝা যাবে।

(7) সব লোকসভার সদস্য ( হন ) দায়িত্বপূর্ণ কাজে অধিষ্ঠিত,
ভারতের মহানিরীক্ষক ( হন ) দায়িত্বপূর্ণ কাজে অধিষ্ঠিত,

∴ ভারতের মহানিরীক্ষক ( হন ) লোকসভার সদস্য।

(6) ও (7) ন্যায় একই আকারের, কিন্তু (7) ন্যায় অবৈধ, কারণ যুক্তিবচন দুটি সত্য হয়েও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়েছে, অর্থাৎ সিদ্ধান্ত যুক্তিবচন থেকে আকারগতভাবে নিঃসৃত হচ্ছে না। (6) ন্যায়ের সিদ্ধান্ত সত্য হলেও

তা যুক্তিবচন থেকে আকারগতভাবে নিঃসৃত হচ্ছে না, সুতরাং ন্যায়টি অবৈধ। লোকসভার সদস্যরা তাঁদের কাজ করেন কিনা, বা গুজরাটীরা মারাঠী বা তামিলভাষী কিনা, তা ন্যায়শাস্ত্রের বিবেচ্য নয়। ন্যায়শাস্ত্রের বিচার্য, যুক্তিবচন সত্য বলে মেনে নিলে তার থেকে কি সিদ্ধান্ত আকারগতভাবে নিঃসৃত হতে পারে। যুক্তিবচন সত্য হলে সিদ্ধান্ত সত্য হতে বাধ্য। কিন্তু বৈধ ন্যায়েও যুক্তিবচন বস্তুতঃ মিথ্যা হতে এবং সিদ্ধান্ত বস্তুতঃ সত্য বা মিথ্যা হতে কোন বাধা নেই।

প্রশ্ন হতে পারে, (5) ন্যায়ের মত উদ্ভট ন্যায় রচনা করার কি হেতু? উত্তরে বলা যায়, ঊনবিংশ শতাব্দীর মধ্যভাগে রীম্যান এক অদ্ভুত স্বীকার্য নিয়ে কেন অ-ইউক্লিডীয় জ্যামিতি রচনা করলেন, যে স্বীকার্য ইউক্লিডের স্বতঃসিদ্ধ (?) স্বীকার্যের বিরোধী? বিজ্ঞানীরা যে সব প্রকল্প করেন সেগুলোর সত্যমিথ্যাত্ব প্রথমে অজ্ঞাত থাকে। কিন্তু প্রকল্প থেকে কতগুলো সিদ্ধান্ত আনয়ন করে পর্যবেক্ষণ বা পরীক্ষণের সাহায্যে প্রকল্পের সত্য-মিথ্যাত্ব নিরূপণ করাই তাঁদের উদ্দেশ্য। সুতরাং কেবল সত্য যুক্তিবচনই ন্যায়ে ব্যবহার্য, কল্পিত বা মিথ্যা যুক্তিবচন বর্জনীয়, একথা ঠিক নয়। মিথ্যাকে মিথ্যা প্রমাণ করার জন্যও তার থেকে স্ববিরোধী সিদ্ধান্ত আনয়ন করা প্রয়োজন হয়। স্বীকার্য বা প্রদত্ত উপাত্ত থেকে সিদ্ধান্ত আনয়ন করা সব বিজ্ঞানেরই কাজ। এই সিদ্ধান্ত আনয়ন বৈধ না হলে বিজ্ঞানের উদ্দেশ্যই ব্যর্থ হবে। ন্যায়-শাস্ত্রের উদ্দেশ্য, সিদ্ধান্ত কখন বৈধভাবে কখন অবৈধভাবে নিঃসৃত হচ্ছে তা বিচার করবার পদ্ধতি দেখিয়ে দেওয়া। (5) ন্যায়টি দৃষ্টান্ত হিসাবে ব্যবহৃত হয়েছে, এটিকে সতর্কবাণী হিসেবেও ধরে নেওয়া যায়। বৈধভাবে নিঃসৃত সিদ্ধান্ত মিথ্যা বলে জানা থাকলে যুক্তিবচনে ভুল অন্বেষণ করুন, কারণ বৈধ ন্যায়ে সত্য যুক্তিবচন থেকে মিথ্যা সিদ্ধান্ত আসতে পারে না।

## 1.4 আকার

আমরা বলেছি, ন্যায়ের বৈধতা আকারগত। আকার কি? বস্তুর আকার আমরা সহজেই বুঝি। একটি বরফের ঘনককে একটি গ্লাসে রেখে দিলে কিছুক্ষণের মধ্যেই বরফ জল হয়ে গ্লাসের আকার ধারণ করবে। তিন রকম কাপড় দিয়ে কেউ নিজের জন্য তিনটি কোট তৈরী করলে কোটগুলোর বস্তু ভিন্ন কিন্তু আকার এক হবে। আবার একই

কাপড় দিয়ে কোট ও প্যাণ্ট তৈরী করালে বস্তু এক আকার ভিন্ন হবে। একই ডিজাইনের সোনা ও রূপার গহনা হয়, আবার বিভিন্ন ডিজাইনের সোনা বা রূপার গহনা হয়। বিভিন্ন বস্তুর একই আকার হতে পারে, আবার একই বস্তু বিভিন্ন আকারের হতে পারে। অনুরূপভাবে বলা যায়, কবিতার ছন্দ, গানের সুর, একপ্রকার আকার। এখানে বস্তু ধ্বনি, আকার সুমিত যতিচ্ছেদ, অক্ষরের গুরুলঘুক্রম, স্বরের বিধিনির্দিষ্ট পারম্পর্য, মাত্রা, ইত্যাদি।

ভাষার মধ্যেও আকার আছে। কোন কোন বাক্যে উদ্দেশ্য-বিধেয়ের মধ্যে বস্তুগুণ সম্বন্ধ উক্ত হয়, যেমন,

রবীন্দ্রনাথ ( হন ) কবি।

আবার কোন কোন বাক্যে উদ্দেশ্য-বিধেয়ের মধ্যে অন্য প্রকার সম্বন্ধ উক্ত হয়, যেমন,

কোলকাতা ( হয় ) বঙ্গের পূবে।
দেবযাণী কচকে ভালবাসতেন।

বাক্যের আকার ব্যাকরণের আলোচ্য। বচনের আকার সাধারণত: বাক্যের আকারের অনুগামী, কিন্তু অনেক স্থলে বাক্যের আকার বিভ্রান্তি-জনক, তার থেকে বচনের প্রকৃত আকার বোঝা যায় না।

(1) বঙ্কিমচন্দ্র ও সঞ্জীবচন্দ্র লেখক ছিলেন।
(2) বঙ্কিমচন্দ্র ও সঞ্জীবচন্দ্র ভাই ছিলেন।

দুটিরই বাক্যাকার এক, কিন্তু বচনাকার এক নয়। (1) বচনকে বিশ্লেষণ করলে দুটি বস্তু-গুণ সম্বন্ধবাচক বচন পাওয়া যায়,

বঙ্কিমচন্দ্র লেখক ছিলেন,
সঞ্জীবচন্দ্র লেখক ছিলেন।

(2) বচনকে যদি অনুরূপভাবে বিশ্লেষণ করা হয়, তবে দাঁড়ায় দুটি অর্থহীন বাক্য,

বঙ্কিমচন্দ্র ভাই ছিলেন,
সঞ্জীবচন্দ্র ভাই ছিলেন।

"বঙ্কিমচন্দ্র" ও "সঞ্জীবচন্দ্রের" সঙ্গে "ভাই"-এর বস্তুগুণ সম্বন্ধ নেই, যেমন আছে "লেখকের" সঙ্গে, আছে "বঙ্কিমচন্দ্র" ও "সঞ্জীবচন্দ্রের" মধ্যে "ভাই" সম্বন্ধ। ন্যায়শাস্ত্রে আমাদের বিবেচ্য বচনাকার, বাক্যাকার নয়।

প্রাচীন ন্যায় শাস্ত্রে নিম্নরূপ বচন প্রসিদ্ধ :

(A) সব রাজা ( হয় ) বিলাসী ।
(E) কোন রাজা নয় বিলাসী,
(I) কোন কোন রাজা ( হয় ) বিলাসী ।
(O) কোন কোন রাজা নয় বিলাসী,

( প্রাকল্পিক ) যদি সে পড়াশুনা করে, তবে সে পাশ করবে,
( বৈকল্পিক ) সে পরীক্ষা দেবে, বা বিদেশে চলে যাবে ।

এদের আকার পৃথক করে দেখানো যায় :

(A) সব .... ( হয় ) .... ,
(E) কোন .... নয় ....,
(I) কোন কোন .... ( হয় ) ....,
(O) কোন কোন .... নয় ....,
( প্রাকল্পিক ) যদি ...., তবে ....,
( বৈকল্পিক ) ...., বা .... ।

প্রথম চারিটি বচনের শূন্যস্থানগুলো আমরা যে কোন পদ দিয়ে পূরণ করতে পারি, পরের দুটি বচনের শূন্যস্থান যে কোন বচন দিয়ে পূরণ করতে পারি, তাতে সত্য, মিথ্যা বা অর্থহীন বচন পাওয়া যাবে। প্রথম (A) আকারটিতে শূন্য স্থান পূরণ করে তিনটি বচন তৈরী করা যাক :

সব মানুষ ( হয় ) মরণশীল ।
সব মানুষ ( হয় ) পুরুষ ।
সব দ্বিঘাত সমীকরণ ( হয় ) দ্রুত ধাবনশীল ।

প্রথম বচনটি সত্য, দ্বিতীয়টি মিথ্যা, তৃতীয়টি অর্থহীন। বচনগুলো যাই হোক না কেন, প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রের জ্ঞান থেকে আমরা সহজেই বুঝতে পারি, ন্যায়ের বৈধতা শূন্যস্থানে কি পদ সংস্থাপন করা হবে, বা যুক্তি-বচন সত্য কিনা, তার উপর নির্ভর করে না, নির্ভর করে যুক্তিবচন থেকে সিদ্ধান্ত ন্যায়ত: নি:সৃত হয় কিনা, তার উপর। প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রে শূন্যস্থান বোঝাতে কতগুলো বর্ণপ্রতীক ব্যবহার করা হত। বর্ণপ্রতীক ব্যবহার করলে বচনাকারগুলো দাঁড়ায়,

(A) সব S ( হয় ) P,
(E) কোন S নয় P,
(I) কোন কোন S ( হয় ) P,
(O) কোন কোন S নয় P,
( *প্রাকল্পিক* ) *যদি p, তবে q,*
( *বৈকল্পিক* ) *p বা q* ।

লক্ষণীয় যে এগুলো একটাও বচন নয়, কারণ, যখন বলি, "সব S ( হয় ) P", তখন আমরা S, P কি তা জানি না, সুতরাং কিছু বলিও না, শুধু বচনাকারটি দেখাই। S ও P এর স্থলে পদ সংস্থাপন করলে তবে বচন পাওয়া যাবে। "সব S ( হয় ) P" সত্যও নয়, মিথ্যাও নয়, কারণ আকার সম্বন্ধে সত্য-মিথ্যা বিশেষণ প্রয়োগ করা চলে না।

প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রের পাঠ থেকে আমরা ন্যায়ের আকারের সঙ্গে মোটামুটি পরিচয় লাভ করেছি। BARBARA, CELARENT, Modus Ponens, Modus Tollens, ইত্যাদি মাধ্যমানুমান বা ন্যায়ের আকার। এই রকম যে কোন একটি ন্যায়কে বিশ্লেষণ করলে আমরা বুঝতে পারি, ন্যায়ের বৈধতা আকারগত, বচনের বা বচনান্তর্গত পদের অর্থবোধ বৈধতা বিচারের পক্ষে অপ্রয়োজনীয়।

(1) এই বস্তুটি সাগরকুসুম[1]
____________________
∴ এই বস্তুটি উদ্ভিদ নয়।

এই ন্যায়ে সিদ্ধান্তটি আকারগতভাবে যুক্তিবচন থেকে নিঃসৃত হচ্ছে না, কারণ "সাগরকুসুম" ও "উদ্ভিদ" শব্দের অর্থবোধ না হলে ন্যায়টি যে বৈধ তা আমরা বুঝতে পারি না। ন্যায়টির যুক্ত্যবয়বের একটি বচন উহ্য, পূর্ণ ন্যায়টি এইরূপ :

(2) কোন সাগরকুসুম নয় উদ্ভিদ,
এই বস্তুটি ( হয় ) সাগরকুসুম,
____________________
∴ এই বস্তুটি নয় উদ্ভিদ।

---

1 একপ্রকার একনালীদেহী প্রাণী (Phylum Coelenterata পর্বের), মাদ্রাজের উপকূলে প্রচুর দেখা যায়। সাগরকুসুমের (Sea-anemone) কর্ষিকাগুলো সমুদ্রের জলে আন্দোলিত হতে থাকলে কুসুম বলে ভ্রম হয়।

ন্যায়টি CELARENT আকারের। এখনই আমরা দেখছি, ন্যায়টির বৈধতা বিচারে "সাগরকুসুম" ও "উদ্ভিদ" পদ দুটির অর্থবোধের আর প্রয়োজন নেই। যুক্তিবচন দুটি সত্য হলে সিদ্ধান্তটি মিথ্যা হতে পারে না। যদি বর্ণ প্রতীকের সাহায্যে ন্যায়টি লিখি, তাহলে তার আকার দাঁড়ায় :

(3) No S is P
This is S

∴ This is not P

এখানে S, P কি তা অনুক্ত। এখানে কোন বিষয় সম্বন্ধে কিছু বলা হচ্ছে না। এটি ন্যায়াকারের একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ। এইরূপ আকারের যে কোন ন্যায় বৈধ, বর্ণ প্রতীকের স্থলে পদসংস্থাপন করলে বচনগুলো সত্য, মিথ্যা, অর্থহীন যাই হোক না কেন।

(1) ন্যায়ে সিদ্ধান্ত আনয়নের জন্য বিষয়জ্ঞান দরকার, কিন্তু (2) বা (3) ন্যায়ে সিদ্ধান্তটি যুক্তিবচন থেকে আকারগতভাবেই নিঃসৃত হচ্ছে। (2) ন্যায়ে ব্যবহৃত পদগুলোর অর্থবোধ বা সংশ্লিষ্ট বিষয়জ্ঞানেরও কোন প্রয়োজন নেই। (3) ন্যায়ে ব্যবহৃত বর্ণপ্রতীকগুলো শূন্যস্থানসূচক, সুতরাং এটিই এই প্রকার বৈধ ন্যায়ের আকার। যে ন্যায়ে যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মধ্যে সম্বন্ধ এমন যে যুক্তিবচন সত্য হলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে না, তাকে অবরোহমূলক ন্যায় বা সংক্ষেপে অবরোহ বলে, এবং সিদ্ধান্ত আনয়নকে অবরোহণ বলে। সুতরাং বলা যায়, (1) ন্যায়ের অবরোহণ আকারগত নয়, বিষয়জ্ঞান সাপেক্ষ, কিন্তু (2) বা (3) ন্যায়ের অবরোহণ আকারগত।

প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্র থেকে আমরা কয়েকটি বৈধ ন্যায়ের আকার জানতে পারি। নব্য ন্যায়শাস্ত্রে বৈধ ন্যায় সম্বন্ধে এবং আরও নানারকমের বৈধ ন্যায়াকার সম্বন্ধে অনেক নূতন জ্ঞান সংযোজিত হয়েছে।

## 1.5 ন্যায়শাস্ত্র একটি বিমূর্ত বিজ্ঞান

ন্যায়শাস্ত্র বৈধ ন্যায়ের আকারবিষয়ক বিজ্ঞান। আমরা আগেই দেখেছি, ন্যায়ের বৈধতা বিচার ন্যায়ান্তর্গত বচন বা পদের অর্থবোধ-নিরপেক্ষ। শুধু ন্যায়ের আকারটি বিচার করেই বলা যায়, ন্যায়টি বৈধ বা অবৈধ। বচনের সত্যতা বিচার বা বচনান্তর্গত পদের অর্থবোধ

অভিজ্ঞতাসাপেক্ষ, কিন্তু ন্যায়ের বৈধতা বিচার এগুলোর উপর নির্ভরশীল নয়। সে জন্যই প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রে পদের বদলে S, P, M বর্ণপ্রতীক-গুলো ব্যবহার করা হত। অনেক সময় ন্যায়ান্তর্গত বচনের সত্যামিথ্যাত্ব জ্ঞান এবং বচনান্তর্গত পদের অর্থবোধ ন্যায়ের বৈধতা বিচারে বাধা উৎপাদন করে। মনে করুন, নিম্নলিখিত ন্যায়টি উপস্থাপিত করা হল :

(1) যদি আমি প্রধানমন্ত্রী হই, তবে আমি বিখ্যাত,
আমি প্রধানমন্ত্রী নই,

---

∴ আমি বিখ্যাত নই।

হঠাৎ মনে হতে পারে, ন্যায়টি বৈধ, কারণ যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্ত সবই সত্য। কিন্তু ন্যায়টি যে বৈধ নয়, তা একই আকারের আর একটি ন্যায়ের সঙ্গে তুলনা করলেই বোঝা যাবে।

(2) যদি সত্যজিৎ রায় প্রধানমন্ত্রী হন, তবে তিনি বিখ্যাত,
সত্যজিৎ রায় প্রধান মন্ত্রী নন,

---

∴ সত্যজিৎ রায় বিখ্যাত নন।

যুক্তিবচন দুটি সত্য, সিদ্ধান্তটি মিথ্যা, কোন বৈধ ন্যায়ে এরূপ হতে পারে না। প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্র থেকে আমরা জানি,

(3) যদি $p$, তবে $q$
না—$p$

---

∴ না—$q$

ন্যায়টি অবৈধ। ন্যায়ের আকারটি বিমূর্তন করে দেখলে বৈধতা-অবৈধতা বিচার সহজ হয়। দৈনন্দিন জীবনে আমরা যে বিশেষ প্রসঙ্গে অভিজ্ঞতা-ক্ষেত্রে অনুমান করি, এবং ন্যায়ে প্রকাশ করি, সেই প্রসঙ্গ, সেই ক্ষেত্র থেকে বিমূর্তন করে আকারটি পৃথকভাবে বিচার করা ন্যায়শাস্ত্রের প্রধান কাজ।

যে কোন বিজ্ঞানই এই প্রকার বিমূর্তন করে থাকে। সামান্যীকৃত সূত্র নিরূপণ বিমূর্তনের উপযোগিতা। পদার্থবিদ্যায় ঋজুগতি সম্পর্কীয় সমীকরণটি ধরা যাক। কোন বস্তুকণা $t$ সেকেণ্ড ব্যেপে V সমবেগ নিয়ে চললে সে যে দূরত্ব অতিক্রম করবে তা ( S কে অতিক্রান্ত দূরত্বের প্রতীক ধরে )।

$$S = Vt$$

সূত্রটি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এখানে কোন বিশেষ বস্তু বা কোন নির্দিষ্ট বেগ বা নির্দিষ্ট সময়ের উল্লেখ করা হচ্ছে না। বিমূর্ত সূত্রটি বলে, বস্তু যাই হোক না কেন, তার বেগ যতই হোক না কেন ( সমবেগ হলেই চলবে ), সময় যতটাই হোক না কেন,

অতিক্রান্ত দূরত্ব = সমবেগ × সময়।

সমীকরণটি "সমবেগ", "দূরত্ব", "সময়", এই ধারণাগুলোকে কোন বস্তু বিশেষের সমবেগ, অতিক্রান্ত দূরত্ব ও সময় থেকে বিমূর্তন করে নিয়েই এই সামান্যীকৃত সূত্রটিতে পৌঁছতে পেরেছে। ন্যায়শাস্ত্রও তেমনি ন্যায়ের প্রসঙ্গ, অভিজ্ঞতা, ব্যবহৃত বচন, পদ থেকে শুধু আকারটি বিমূর্তন করে ন্যায়ের বৈধতা সম্বন্ধে সামান্যীকৃত সূত্রগুলোতে পৌঁছায়। বস্তুতঃ, এই প্রকার বিমূর্তন করে শুধু আকারকে আলাদাভাবে পরীক্ষা না করলে এর প্রকৃত বিশ্লেষণ সম্ভবই নয়। "এক," "দুই", "তিন", সংখ্যাগুলোও বিমূর্ত, "এক" বললে একটি আপেল বা একটি মানুষ বোঝায় না, বিমূর্ত সংখ্যাটিই বোঝায়। যদি আমরা আপেল, মানুষ, ইত্যাদির সমষ্টি থেকে বিমূর্তন করে পৃথকভাবে সংখ্যার ধারণা করতে না পারতাম, তবে গণিতের সাধারণ সূত্রগুলোও জানতে পারতাম কিনা সন্দেহ। উপরের অবৈধ (1) ন্যায়টি দেখে কেউ হয়ত এটি যে অবৈধ তাই ধরতে পারবে না, কেউ বা অবৈধ মনে করলেও ঠিক কি কারণে অবৈধ তা বিশ্লেষণ করে বলতে পারবে না। ন্যায়শাস্ত্রের কাজ, ন্যায়ের আকারগত বৈশিষ্ট্যটি বিশ্লেষণ করে দেখানো, কেন যুক্তিবচন সত্য হলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারবে না। কোন বিশেষ বস্তু যেমন পদার্থ-বিদ্যা বা গণিতের আলোচ্য নয়, তেমনি (1) ও (2) ন্যায়ে ব্যবহৃত "আমি", "সত্যজিৎ রায়", "প্রধানমন্ত্রী", "বিখ্যাত", ইত্যাদি বস্তু বা গুণগুলো ন্যায়শাস্ত্রের আলোচ্য নয়। এদের সমন্বয়ে গঠিত বচন সমষ্টির মধ্যে ঐ বিশেষ সম্বন্ধ আছে কিনা, কেবল তাই ন্যায়শাস্ত্রের আলোচ্য, এবং এই সম্বন্ধ সম্পূর্ণই আকারগত।

ন্যায়শাস্ত্রের কোন সংজ্ঞা দেওয়া যায় কি? এই প্রশ্ন উত্থাপন করে বার্ট্রাণ্ড রাসেল[1] বলেন :

1 Bertrand Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*, London, George Allen and Unwin Ltd., Tenth Impression, 1960, pp 196 ff.

"এই শাস্ত্রে আমরা কোন বিশেষ বস্তু বা গুণ নিয়ে আলোচনা করি না : যে কোন বস্তু বা যে কোন গুণ সম্পর্কে আকারগতভাবে যা বলা চলে শুধু তাই নিয়ে আলোচনা করি। আমরা একে একে দুই বলতে প্রস্তুত, কিন্তু সক্রেটিস ও প্লেটো মিলে দুই বলতে প্রস্তুত নই, কারণ নৈয়ায়িক বা তত্ত্বীয় গাণিতিক হিসেবে আমরা সক্রেটিস বা প্লেটোর কথা কখনও শুনিনি। এমন একটা জগৎ যদি কল্পনা করা যায় যেখানে সক্রেটিস, প্লেটো বা কোন মানুষই নেই, সেখানেও একে একে দুই হবে। নৈয়ায়িক বা তত্ত্বীয় গাণিতিক হিসেবে কোন ব্যক্তি বা বস্তুর উল্লেখ আমাদের পক্ষে অসমীচীন হবে, কারণ তা করলে যা অবান্তর, আকারবিষয়ক নয়, এমন বিষয়ের উল্লেখ করা হবে। মাধ্যমানুমান দিয়েই আমরা কথাটা পরিষ্কার করতে পারি। প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রে বলে, "সব মানুষ মরণশীল, সক্রেটিস একজন মানুষ, সুতরাং সক্রেটিস মরণশীল।" এটা খুবই পরিস্কার যে আমরা যা বলতে চাই তা হচ্ছে যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মধ্যে একটি বিশেষ সম্বন্ধ, যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্ত বস্তুতঃ সত্য, এ আমাদের বক্তব্য নয়। প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রও একথা পরিষ্কারভাবেই বলে যে যুক্তিবচনের বাস্তব সত্যতা ন্যায়ের পক্ষে অবান্তর। সুতরাং ন্যায়টিকে যদি এইরূপ পরিবর্তিতভাবে বলি যে, "যদি সব মানুষ মরণশীল ও সক্রেটিস একজন মানুষ হয়, তবে সক্রেটিস মরণশীল", তবেই ন্যায়টির প্রকৃত স্বরূপ প্রকাশ করা হয়। এবার আমরা পরিষ্কার বুঝতে পারি, ন্যায়টি তার আকারের জন্যই বৈধ, এর মধ্যে কি পদ ব্যবহার করা হয়েছে তার জন্য নয়। যদি আমরা "সক্রেটিস একজন মানুষ" যুক্তিবচন থেকে বাদ দিতাম, তবে ন্যায়টি আকারগতভাবে বৈধ হত না, যদিও সক্রেটিস বস্তুতঃ একজন মানুষ বলে বৈধ হত। কিন্তু তখন আমরা ন্যায়াকারটিকে সামান্যীকৃতভাবে প্রকাশ করতে পারতাম না। যখন আমরা ন্যায়ের আকার সম্বন্ধে কিছু বলি, তখন আমাদের বক্তব্য ন্যায়ান্তর্গত পদের উপর মোটেই নির্ভর করে না। সুতরাং আমরা মানুষের স্থলে $\alpha$, মরণশীলের স্থানে $\beta$, এবং সক্রেটিসের স্থানে $x$ বর্ণপ্রতীক ব্যবহার করতে পারি ( $\alpha$ ও $\beta$-কে যে কোন বর্গের এবং $x$ কে যে কোন ব্যক্তির বর্ণপ্রতীক হিসেবে )। এখন আমরা যে বক্তব্যে পৌঁছালাম তা এই : "$x$, $\alpha$ ও $\beta$-এর যে কোন মান ধরে, যদি সব $\alpha$ $\beta$ হয় এবং $x$ একটি $\alpha$ হয়, তবে $x$ একটি $\beta$।" অন্যভাবে বলা যায়, "যদি সব $\alpha$ $\beta$ হয় এবং $x$ একটি $\alpha$ হয়,

তবে $x$ একটি $\beta$, এই বচনাপেক্ষকটি স্বতঃসত্য।" এবার আমরা ন্যায়ের একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ দেখলাম যার ইঙ্গিতমাত্র প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রে "সক্রেটিস," "মানুষ" ও "মরণশীল" পদগুলোর সাহায্যে রচিত ন্যায়ের দ্বারা বোঝা যেত, কোন সুস্পষ্ট ধারণা হত না।

এবার পরিষ্কারভাবেই বোঝা যাবে, ন্যায়ের আকারই যদি আমাদের আলোচ্য হয়, তবে সব সময়ই আমরা উপরের বচনটির অনুরূপ বচনে পৌঁছাব, যাতে কোন বস্তু বা গুণের উল্লেখ করা হবে না। যেখানে আমরা অনায়াসেই সামান্য সত্যটি প্রমাণ করতে পারি, সেখানে সক্রেটিস বা প্লেটো মরণশীল এই ধরণের বিশেষ সিদ্ধান্ত প্রমাণ করার চেষ্টা সময়ের অপব্যয় মাত্র। যা আমরা সব মানুষ সম্বন্ধে প্রমাণ করতে পারি, তাকে সক্রেটিস বা প্লেটো সম্বন্ধে প্রমাণ করার চেষ্টা হাস্যকর। যদি আমাদের ন্যায় সব মানুষ সম্বন্ধে প্রযোজ্য, তবে আমরা সিদ্ধান্তটি $x$ সম্বন্ধে প্রমাণ করব, সঙ্গে প্রকল্প রাখব, "যদি $x$ মানুষ হয়।" এই প্রকল্পটি মনে রাখলে $x$ মানুষ না হলেও ন্যায়টির প্রকল্পিত যাথার্থ্য রক্ষিত হবে। ....ন্যায়শাস্ত্রকে বিশুদ্ধ আকারবিষয়ক বিজ্ঞান বলার অর্থই এই যে ন্যায়ে বা তত্ত্বীয় গণিতে কোন বিশেষ বস্তু বা গুণের উল্লেখ একেবারেই থাকবে না।"

রাসেলের বক্তব্যের নির্গলিতার্থ এই যে, যে ন্যায়ে সক্রেটিস, প্লেটো, ইত্যাদি ব্যক্তির নাম করা হয়, বা মনুষ্যত্ব, মরণশীলত্ব, ইত্যাদি গুণের উল্লেখ করা হয়, তা নিতান্তই আমাদের দৈনন্দিন ব্যবহারের ন্যায়। সক্রেটিস, প্লেটোর বদলে যে কোন লোকের নাম ব্যবহার করা যায়, মনুষ্যত্ব, মরণশীলত্বের বদলে অন্য যে কোন গুণের উল্লেখ করা যায়, ন্যায়ের বৈধতা এইসব পদের উপর নির্ভর করে না, অন্তর্ভুক্ত বচনগুলোর অর্থের উপরও নির্ভর করে না, শুধুমাত্র আকারের উপরই নির্ভর করে। নিম্নোক্ত ন্যায়টি দেখুন,

সব শিল্পী (হন) মেজাজী,
ধীরেন্দ্রনাথ (হন) একজন শিল্পী,
∴ ধীরেন্দ্রনাথ (হন) মেজাজী।

ন্যায়টি বৈধ, শুধুমাত্র তার আকারের জন্য। ধীরেন্দ্রনাথ শিল্পী না হলেও, শিল্পীরা মেজাজী না হলেও, ন্যায়টি বৈধ, তার বৈধতা আকারগত ও প্রাকল্পিক। ধীরেন্দ্রনাথ শিল্পী কিনা, সব শিল্পী মেজাজী কিনা, তা

নিরূপণ করা ন্যায়ের কাজ নয়। ন্যায়ের কাজ, এই দুটি যুক্তিবচন দেওয়া থাকলে সিদ্ধান্তটি নিঃসৃত হয় কিনা, অর্থাৎ যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মধ্যে ঐ বিশেষ সম্বন্ধ আছে কি না, তা বিচার করা। আকারটিকে বিমূর্তন করেই এই বিচার করতে হয়। দৈনন্দিন জীবনে সব সময় আকার বিমূর্তভাবে আমাদের চোখে ধরা পড়ে না বলেই আমরা অনেক সময় অবৈধ অনুমান করে থাকি।

সব S হয় P,
$x$ (হন) একজন S,
---
∴ $x$ (হন) P

ন্যায়টি এই আকারের বলেই বৈধ।

## 1.6 ন্যায়শাস্ত্রের সংজ্ঞা

আমরা বলেছি, ন্যায়শাস্ত্র বৈধ ন্যায়ের আকারবিষয়ক বিজ্ঞান। এটিকেই আমরা প্রাথমিকভাবে ন্যায়শাস্ত্রের সংজ্ঞা বলে ধরে নেব। অবশ্য সংজ্ঞা থেকেই একটা বিজ্ঞানের সম্পূর্ণ ধারণা কখনও হতে পারে না। একজন প্রখ্যাত গণিতজ্ঞকে জিজ্ঞেস করা হয়েছিল, গণিত কি? জবাবে তিনি বলেছিলেন, গণিত তাই যা গণিত করে। অর্থাৎ গণিত কর, তবেই গণিত কি তা বুঝতে পারবে। ন্যায়শাস্ত্র সম্পর্কেও একই কথা বলা যায়, ন্যায়শাস্ত্র তাই যা ন্যায়শাস্ত্র করে। আমরা যতই ন্যায়-শাস্ত্রের অভ্যন্তরে প্রবেশ করব, ততই ন্যায়শাস্ত্র কি তা বেশী করে উপলব্ধি করতে পারব। এই অধ্যায়ের পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদগুলোতে ন্যায়, বৈধতা, আকার ইত্যাদির যে প্রারম্ভিক বিশ্লেষণ দেওয়া হয়েছে, তাতে আপাততঃ এই সংজ্ঞা দিয়েই আমরা ন্যায়শাস্ত্রের আলোচনা শুরু করতে পারব।

সংজ্ঞাটিকে বিশ্লেষণ করলে ন্যায়শাস্ত্রের নিম্নোক্ত লক্ষণগুলো লক্ষ্য করা যায়:

(1) সমস্ত অবরোহ ন্যায়ই ন্যায়শাস্ত্রের আলোচ্য নয়। 1.4 অনুচ্ছেদের (1) ন্যায়টি অবরোহ ন্যায়, কিন্তু যতক্ষণ তাকে পূর্ণাবয়ব ন্যায়ের আকার না দেওয়া হচ্ছে ততক্ষণ এটি ন্যায়শাস্ত্রের আলোচ্য নয়, কারণ এতে সিদ্ধান্তটি যুক্তিবচন থেকে বিষয়জ্ঞান নিরপেক্ষভাবে আকারগতভাবে নিঃসৃত হচ্ছে না। ঐ অনুচ্ছেদের (3) ন্যায়টি, বা রাসেল থেকে উদ্ধৃতির

প্রথম প্যারাগ্রাফের শেষের দিকে বর্ণিত ন্যায় ন্যায়শাস্ত্রের আলোচ্য অবরোহ ন্যায়ের প্রকৃষ্ট উদাহরণ। ন্যায়শাস্ত্র শুধু বৈধ ন্যায়ের আকার নিয়ে আলোচনা করে, তার জন্য বর্ণপ্রতীকই যথেষ্ট, কোন পদের ব্যবহারের কোন প্রয়োজন নেই। সাধারণ ভাষায় রচিত ন্যায়ের উল্লেখ ন্যায়শাস্ত্রে দেখতে পাওয়া যাবে না এমন নয়, কিন্তু তার ব্যবহার শুধু দৃষ্টান্ত হিসেবে বা বিশ্লেষণ করে আকারটি দেখাবার জন্যই করা হয়।

(2) বৈধ ন্যায়ের আকারগুলো জানতে পারলে আমরা যে কোন ন্যায়ের বৈধতা অবৈধতা বিচার করতে পারি। দৈনন্দিন জীবনে আমরা বহু অনুমান করি, সেগুলো ন্যায়াকারে প্রকাশও করি, কিন্তু অনেক সময় তার কোন না কোন অবয়ব উহ্য থাকে। এইরূপ একটি অনুমানক্রিয়ার ফল হাতে এলে আমরা তাকে পুনর্গঠন করে সম্পূর্ণ ন্যায়ের রূপ দিতে পারি, কোন বৈধ ন্যায়ের আকারের সঙ্গে তার মিল আছে কিনা অনুসন্ধান করতে পারি, এবং ন্যায়টির বৈধতা অবৈধতা বিচার করতে পারি। বস্তুতঃ, এইরূপভাবে বৈধ-অবৈধ সর্বপ্রকার অনুমান-ক্রিয়ার ফল বিশ্লেষণ করেই আমরা ন্যায়বিধিগুলো জানতে পারি। 1.5 অনুচ্ছেদের (1) ন্যায়ের মত কোন ন্যায় যদি কখনও আমরা দেখি, তখনই আমাদের বিচার্য, এই ন্যায়ের আকার বৈধ আকার কি না। যদি আমরা এই আকারের আর একটি এমন ন্যায় গঠন করতে পারি যার যুক্তিবচন সত্য কিন্তু সিদ্ধান্ত মিথ্যা, যেমন ঐ অনুচ্ছেদের (2) ন্যায়, তাহলেই বোঝা যাবে এই আকারের ন্যায় বৈধ নয়। ন্যায়শাস্ত্র আমাদের ন্যায়ের বৈধতা-অবৈধতা বিচার করতে শেখায়।

(3) অবশ্য এ কথা কোনমতেই বলা চলে না যে ন্যায়শাস্ত্র না পড়লে কেউ বৈধ-অবৈধ ন্যায়ের পার্থক্য বুঝতে পারবে না। এমন বহু লোক আছেন, যাঁরা ন্যায়শাস্ত্র না পড়লেও সাধারণতঃ বৈধ অনুমানই করে থাকেন, এবং নিজে বা অপর কেউ কোন অবৈধ অনুমান করলে তা চট্ করে ধরতেও পারেন। তবে এ কথাও অস্বীকার করা যায় না যে ন্যায়শাস্ত্র আমাদের ন্যায়ের বৈধতা অবৈধতা বিচার করতে সাহায্য করে। প্রথমতঃ, ন্যায়শাস্ত্র অধ্যয়ন করতে গিয়ে অনুশীলনীতে দেওয়া অনেক সমস্যার সমাধান করতে হয়। তাতে ন্যায়শাস্ত্রকে একটা কলা-বিদ্যার মতই অনুশীলন করা হয়, এবং ন্যায়ের বৈধতা অবৈধতা বিচারে সহজেই দক্ষতা অর্জিত হয়। দ্বিতীয়তঃ, এই প্রকারে বৈধতা-অবৈধতা বিচারে দক্ষতা অর্জিত হলে স্বাভাবিকভাবেই বৈধ-অনুমানকুশলতা বাড়বে।

তৃতীয়তঃ, ন্যায়শাস্ত্র অধ্যয়নের দ্বারা ন্যায়ের বৈধতা অবৈধতা বিচারের এমন কতগুলো প্রযুক্তি কৌশলের শিক্ষালাভ হয় যার দ্বারা নিজের বা অপরের ভুল অনুমান সহজেই ধরা যায়। অনুমানের অবৈধতা নির্ণয়ের কৌশল অধিকৃত হলে অবৈধ অনুমানের সম্ভাবনাই কমে যাবে।

(4) ন্যায়শাস্ত্রকে আদর্শনিষ্ঠ বিজ্ঞান বলা হয়, অর্থাৎ আমাদের চিন্তন বা অনুমান-ক্রিয়া কিভাবে অনুষ্ঠিত হওয়া উচিত ন্যায়শাস্ত্র সে সম্বন্ধে নির্দেশ দেয়। ন্যায়শাস্ত্রের প্রকৃতির এরূপ বিবরণ অসত্য না হলেও একটা ভ্রান্তি উৎপাদন করতে পারে; মনে হতে পারে, ন্যায়শাস্ত্রের ছক বাঁধা পথে অনুমান-ক্রিয়া পরিচালনা করা আমাদের ইচ্ছাধীন, এবং এইরূপ করতে পারলেই আমাদের অনুমানে কখনও ভুল হবে না। আমরা জানি, সৃজনশীল চিন্তা দুর্বোধ্য, রহস্যময় পথে চলে, ন্যায়শাস্ত্র-সম্মত বিধিবদ্ধ পথে চলে না। অনেক সময় ক্রমাগত চেষ্টা ও ভুল করতে করতে প্রতিভা অন্তর্দৃষ্টির সাহায্যে সত্যটি উপলব্ধি করে, এবং পরে অন্তর্দৃষ্টিলব্ধ সত্যকে যুক্তির সাহায্যে প্রতিষ্ঠিত করতে চেষ্টা করে। সুতরাং আমাদের অনুমানক্রিয়াকে নিয়ন্ত্রিত করা ন্যায়শাস্ত্রের সাধ্যও নয়, কাজও নয়, বরং অনুমানলব্ধ বা অন্তর্দৃষ্টিলব্ধ সিদ্ধান্তটিকে ন্যায়বিধি দ্বারা পরে পরীক্ষা করাই তার কাজ। চিন্তন বা অনুমানক্রিয়াকে নিয়ন্ত্রণ নয়, চিন্তনের বা অনুমানের ফলকে নিয়ন্ত্রণ করাই ন্যায়শাস্ত্রের কাজ। ন্যায়-শাস্ত্র চিন্তার চালক নয়, কষ্টিপাথর; চিন্তার প্রেরণাদায়ক নয়, চিন্তার ফলের বিচারক। শুধু ত্রুটি ধরবার কৌশলটি শেখার ফলে ত্রুটিপূর্ণ অনুমানের সম্ভাবনা কমে যাওয়ায় চিন্তন বা অনুমান-ক্রিয়ার যতটা উন্নতি সম্ভব, ন্যায়শাস্ত্র অধ্যয়নের ফলে ততটাই হতে পারে, তার বেশী নয়। ন্যায়শাস্ত্র সৃজনশীল চিন্তা বা কল্পনার স্থান অধিকার করতে পারে না, এমন কি ন্যায়শাস্ত্র পড়লেই আমরা সব সময় বৈধ অনুমান করতে পারব, এমন কথাও বলা যায় না।

(5) ন্যায়শাস্ত্রকে ন্যায় বা অনুমানের নিয়ামক বিজ্ঞান বলা চলে কি? আমাদের কি ভাবে চিন্তা করা উচিত তা কি ন্যায়শাস্ত্র বলে দেয়? এর উত্তরে বলা চলে, কখনও কখনও, যখন আমরা কোন সমস্যার সমাধান করতে চেষ্টা করছি, কিন্তু সব সময় নয়। যদি সব সময় আমরা ন্যায়বিধি অনুসারে চিন্তা করতে যাই, তবে আমাদের চিন্তা খুঁড়িয়ে খুঁড়িয়ে চলবে, বীজগণিতে কোন অঙ্ক কষতে গিয়ে কোন্ সূত্রটি প্রয়োগ করব তা স্থির করতে না পারলে যে অবস্থা

হয় অনেকটা সেরকম। অঙ্কই কষি আর অনুমানই করি, আমাদের চিন্তা লাফিয়ে লাফিয়ে চলে, কখনও বা হঠাৎ আলোর ঝলকানির মত সমাধানটি মনে এসে যায়। যদি বলা হয়, এ রকম চলবে না, ধাপে ধাপে এগোতে হবে, ঠিক ন্যায়শাস্ত্রে যেমনভাবে একটি ন্যায়কে অনুস্থাপন করা হয়, তা হলে আমাদের চিন্তার চলচ্ছক্তিকে খর্ব করে দেওয়া হবে মাত্র। যদি ন্যায়শাস্ত্রকে নিয়ামক বিজ্ঞান বলতেই হয়, তবে বলতে হবে, এটি চিন্তার ফলের নিয়ামক বিজ্ঞান। চিন্তার ফলটিকে পূর্ণাবয়ব ন্যায়ের আকারে স্থাপন করে তাকে বিচার করা ন্যায়শাস্ত্রের কাজ।

(6) ন্যায়শাস্ত্রকে অনেক সময় সব বিজ্ঞানের সেরা বিজ্ঞান বলা হয়। কথাটির অর্থ, সব বিজ্ঞানকেই তাদের সিদ্ধান্ত প্রমাণ করতে হয়, এবং এই প্রমাণ ন্যায়বিধিসম্মত হতে হবে। আগেই দেখেছি, ন্যায়াবয়বে পদের ব্যবহার বৈধ ন্যায় রচনায় অপরিহার্য নয়। কোন বিজ্ঞানের বিষয়বস্তু যাই হোক না কেন, তার সিদ্ধান্তগুলো যদি বৈধভাবে নিঃসৃত হয়ে থাকে, তবে তা আকারগতভাবেই হয়েছে, সেই বিজ্ঞানের বিষয়বস্তুজ্ঞাপক পদের ব্যবহারের জন্য নয়। ন্যায়ের আকার বিষয়বস্তু-নিরপেক্ষ, সেজন্যই পদের বদলে বর্ণপ্রতীকের ব্যবহার প্রাচীন ও নব্য উভয় ন্যায়শাস্ত্রেই বিহিত। সব বিজ্ঞানকেই ন্যায়বিধি মেনে চলতে হয় বলেই ন্যায়শাস্ত্রকে সব বিজ্ঞানের সেরা বিজ্ঞান বলা হয়। অন্যভাবে বলা যায়, ন্যায়বিধি বিষয়বস্তু নিরপেক্ষভাবে সব ন্যায়ে সমানভাবে প্রযোজ্য, সব বিজ্ঞানকেই ন্যায় রচনা করে তবেই তার বিশেষ সিদ্ধান্ত প্রমাণ করতে হয়, সুতরাং ন্যায়শাস্ত্র সব বিজ্ঞানের সেরা বিজ্ঞান।

## 1.7 ন্যায়[1] ও মনোবিদ্যা

অনুমানক্রিয়া ও বচন সমষ্টিতে তার প্রকাশ দুই-ই মনের ক্রিয়া, এবং মনের সর্বপ্রকার ক্রিয়া মনোবিদ্যার আলোচ্য বিষয়। কিন্তু মনোবিজ্ঞানী যখন এগুলো আলোচনা করবেন, তখন তিনি দেখবেন, এগুলো অত্যন্ত জটিল, প্রক্ষোভমিশ্রিত, বহুক্ষেত্রে অবান্তর, বিপথগামী, অবচেতন মনের ক্রিয়া দ্বারা প্রভাবিত। এত জটিলতার মধ্যে যদি কোন নিয়ম, কোন শৃঙ্খলা দেখা যায়, তবে সেগুলোকে সূত্রবদ্ধ করাও মনোবিদ্যার কাজ।

1 ন্যায়শাস্ত্রকে সংক্ষেপে ন্যায়ও বলা হয়। এখন থেকে যেখানে ভ্রান্তির সম্ভাবনা থাকবে না সেখানে "ন্যায়শাস্ত্রের" স্থানে আমরা "ন্যায়" শব্দটিই ব্যবহার করব।

বৈধ অনুমান ক্রিয়ার মত অবৈধ অনুমান ক্রিয়ার মধ্যেও নিয়ম দেখা যেতে পারে, যেমন মাধ্যমানুমানে হেতুপদ অব্যাপ্য থাকলেও পক্ষ ও সাধ্যের মধ্যে একটা সম্বন্ধ স্থাপন করার প্রবণতা অনেকের মধ্যেই দেখা যায়। কোন কোন সময় অর্ন্তদৃষ্টির ঝলক আসে, যার মধ্যে কোন নিয়ম আবিষ্কার করা দু:সাধ্য। মনোবিজ্ঞানীর কাছে এই সব ব্যাপার খুবই আকর্ষণীয়, নৈয়ায়িকের কাছে নিতান্তই অবান্তর। মনের মধ্যে অনুমানক্রিয়া যেভাবে ঘটে তা মনোবিদ্যার আলোচ্য, ক্রিয়াটি সম্পূর্ণ হলে তার ফলের বৈধতা অবৈধতা ন্যায়ের আলোচ্য। এই বৈধতা অবৈধতার পার্থক্য একান্তভাবে নৈয়ায়িক, মনোবিজ্ঞানীর দৃষ্টিভঙ্গী থেকে মনোবিদ্যায় এই পার্থক্য করাই যায় না। নৈয়ায়িকের প্রশ্ন, সম্পূর্ণ ন্যায়টি বৈধ কি অবৈধ।

আর একভাবে বলা যায়, মনোবিদ্যা বর্ণনামূলক বিজ্ঞান, মনের সর্বপ্রকার ক্রিয়ার বর্ণনা দেওয়া এবং যে যে প্রাকৃতিক নিয়মে এই ক্রিয়াগুলো ঘটছে সেগুলো আবিষ্কার করা মনোবিদ্যার কাজ। ন্যায় আদর্শনিষ্ঠ বিজ্ঞান, ন্যায়াদর্শ কিঁ, ন্যায় বৈধ হতে হলে তার আকার কি হওয়া উচিত, নানাবিধ ন্যায় বিশ্লেষণ করে সেটি বলে দেওয়া ন্যায়ের কাজ। অনুমানের বিষয়বস্তু মনোবিদ্যার কাছে অপ্রয়োজনীয় নয়, কিন্তু ন্যায়ের কাছে অপ্রয়োজনীয়।

অবশ্য এক অর্থে ন্যায়কেও বর্ণনামূলক বিজ্ঞান বলা চলে। অনুমান যখন ন্যায়বিধি সম্মত হয়, এবং বৈধ ন্যায়ের আকারে অনুমানটি প্রকাশ করা হয়, তখন সেই বৈধ আকারটির বর্ণনা দেওয়া ন্যায়শাস্ত্রের কাজ। কিন্তু অবৈধ ন্যায় আমরা কখনও কখনও কেন গঠন করি, তার কারণ নির্ণয় করা মনোবিদ্যার কাজ, ন্যায়শাস্ত্রের নয়।

## 1.8 প্রতীকী ন্যায়

নব্য ন্যায়কে প্রতীকী ন্যায়ও বলা হয়। অবশ্য প্রতীক ব্যবহার নব্য ন্যায়ের আবিষ্কার নয়, 1.4 অনুচ্ছেদে প্রাচীন ন্যায়েই আমরা প্রতীক রচিত বচন ও ন্যায়ের দৃষ্টান্ত দেখেছি। 1.5 অনুচ্ছেদে রাসেলের উধৃতি থেকে স্পষ্ট বোঝা যায়, ন্যায়াকারটি পৃথকভাবে বোঝাতে গেলে প্রতীক ব্যবহারই শ্রেষ্ঠ উপায়, কারণ ন্যায়ের বৈধতা বিচারে পদের ব্যবহার বা অর্থবোধ অপ্রয়োজনীয় তো বটেই, অনেক সময় বাধাও সৃষ্টি করে।

এ ছাড়াও প্রতীক ব্যবহারের উপযোগিতা সম্বন্ধে আরও যুক্তি দেওয়া যায়। আমরা অবশ্য বচন ও ন্যায় রচনায় সাধারণ ভাষাই ব্যবহার করে থাকি, কিন্তু ন্যায়শাস্ত্রের উদ্দেশ্যসাধনে সাধারণ ভাষা অনেক সময়ই বিভ্রান্তিজনক। 1.4 অনুচ্ছেদে তার দৃষ্টান্ত আমরা পেয়েছি। ধরুন "কিন্তু" শব্দটি, এবং এর প্রয়োগের দুটি দৃষ্টান্ত :

- "চেহারাখানা তার ভালোই, কিন্তু আরও ভালো করবার মহার্ঘ সাধনায় তার আয়নার টেবিল প্যারিসীয় বিলাসবৈচিত্র্যে ভারাক্রান্ত।"

  "সিগারেট টানতে আর মাথা ঘোরে না, কিন্তু পান খাবার আসক্তি এখনও প্রবল।"

দুটিই যৌগিক বাক্য, দুটিতেই কিন্তু সংযোজকের কাজ করছে, কিন্তু দ্বিতীয় বাক্যের "কিন্তু" দুটি আপাতবিরোধী ভাবের সংযোগসাধন করছে, যেন যে মেয়ে সিগারেট খায় তার আর পানে আসক্তি থাকার কথা নয়। প্রথম বাক্যের "কিন্তু" দ্বারা সংযুক্ত সরল বাক্য দুটির ভাবের মধ্যে কোন আপাতবিরোধিতা বোঝায় না। সাধারণতঃ আপাতবিরোধী মত বা ভাব উত্থাপনের উদ্দেশ্যেই "কিন্তু" শব্দটি প্রয়োগ করা হয়। যেমন,

সে বুদ্ধিমান, কিন্তু অলস।

এর থেকে কেউ যদি মনে করেন, "কিন্তু" শব্দের দ্বিতীয় ব্যবহারই সমীচীন, সুতরাং প্রথম বাক্যে "কিন্তু" শব্দের প্রয়োগের দ্বারা লেখক ভালো চেহারার লোকের প্রসাধন করাকে আপাতবিরোধী আচরণ বলেছেন, তবে তিনি ভুল করবেন। সাধারণ ভাষায় লক্ষণা, ব্যঞ্জনা ইত্যাদির সাহায্যে ভাবার্থ বুঝতে হয়, কিন্তু ন্যায়ের পক্ষে এটা অসুবিধা-জনক। সাধারণ ভাষায় অলঙ্কার প্রয়োগ ভাষার প্রসাধনেরই মত, কিন্তু অনেক জননেতার মুখেই তা দুর্বল যুক্তিকে জোরদার করে তোলবার প্রয়াস মাত্র, অনেক কুরূপ যেমন প্রসাধনের দ্বারা নিজেকে সুরূপ দেখাবার প্রয়াস পান। পরবর্তী অধ্যায়ে আমরা দেখব, "কিন্তু"-র মত কতগুলো বিশেষ শব্দ ন্যায়ের আলোচনার ভিত্তিস্বরূপ। সুতরাং এগুলোর অর্থ নির্দিষ্ট করে না দিলে ন্যায়ের আলোচনা উদ্দিষ্ট পথে চলতে পারবে না। এই ধরণের শব্দের জন্যও ন্যায় প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করে থাকে, এবং সংজ্ঞা দ্বারা তার অর্থ নির্দিষ্ট করে দেয়, উদ্দেশ্য, যাতে আকারটি পৃথক করে বুঝতে কোন অসুবিধা না হয়, যাতে ভাবানুষঙ্গ দ্বারা [illegible]

ভিন্ন পথে চালিত না হয়। প্রতীক ব্যবহার দ্বারাই ন্যায় আকার বিষয়ে স্পষ্ট ও বিশদ আলোচনা করতে পারে।

বস্তুতঃ, প্রতীক ব্যবহার যে কোন বিজ্ঞানের পক্ষে অপরিহার্য। বৃত্তের ক্ষেত্রফল জ্যামিতিতে $\pi r^2$ প্রতীকটি দ্বারা বোঝানো হয়। $\pi$ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত, $r$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ। যদি আমাদের সব সময় বলতে হত, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = বৃত্তটির পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত ও তার ব্যাসার্ধের বর্গের গুণফল, তাহলে অযথা সময় নষ্ট হত, শব্দবাহুল্যের ফলে অর্থবোধে বিঘ্ন ঘটত। বীজগণিতের

$a$ ও $b$ ধনপূর্ণ সংখ্যা হলে এবং $a > b$ হলে,

$$\left(1+\frac{x}{a}\right)^a > \left(1+\frac{x}{b}\right)^b$$

সূত্রটিকে ভাষায় প্রকাশ করার চেষ্টা করলেই বোঝা যাবে, শব্দবাহুল্য মনঃসংযোগ ও অর্থবোধের সম্পূর্ণ পরিপন্থী। কিন্তু যে কেউ প্রাথমিক বীজগণিত করেছে তার কাছে সূত্রটির অর্থ পরিষ্কার। এই গ্রন্থের মধ্যভাগে আমরা এই ন্যায়বিধিটি পাব :

$$[(p \supset q) . (q \supset r)] \supset (p \supset r)$$

খৃষ্টপূর্ব চতুর্থ শতাব্দীতেই ষ্টোয়িকরা বিধিটি জানতেন, কিন্তু তাঁরা এটিকে এভাবে প্রকাশ করেছেন :

যদি, যদি প্রথম তবে দ্বিতীয়
এবং যদি দ্বিতীয় তবে তৃতীয়,
তবে, যদি প্রথম তবে তৃতীয়।

যদি এর পরও বীজগণিতের সূত্রের মত করে লেখা বিধিটি দেখে আপনি অস্বাচ্ছন্দ্য অনুভব করেন, তবে এই বই আপনারই জন্য। এই বইয়ে ন্যায়ের যে অংশ আলোচিত হবে, তার সাধনপ্রণালী শুধু 1 ও 0 এই দুটি অঙ্ক দিয়ে গঠিত রাশির যোগবিয়োগের মত কঠিন।

হোয়াইটহেডের কথায়, প্রতীক ব্যবহার করলে আমরা অনেক ক্ষেত্রেই মগজ না খাটিয়ে শুধু চোখ দিয়ে অবরোহণের ধাপে ধাপে অগ্রসর হতে পারি। ন্যায়শাস্ত্রেও প্রতীকের ব্যবহার একই উদ্দেশ্যে করা হয়ে থাকে। আগেই বলা হয়েছে, প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রেও প্রতীকের ব্যবহার ছিল, নব্যন্যায় তাকে আরও সুসংবদ্ধ করেছে এবং অনেক নূতন ধরণের প্রতীক ব্যবহার করছে। এর ফলে নব্যন্যায়ের হাতে

এমন শক্তিশালী এক সাধনী এসেছে যে অনেক দীর্ঘ ও দুরূহ ন্যায়ের বিশ্লেষণ ও বিচার এর দ্বারা সহজ হয়ে গেছে যা প্রাচীন ন্যায়ের পক্ষে সম্ভব ছিল না। নীচের ন্যায়টি দেখুন:

> যদি আমি রাজা ডান বা বাঁ দিকের ঘরে চালি, তবে নৌকা চালতে পারব না। যদি নৌকা না চালতে পারি, তবে পাঁচ চালে জিততে পারব না। আবার, যদি রাজাকে ডান বা বাঁ কোন ঘরেই চালতে না পারি, তবে যদি প্রতিদ্বন্দ্বী আমাকে হারাতে পারে, তবে তার একটা পরিকল্পনা থাকবেই। সুতরাং, যদি প্রতিদ্বন্দ্বী আমাকে হারাতে পারে এবং তার কোন পরিকল্পনা না থাকে, তবে আমি পাঁচ চালে জিততে পারব না।

এই ন্যায়টির গঠন এত জটিল যে বার বার পড়েও এটি বৈধ কি অবৈধ তা বোঝা যাচ্ছে না। কিন্তু প্রতীক ব্যবহারের দ্বারা এই সব জটিল ন্যায়ের আকারও খুব সহজে প্রকাশ করা যায় এবং বৈধতা পরীক্ষা করা যায়। প্রতীক ব্যবহারের ব্যাপারে নব্যন্যায়কে প্রাচীন ন্যায়ের সম্প্রসারণ মাত্র বলা চলে, এদের মধ্যে কোন নীতিগত বিরোধ নেই। কিন্তু এই সম্প্রসারণ এত যুগান্তকারী হয়েছে যে আগে যে সব অনুমানকে ন্যায়াকারে প্রকাশ করতে অনেক কসরৎ করতে হত বা করা যেতই না, এখন সেগুলোরও আকার নিষ্কাশন ও পরীক্ষা সম্ভব হয়েছে। প্রতীক ব্যবহার অবরোহণ পদ্ধতিকে অমিত শক্তিশালী করেছে, বহু-বিস্তীর্ণ ক্ষেত্রে প্রয়োগযোগ্য সামান্যীকৃত সূত্রাবলী দিয়েছে।

এখানে একটা আপত্তি উঠতে পারে যে আমরা সাধারণ ভাষাকে অস্পষ্টার্থক, বিভ্রান্তিকর বলেও ন্যায়শাস্ত্রের আলোচনায় সাধারণ ভাষাই ব্যবহার করে যাচ্ছি। এতে অস্বাভাবিকত্ব কিছুই নেই। দাবা ও ব্রীজ খেলার নিয়মগুলোর কথা ভাবুন। যে কোন সাধারণ ভাষার ব্যাকরণের নিয়মের চেয়ে এগুলো অনেকবেশী স্পষ্ট, দ্ব্যর্থহীন, অথচ সাধারণ ভাষায়ই রচিত। ঠিক তেমনি আমরা সাধারণ ভাষা ব্যবহার করেই ন্যায়ের জন্য একটি বিশেষ ভাষা তৈরী করব, যা স্পষ্টার্থক, দ্ব্যর্থহীন হবে। যেখানে সাধারণ ভাষার কোন শব্দ ন্যায়ে গুরুত্বপূর্ণ বলে বিবেচিত হবে, সেখানে যদি সাধারণ ভাষায় তার অর্থের মধ্যে কোন অস্পষ্টতা বা দ্ব্যর্থকতা থাকে, তবে একটা সংজ্ঞা দিয়ে তার অর্থ নির্দিষ্ট করে দেব,

এবং তার বদলে একটা বর্ণপ্রতীক বা অন্য কোন চিহ্ন ব্যবহার করব। সাধারণ ভাষায় ব্যবহৃত শব্দের নানাবিধ দ্যোতনা থাকে, নানাপ্রকার ভাবানুষঙ্গ এসে মনকে দূরে নিয়ে যায়, তাই এই ব্যবস্থা। মনে রাখতে হবে, বর্ণ, শব্দ দুই-ই প্রতীক, শুধু বর্ণপ্রতীক ব্যবহার করে একটি বাক্য লিখলে তাও একটা বিশেষ ভাষারই হবে, সেটা বিজ্ঞান, গণিত বা ন্যায়ের ভাষা। ন্যায়ের বিশেষ ভাষাটি তৈরী করতে আমরা খেলার নিয়ম তৈরী করার পদ্ধতিই অবলম্বন করব, যেন আমরা কতগুলো বর্ণ ও চিহ্ন নিয়ে খেলব। দাবা খেলায় যেমন কোন্ ঘুঁটি কি ভাবে চালা যাবে, কি ভাবে যাবে না, তার নিয়ম বিধিবদ্ধ থাকে, ন্যায়েও তেমনি কোন্ বর্ণ বা চিহ্ন কি ভাবে ব্যবহার করা যাবে, কি ভাবে যাবে না, তা বিধিবদ্ধ করব, অর্থাৎ এগুলোর ব্যবহার রীতি নির্দিষ্ট করে দেব। কিন্তু খেলার নিয়মের মধ্যে যে বাধ্যবাধকতার অভাব আছে, ন্যায়ের ভাষা ব্যবহার রীতি তেমন নয়। দাবা খেলায় নৌকাকে হাতীর মত কোণাকুণি এবং হাতীকে নৌকার মত সোজা চালাবার নিয়ম করলে কোন আপত্তি হতে পারে না, শুধু খেলার ধরনটা পালটে যাবে। কিন্তু ন্যায়ে ভাষা ব্যবহার রীতি এরকম স্বেচ্ছামূলক নয়। ন্যায়ে সাধারণ ভাষা ব্যবহার রীতির ব্যতিক্রম কেবল তখনই করা হয়, যখন দেখা যায় এই রীতিতে বিশৃঙ্খলা ও বিভ্রান্তি আসতে পারে। যেখানে কোন শব্দের একাধিক অর্থে ব্যবহার দেখা যায়, সেখানে ন্যায় শব্দটির প্রধান অর্থটি সুস্পষ্টভাবে নির্দিষ্ট করে দেয়। সাধারণ ভাষার ব্যবহার-রীতিকে স্পষ্ট, দ্ব্যর্থহীন করাই ন্যায়ের উদ্দেশ্য, তা না হলে অনুমানের বৈধতা বিচার নিরর্থক হয়। শুধু বর্ণপ্রতীক দ্বারা গঠিত ন্যায়ই নয়, সাধারণ ভাষায় রচিত ন্যায়ও ন্যায়শাস্ত্রের বিবেচ্য।

## 1.9 বাচনিক ন্যায়

যে প্রাচীন ন্যায়ের সঙ্গে আমরা পরিচিত, তার সুগঠিত রূপ প্রথম দেন এরিষ্টট্ল্। তাঁর "পূর্ববর্তী বিশ্লেষিকা"[1] গ্রন্থে তিনি বলেন, প্রদত্ত কয়েকটি বচন থেকে আর একটি বচন অনিবার্যভাবে নিঃসৃত হলে তাকে ন্যায় বলে। আমরা ন্যায়ের যে সংজ্ঞা দিয়েছি তার সঙ্গে এর কোন প্রভেদ নেই। কিন্তু যখন তিনি ন্যায়ের আলোচনায় প্রবৃত্ত হলেন, তখন অধিকাংশ ক্ষেত্রে কেবল বিশিষ্ট ও সামান্য বচনকেই ন্যায়ের যুক্তিবচন

1 Prior Analytics

ও সিদ্ধান্ত হিসেবে ব্যবহার করলেন। তখন তিনি বললেন, যে অনুমানে দুটি যুক্তিবচনে একটি মধ্যপদের সাহায্যে অন্য দুটি পদকে সম্বন্ধিত করে সিদ্ধান্ত নিঃসৃত হয়, তাকে ন্যায় বলে। এই জন্যই এই প্রকার ন্যায়কে মাধ্যমানুমান বলা হয়। এই সঙ্কীর্ণতর অর্থে

যদি বৃষ্টি হয়, তবে মাটি ভিজবে,
বৃষ্টি হবে,

∴ মাটি ভিজবে।

এই অনুমানটি, বা যৌগিক বচন দ্বারা গঠিত কোন অনুমানই ন্যায় হবে না।

এরিষ্টটলের পরবর্তী নৈয়ায়িকেরা, কোন কোন স্থলে এরিষ্টটলেরই কোন ইঙ্গিত অনুসরণ করে, মিশ্র ন্যায়ের আলোচনা করেছেন, যাতে যুক্তিবচন বা সিদ্ধান্ত যৌগিক বচন হতে পারে।[1] চতুর্দশ শতাব্দী পর্যন্ত এরিষ্টটলীয় ন্যায়ের বিশ্লেষণ ও সম্প্রসারণ চলে। কিন্তু এই প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রে সর্বপ্রকার ন্যায়ের আলোচনা নেই। 1.1 অনুচ্ছেদের (4) ও (5) ন্যায়ের বা 1.8 অনুচ্ছেদের দাবাখেলা বিষয়ক ন্যায়টির বিচার প্রাচীন ন্যায়শাস্ত্রের সাহায্যে করা যাবে না। আমরা ন্যায়শাস্ত্রের যে সংজ্ঞা দিয়েছি তাতে সচরাচর করা হয় এমন যে কোন ন্যায়ের আকার নির্ণয় ও বিচার ন্যায়শাস্ত্রে সম্ভব হওয়া উচিত। এই দিক থেকে নব্য ন্যায় ন্যায়শাস্ত্রের পরিধিকে অনেক সম্প্রসারিত করেছে।

নব্যন্যায় সাধারণতঃ যে ন্যায়ে যুক্তিবচন বা সিদ্ধান্ত বা দুই-ই যৌগিক বচন হতে পারে, যে ন্যায়ের বৈধতা শুধু বচন সংযোজনের প্রকৃতি থেকেই নির্ণয় করা যায়, সেই ধরণের ন্যায়ের আলোচনা দিয়ে শুরু করে। তার কারণ, এই ধরণের ন্যায়ের আকার ও বিধি অন্য সর্বপ্রকার ন্যায়ের আলোচনার ভিত্তিস্বরূপ। ন্যায়শাস্ত্রের এই অংশকে বাচনিক ন্যায় বলে। প্রাচীন ন্যায়ে যাকে মাধ্যমানুমান বলা হয়, যার আকার BARBARA, CELARENT, ইত্যাদি স্মৃতি সহায়ক শব্দ দ্বারা সূচিত করা হয়, তা বাচনিক ন্যায়ের অন্তর্গত নয়, কারণ তার বিচার বচনের আভ্যন্তরীণ গঠনের বিশ্লেষণের উপর নির্ভর করে।

এই গ্রন্থে প্রধানত বাচনিক ন্যায়ের আলোচনা করব।

---

1 The Development of Logic, William and Martha Kneale, OUP, p 67 f, p 105 f.

# দ্বিতীয় অধ্যায়

## যৌগিক বচন

### 2.1 সরল ও যৌগিক বচন ঃ

বচন দুই প্রকার, সরল ও যৌগিক। যে বচনের অংশ বা উপাদান হিসেবে অন্য বচন নেই, তাকে সরল বচন বলা হয়, যে বচন গঠনে একাধিক সরল বচন অংশ বা উপাদান হিসেবে ব্যবহৃত হয়, তাকে যৌগিক বচন বলে। যৌগিক বচনে সংযোজকের সাহায্যে উপাদান বচন-গুলোকে সংযুক্ত করা হয়।

(ক) তিনি পায়চারী করছেন এবং নানা কথা ভাবছেন।

(খ) "আমি চোখ বুজে আনন্দে আমার নিজের মধ্যে প্রবেশ করে বসে থাকতুম এবং সেইখান থেকে নেশার ঝোঁকে স্বগত উক্তি প্রয়োগ করতুম।"

(গ) তিনি আসবেন বা একটা খবর পাঠাবেন।

প্রথম দুটি বচনে "এবং" এবং তৃতীয় বচনে "বা" শব্দ সংযোজকের কাজ করছে। (ক) বচনটি যৌগিক বচন,

(ক) (1) তিনি পায়চারী করছেন,

(ক) (2) তিনি নানা কথা ভাবছেন,

এই দুটি সরল বচন দ্বারা গঠিত। (খ) বচনটি

(খ) (1) আমি চোখ বুজে আনন্দে আমার নিজের মধ্যে প্রবেশ করে বসে থাকতুম,

(খ) (2) আমি সেইখান থেকে নেশার ঝোঁকে স্বগত উক্তি প্রয়োগ করতুম,

এবং (গ) বচনটি

(গ) (1) তিনি আসবেন,

(গ) (2) তিনি একটা খবর পাঠাবেন,

সরল বচন দুটি দ্বারা গঠিত। যৌগিক বচনের উপাদান হিসেবে যখন কোন সরল বচন ব্যবহৃত হয়, তখন তাকে সরল উপাদান বচন বা সংক্ষেপে উপাদান বচন বলা হয়। একই বচনে একাধিক সংযোজক থাকতে পারে, এবং উপাদান বচন নিজেও যৌগিক হতে পারে।

সে পাটনা বা দিল্লী যাবে, এবং ব্যবসা শুরু করবে।

যতিচিহ্ন দ্বারা বোঝা যাচ্ছে, বচনটির মূল সংযোজক "এবং" উপাদান বচন দুটি,

সে পাটনা বা দিল্লী যাবে,
সে ব্যবসা শুরু করবে।

প্রথম উপাদান বচনটি নিজেই একটি যৌগিক বচন, যার দুটি সরল উপাদান বচন,

সে পাটনা যাবে,
সে দিল্লী যাবে।

## 2.2 সংযোজক

**2.1** অনচ্ছেদে আমরা দুটি সংযোজকের দৃষ্টান্ত দেখেছি। সাধারণ ভাষায় আর এক প্রকার সংযোজকের ব্যবহার আছে।

(ঘ) তিনি বললেন যে অক্সিজেনের চেয়ে নাইট্রোজেন ভারী।
(ঙ) আমি বিশ্বাস করি যে, আমাদের ছায়াপথে আরও জীব-অধ্যুষিত গ্রহ আছে।

বচন দুটিতে "যে" সংযোজকের কাজ করছে।

সংযুক্ত উপাদান বচন গুলো হচ্ছে,

(ঘ) (1) তিনি বললেন,
(ঘ) (2) অক্সিজেনের চেয়ে নাইট্রোজেন ভারী।
(ঙ) (1) আমি বিশ্বাস করি,
(ঙ) (2) আমাদের ছায়াপথে আরও জীব-অধ্যুষিত গ্রহ আছে।

কিন্তু "এবং" বা "বা" সংযোজক, এবং "যে" সংযোজকের মধ্যে পার্থক্য আছে।

আমরা জানি, একমাত্র বচনই সত্য বা মিথ্যা হতে পারে, অর্থাৎ বচনমাত্রেরই সত্য-মিথ্যা সম্ভাবনা আছে। সত্যতা বা মিথ্যাত্ব বচনের মান। কোন বচন সত্য হলে তার মান সত্য, মিথ্যা হলে তার মান

মিথ্যা। কোন বিশেষ বচনের সত্যতা বা মিথ্যাত্ব নিরূপণ করা বা জানার সঙ্গে অবশ্য ন্যায়ের কোন সম্পর্ক নেই। কোন্ বচন সত্য কোন্ বচন মিথ্যা, তা আমরা নাও জানতে পারি। বচনের সত্য- বা মিথ্যা-যোগ্যতাই একমাত্র ন্যায়ের বিবেচ্য। (ঙ) (2) বচনটি সত্য কি মিথ্যা আমরা জানি না। এটি সত্যও হতে পারে, মিথ্যাও হতে পারে। বলা যেতে পারে, বচনমাত্রই সত্যার্থী। ন্যায়ের কাছে কোন বিশেষ বচনের সত্যতা বা মিথ্যাত্ব প্রয়োজনীয় নয়, প্রয়োজনীয় শুধু তার সত্য- বা মিথ্যা-যোগ্যতাই বা সত্য-মিথ্যা সম্ভাবনা।

যে যৌগিক বচনের সত্যতা বা মিথ্যাত্ব কেবলমাত্র তার সরল উপাদান বচনের সত্যতা বা মিথ্যাত্ব ছাড়া আর কিছুরই উপর নির্ভর করে না, তাকে সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচন, সংক্ষেপে সত্যাপেক্ষক বা অপেক্ষক বলে, এবং তার সংযোজককে সত্যাপেক্ষ সংযোজক বলে। 2.1 অনুচ্ছেদের (ক), (খ) ও (গ) বচন সত্যাপেক্ষক।

(ক) তিনি পায়চারী করছেন এবং নানা কথা ভাবছেন,

বচনের সত্যতা

(ক) (1) তিনি পায়চারী করছেন,
(ক) (2) তিনি নানা কথা ভাবছেন,

উভয় উপাদান বচনের সত্যতার উপর নির্ভর করে। তেম্নি, (খ) বচনের সত্যতা (খ) (1) ও (খ) (2) উভয় উপাদান বচনের সত্যতার উপর নির্ভর করে। উভয় উপাদান বচন সত্য না হলে (ক) ও (খ) বচন মিথ্যা হবে।

(গ) তিনি আসবেন বা একটা খবর পাঠাবেন,

বচনের সত্যতা

(গ) (1) তিনি আসবেন,
(গ) (2) তিনি একটা খবর পাঠাবেন,

এর যে কোন একটি উপাদান বচনের সত্যতার উপর নির্ভর করে। উভয় উপাদান বচন মিথ্যা হলে (গ) বচন মিথ্যা হবে। ঐ শর্ত ছাড়া (ক), (খ) ও (গ) বচনের সত্যতা বা মিথ্যাত্ব অন্য কোন শর্তের উপর নির্ভরশীল নয়। কিন্তু এই অনুচ্ছেদের (ঘ) ও (ঙ) বচনের সত্যমিথ্যাত্ব উপাদান বচনের সত্যমিথ্যাত্বের উপর নির্ভর করে না।

(ঘ) তিনি বললেন যে অক্সিজেনের চেয়ে নাইট্রোজেন ভারী,

বচনের সত্যতা বা মিথ্যাত্ব

(ঘ) (2) অক্সিজেনের চেয়ে নাইট্রোজেন ভারী,

বচনের সত্যমিথ্যাত্বের উপর নির্ভর করে না। বস্তুতঃ, (ঘ) (2) বচন মিথ্যা, কিন্তু যদি (ঘ) (2) বচনের স্থলে

নাইট্রোজেনের চেয়ে অক্সিজেন ভারী

বচনটি সংস্থাপন করি, তবু তার দ্বারা (ঘ) বচনের সত্যতা নিরূপিত হয় না।

(ঙ) (2) আমাদের ছায়াপথে আরও জীব-অধ্যুষিত গ্রহ আছে,

বচনের সত্যমিথ্যাত্ব অজ্ঞাত, এটি সত্য বা মিথ্যা যাই হোক না কেন, তার দ্বারা

(ঙ) আমি বিশ্বাস করি যে আমাদের ছায়াপথে আরও জীব-অধ্যুষিত গ্রহ আছে,

বচনের সত্যমিথ্যাত্ব নিরূপিত হয় না। এককথায়, যৌগিক বচন হিসেবে (ঘ) ও (ঙ) বচনের সত্যমিথ্যাত্ব (ঘ) (2) ও (ঙ) (2) বচনের সত্য-মিথ্যাত্বের উপর নির্ভর করে না।

"যাতে", "কারণ", সংযোজকগুলোও একই রকমের।

(চ) তিনি ছুটে বেরিয়ে গেলেন যাতে ট্রেনটি ধরতে পারেন।

(ছ) তিনি ডিম খান না, কারণ তাঁর ডিমে এলার্জি আছে।

(চ) বচনের সত্যতা তাঁর ট্রেন ধরতে পারা বা না পারার উপর নির্ভর করে না, (ছ) বচনের সত্যতা তাঁর ডিমে এলার্জি থাকা বা না থাকার উপর নির্ভর করে না।

কোন যৌগিক বচনের সত্যমিথ্যাত্ব উপাদান বচনের সত্যমিথ্যাত্বের উপর নির্ভরশীল না হলে বচনটি সত্যাপেক্ষক নয়, এবং তার সংযোজক ও সত্যাপেক্ষ নয়। বচনের মধ্যে যেগুলো সত্যাপেক্ষক ও সংযোজকের মধ্যে যেগুলো সত্যাপেক্ষ, কেবল সেগুলোই ন্যায়ে আলোচ্য।

কোন কোন স্থলে সংযোজক উহ্য রেখেও যৌগিক বচন গঠন করা হয়, যেমন,

"এ ঘর থেকে ও ঘরে পায়চারী করে বেড়াতে লাগলুম—অন্ধকার হয়ে এসেছে, গড়্ গড়্ শব্দে মেঘ ডাকছে, বিদ্যুতের উপর বিদ্যুৎ, হু হু করে এক একটা বাতাসের দমকা আসছে আর আমাদের বারান্দার সামনে বড়ো নিচুগাছটার ঘাড় ধরে যেন তার দাড়ি-শুদ্ধ মাথাটা নাড়িয়ে দিচ্ছে—দেখতে দেখতে বৃষ্টির জলে আমাদের শুকনো খালটা প্রায় পূরে এল।"

এই যৌগিক বচনটিতে সাতটি (1+5+1) সরল বচন আছে, সংযোজক ব্যবহার করা হয়েছে মাত্র একটি, "আর", যার অর্থ "এবং"।

ন্যায়ে চার প্রকারের সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচনকে মুখ্যরূপে স্বীকার করা হয়, সংযৌগিক, বৈকল্পিক, নিষেধক ও প্রাকল্পিক। তদনুযায়ী মুখ্য সংযোজকও চার প্রকারের।

## 2.3 গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ

বর্ণ প্রতীকের কথা আগেই বলা হয়েছে। "সব S (হয়) P" বচনাকারে **S** ও **P** বর্ণদ্বয় যথাক্রমে উদ্দেশ্যপদ ও বিধেয়পদের প্রতীক। গণিতে প্রতীক ব্যবহারের সঙ্গে আমরা সুপরিচিত।

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

সূত্রটিতে $a$ ও $b$ যে কোন সংখ্যার প্রতীক। ন্যায়ে বচনের প্রতীক হিসেবে ইংরেজী বর্ণমালার ছোট হাতের $p, q, r \ldots.$ বর্ণগুলো ব্যবহার করা হয়। পরবর্তী অনুচ্ছেদ থেকে দেখা যাবে, সংযোজকের জন্যও প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়।

সংযোজকপ্রতীক চিহ্ন ও বচনপ্রতীক বর্ণের মধ্যে পার্থক্য আছে। সংযোজকের ক্রিয়া নির্দিষ্ট, কোন বিশেষভাবে একাধিক বচনের সংযোজন করা (পরবর্তী অনুচ্ছেদে দ্রষ্টব্য)। সংযোজকপ্রতীক আকার জ্ঞাপক, তাই সংযোজকপ্রতীককে ন্যায়-ধ্রুবক বলা হয়। কিন্তু বচনপ্রতীক একটি গ্রাহকপ্রতীক। যে প্রতীক বর্ণের স্থানে কোন বিশেষ শ্রেণীর কোন কিছু সংস্থাপনীয়, তাকে গ্রাহকপ্রতীক বলে, এবং তার স্থানে যা সংস্থাপনীয় তাকে গ্রাহকপ্রতীকের মান[1] বলে। গণিতে $a, b, \ldots.$

1 এখানে "মান" শব্দটি 2.2 অনুচ্ছেদের বচনের মান থেকে ভিন্ন অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে। গ্রাহকপ্রতীকের স্থানে যা সংস্থাপনীয় তাই গ্রাহকপ্রতীকের মান। বচনের "মান" অর্থ বচনের সত্যমান বা মিথ্যামান। যে কোন বচন নিজে বচন-গ্রাহকপ্রতীকের মান।

সংখ্যাগ্রাহক প্রতীক বর্ণ, তাদের স্থানে যে কোন সংখ্যা সংস্থাপনীয়, ন্যায়ে $p, q, r, \ldots$ বচনগ্রাহকপ্রতীক বর্ণ, তাদের স্থানে যে কোন বচন সংস্থাপনীয়। বচনগ্রাহক প্রতীক সংখ্যাগ্রাহকপ্রতীকের সমতুল্য। সংযোজকপ্রতীক চিহ্ন গণিতের $a+b$, $a \times b$ রাশিগুলোর "+", "×", ক্রিয়াসূচক চিহ্নের সমতুল্য। এদের ক্রিয়া দুইপার্শ্বে অবস্থিত সংখ্যাগ্রাহক প্রতীকের মানের উপর নির্দিষ্ট ক্রিয়া সম্পাদন করা।

বচনগ্রাহকপ্রতীক বর্ণ কেবল বচনকেই মান হিসেবে গ্রহণ করবে, সংখ্যাগ্রাহকপ্রতীক বর্ণ কেবল সংখ্যাকেই মান হিসেবে গ্রহণ করবে। বিভিন্ন প্রকারের গ্রাহকপ্রতীক বিভিন্ন প্রকারের মান গ্রহণ করে। কোন্ গ্রাহকপ্রতীক কি মান গ্রহণ করবে তা প্রসঙ্গতঃ ধর্তব্য। যদি লিখি,

(ক) $10 > x > 8$,

তবে পরিষ্কার বোঝা যায়, $x$ সংখ্যাগ্রাহকপ্রতীক রূপে ব্যবহৃত হয়েছে। যদি লিখি,

(খ) $x$ ( হয় ) একজন মানুষ,

তবে বুঝতে হবে $x$ একটি ব্যক্তিনামগ্রাহকপ্রতীকরূপে ব্যবহৃত হয়েছে। (ক) সূত্রে $x$ এর স্থানে ব্যক্তিনাম বা (খ) সূত্রে $x$ এর স্থানে সংখ্যা বা বচন সংস্থাপন করলে অর্থহীন বচন তৈরী হবে। (ক) সূত্রে $x$ এর স্থানে 9 সংস্থাপন করলে বচনটি সত্য হবে, 11 সংস্থাপন করলে বচনটি মিথ্যা হবে। (খ) সূত্রে $x$ এর স্থানে "সক্রেটিস" সংস্থাপন করলে বচনটি সত্য হবে, "মহাদেব" সংস্থাপন করলে বচনটি মিথ্যা হবে। সাধারণতঃ গ্রাহকপ্রতীককে অজ্ঞাতমান বলা হয়, তার অর্থ এই যে সে কোন্ মান গ্রহণ করবে তা অজ্ঞাত, সে কী মান অর্থাৎ কি প্রকারের মান গ্রহণ করবে তা অজ্ঞাত নয়।

## 2.4 সংযৌগিক অপেক্ষক

"এবং" শব্দটি একটি সত্যাপেক্ষ সংযোজক। "ও", "আর", শব্দগুলো "এবং" অর্থ বহন করে।

(ক) তিনি আসবেন এবং আমি তাঁর সঙ্গে যাব,

এই যৌগিক বচনটি

(ক) (1) তিনি আসবেন,

(ক) (2) আমি তাঁর সঙ্গে যাব,

এই দুইটি সরল উপাদান বচনের সংযোগ দ্বারা গঠিত একটি সংযৌগিক বচন। উপাদান বচনকে সংযোগী বচন বলা হয়। একাধিক সরল বচনকে "এবং" বা সমার্থক কোন সংযোজক দ্বারা যুক্ত করলে যে যৌগিক বচন হয় তাকে সংযৌগিক বচন বলে। সংযৌগিক বচনের সত্যমিথ্যাত্ব কেবলমাত্র সংযোগী বচনের সত্যমিথ্যাত্বের উপর নির্ভরশীল, সেইজন্য সংযৌগিক বচনকে সংযৌগিক অপেক্ষক বলা হয়। উভয় সংযোগী বচন সত্য হলে সংযৌগিক বচনটি সত্য হবে, নতুবা মিথ্যা হবে। সংযৌগিক বচনের সত্যাসত্য নির্ণয়ের এই নিয়মটি একটি সামান্য নিয়ম, সুতরাং কোন বিশেষ বচনের উল্লেখ না করে শুধুমাত্র বচনগ্রাহক প্রতীক বর্ণ[1] ব্যবহার করে বলা যায়, "$p$ এবং $q$" আকারের যে কোন সংযৌগিক বচন কেবলমাত্র $p$ ও $q$ উভয়ই সত্য হলে সত্য হবে, নতুবা মিথ্যা হবে। যে কোন দুটি বচন, $p$ ও $q$, দেওয়া থাকলে মিলিতভাবে তাদের চার রকমের মান অর্থাৎ সত্য-মিথ্যা সম্ভাবনা হতে পারে, এবং তাদের প্রত্যেকটি "$p$ এবং $q$" সংযৌগিক বচনের মান অর্থাৎ সত্যতা বা মিথ্যাত্ব অনন্যভাবে নির্দিষ্ট করে দেয়।

যদি $p$ সত্য $q$ সত্য হয়, তবে "$p$ এবং $q$" সত্য ;
যদি $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হয়, তবে "$p$ এবং $q$" মিথ্যা ;
যদি $p$ মিথ্যা $q$ সত্য হয়, তবে "$p$ এবং $q$" মিথ্যা ;
যদি $p$ মিথ্যা $q$ মিথ্যা হয়, তবে "$p$ এবং $q$ মিথ্যা ।[2]

উপরের (ক) বচনে "এবং" শব্দটি দুটি সরল বচনের মাঝখানে বসেছে। অন্যভাবেও "এবং" শব্দটি সংযৌগিক বচন গঠন করতে পারে।

(খ) রবীন্দ্রনাথ এবং কালিদাস উভয়েই নিসর্গের কবি।
(গ) সেক্‌স্‌পীয়র কবি এবং নাট্যকার ছিলেন।

1 এখন থেকে সংক্ষেপে বচন-বর্ণও বলা হবে।

2 1.4 অনুচ্ছেদে আমরা বলেছি, আকারকে সত্য-মিথ্যা বলা চলে না। এখানে "$p$ এবং $q$" বচনাকারকে লক্ষ্যার্থে সত্য-মিথ্যা বলা হচ্ছে, বক্তব্য, "$p$ এবং $q$" আকারের যে কোন সংযৌগিক বচন নির্দিষ্ট শর্তাধীনে সত্য-মিথ্যা হবে। পরে অন্যান্য যে সব অপেক্ষক আলোচিত হবে, তাদের বেলায়ও একই কথা খাটবে। কোন কোন সময় আমরা "$p$ এবং $q$" বা অনুরূপ বচনাকারকে শুধু বচন বলব, লক্ষ্যার্থে বুঝতে হবে, এই আকারের যে কোন বচন।

(খ) বচনটি

(খ) (1) রবীন্দ্রনাথ নিসর্গের কবি,

(খ) (2) কালিদাস নিসর্গের কবি,

এবং (গ) বচনটি

(গ) (1) সেক্স্‌পীয়র কবি ছিলেন,

(গ) (2) সেক্স্‌পীয়র নাট্যকার ছিলেন,

সরল বচনগুলোর সংযোগ।

সাধারণ ভাষায় সংযোগী বচনগুলো পরস্পর প্রাসঙ্গিক না হলে "এবং" সংযোজকের ব্যবহার সচরাচর দেখা যায় না।

ছায়াপথে অগণিত নক্ষত্র আছে, এবং আমার বাগানের ঘাসগুলো বেড়ে উঠেছে।

এরূপ সংযৌগিক বচনের ব্যবহার সাধারণ ভাষায় বেমানান হবে, কিন্তু ন্যায়ে নিষিদ্ধ নয়। ন্যায়ে "এবং" শব্দের অর্থ সংযোগী বচনগুলোর মিলিত সত্যতা ছাড়া আর কিছু নয়। এটিই "এবং" শব্দের আকারগত অর্থ, সংযোগী বচনগুলোর বিষয়বস্তুর সঙ্গে এর কোন সম্পর্ক নেই বলেই এরূপ উদ্ভট সংযোগেও ন্যায় কোন আপত্তি করে না।

"এবং" শব্দের কতক ব্যবহার সংযোজক হলেও সত্যাপেক্ষ নয়। যেমন,

বঙ্কিমচন্দ্র এবং সঞ্জীবচন্দ্র ভ্রাই ছিলেন, (1.4 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)। এখানে "এবং" "বঙ্কিমচন্দ্র" ও "সঞ্জীবচন্দ্র" এই দুটি নামকে সংযুক্ত করছে, দুটি বচনকে নয়, সুতরাং এখানে "এবং" এর ব্যবহার সত্যাপেক্ষ নয়। কোন কোন স্থলে সংযোগী বচনগুলোর বিভিন্ন ক্রমবিন্যাস সাধারণ ভাষায় বিভিন্ন অর্থ বহন করে।

তিনি আঁচালেন এবং খেতে গেলেন,

বললে বক্তার বা ভোক্তার মস্তিষ্কের সুস্থতা সম্বন্ধে প্রশ্ন জাগে।

ক্ষেমাঙ্গিনীর বিয়ে হল এবং ছেলে হল,

ও

ক্ষেমাঙ্গিনীর ছেলে হল এবং বিয়ে হল,

দুটি বচনের অর্থের মধ্যে আকাশ-পাতাল পার্থক্য। সাধারণ ভাষায় এসব ক্ষেত্রে "এবং" শব্দের অর্থ "এবং তারপর"। শুধু বচনবর্ণ ব্যবহার

করলে সংযৌগিক বচনগুলোর আকার দাঁড়ায় "$p$ এবং $q$," এর সঙ্গে "$q$ এবং $p$" এর কোন পার্থক্য নেই। যদিও $p$ ও $q$-এর স্থানে বচন সংস্থাপন করলে বিভিন্ন অর্থ ব্যক্ত হবে, এইসব বিশিষ্ট অর্থ ন্যায়ে বিবেচ্য নয়, শুধু সংযোগী বচনগুলোর মিলিত সত্যতা সংযৌগিক অপেক্ষকের বক্তব্য।

"আর" শব্দটিও "এবং" শব্দের মত সংযোজকের কাজ করে, কিন্তু কখনও কখনও সংযোগী বচনগুলোর মধ্যে একটা বিরুদ্ধভাবের ইঙ্গিত করে। যেমন,

আমি বেরোচ্ছি, আর তুমি এলে।

"কিন্তু" শব্দটি অনেক সময় "আর" শব্দের মত।

সে বুদ্ধিমান, কিন্তু অলস,

যেন অলসতা বুদ্ধিমত্তাকে খর্ব করে। তবুও এই বচনগুলো সংযৌগিক, এদের অর্থ,

আমি বেরোচ্ছি এবং তুমি এলে,
সে বুদ্ধিমান এবং সে অলস,

অন্য যত ভাবের ইঙ্গিতই মূলবচনগুলো করুক না কেন। "অধিকন্তু", "তথাপি", "তবুও", "যদিও", শব্দগুলোও "এবং" অর্থবোধক, যদিও সাধারণ ভাষায় এদের ব্যবহার অনেক রকম ভাবের ইঙ্গিত বহন করে। অনেক সময় কমা, সেমিকলনও সংযোজকের কাজ করে।

সাধারণ ভাষার সংযোজক শব্দগুলোর বিভিন্ন অর্থের মধ্যে ন্যূনকল্প অর্থটি নির্দেশ করার জন্য ন্যায়ে এই শব্দগুলোর স্থলে "."[1] প্রতীকটি ব্যবহার করা হয়। এটি সংযোগ-প্রতীক, দুটি বচন বা বচনবর্ণের মধ্যে সংস্থাপনীয়। এর ন্যূনকল্প অর্থ, সংযোগী বচনগুলোর মিলিত সত্যতা। পূর্বোক্ত সংযৌগিক বচনগুলো "." সহযোগে দাঁড়ায়,

তিনি আসবেন . আমি তার সঙ্গে যাব।
রবীন্দ্রনাথ নিসর্গের কবি . কালিদাস নিসর্গের কবি।
সেক্স্‌পীয়র কবি ছিলেন . সেক্স্‌পীয়র নাট্যকার ছিলেন।
আমি বেরোচ্ছি . তুমি এলে।
সে বুদ্ধিমান . সে অলস।

বচনবর্ণ ব্যবহার করলে সবগুলোর আকার $p.q$।

1. ইংরেজী "dot," বাংলায় "বিন্দু" পড়া যেতে পারে।

"এবং", "কিন্তু", "আর" ইত্যাদি বিভিন্ন সংযোজকের বিশেষ অর্থ বহন করার জন্য বিশেষ বিশেষ প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করা উচিত মনে করলে ভুল করা হবে। আমরা সত্যাপেক্ষ সংযোজকের ব্যবহার-রীতি নির্দেশ করছি। এই সমস্ত সূক্ষ্ম ইঙ্গিত বা ভাব সংযোজকপ্রতীক দ্বারা বোঝাতে গেলে সংযোজকটি আর সত্যাপেক্ষ থাকবে না। "এবং" ও সমার্থক শব্দগুলো সাধারণ ভাষায় যত বিভিন্ন অর্থেই ব্যবহৃত হোক না কেন, সংযোজকপ্রতীক " . " চিহ্নটি ঐ সমস্ত জায়গায় ব্যবহৃত হতে পারবে, যদিও সাধারণ ভাষার অভীষ্ট সব অর্থ বহন করবে না।

$p.q$ কে সংযৌগিক বচনের আকার বলা হয়েছে। যেহেতু এই আকারের বচনের মান কেবলমাত্র সংযোগী বচন সমূহের মানের উপর নির্ভরশীল, সেজন্য $p.q$-কে সংযৌগিক অপেক্ষকও বলা হয়েছে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে, আকারের দিক থেকে দেখলে যাকে সংযৌগিক বচনের আকার বলা হয়, মানের দিক থেকে দেখলে তাকেই সংযৌগিক অপেক্ষক বলা চলে।

## 2.5 সত্যসারণী

যে কোন সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচনের (অপেক্ষকের) মানের একমাত্র শর্ত উপাদান বচনগুলোর মান। পূর্ব অনুচ্ছেদে উপাদান বচনগুলোর মানের দ্বারা কি ভাবে যৌগিক বচনের মান অনন্যভাবে নির্দিষ্ট হয়, সংযৌগিক বচনের বেলায় তার একটি দৃষ্টান্ত দেখেছি। সত্যসারণীর সাহায্যে এটি খুব সহজভাবে দেখানো যায়। উপাদান বচন বা বচন-বর্গের সম্ভাব্য সমস্ত মান সম্ভাব্য সমস্ত সমাবন্ধে সন্নিবিষ্ট করে একটি সারণীতে সংস্থাপন করে যৌগিক বচনের মান নির্ণয় করাকে মান-বিশ্লেষণ বলে। উপাদান বচন বা বচনবর্গের এরূপ সর্বপ্রকার মান-সমাবেশ করাকে যৌগিক বচনের মানশর্ত নির্দেশ করা বলে। উপাদান বচন বা বচনবর্গের কোন্ মানসমাবেশে যৌগিক বচন সত্য, কোন্ সমাবেশে মিথ্যা, তা সত্যসারণী থেকে খুব সহজে দেখে নেওয়া যায়।

সংযৌগিক অপেক্ষকের সত্যসারণী নিম্নপ্রকার :

সারণী (1)

| $p$ | $q$ | $p.q$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

সারণীতে "সত্য" ও "মিথ্যা"র বদলে ইংরেজী True ও False শব্দের বড় হাতের প্রথম বর্ণটি ব্যবহার করা হয়েছে। সারণীটি দেখলেই বোঝা যাবে, এটি পূর্ব অনুচ্ছেদে বর্ণিত "$p$ এবং $q$" যৌগিক বচনের মান নির্ণয়ের অনুরূপ। বাঁ দিকের দুই স্তম্ভে $p$ ও $q$ বচনবর্ণ দুটির সম্ভাব্য সকল প্রকার মিলিত মানসমাবেশ করা হয়েছে, এবং শেষ স্তম্ভে $p.q$ যৌগিক বচনের মান ঐ মানশর্তগুলোর দ্বারা নির্ণীত করা হয়েছে। সারণীটি এইভাবে পড়তে হবে,

> $p$ সত্য $q$ সত্য হলে $p.q$ সত্য,
> $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হলে $p.q$ মিথ্যা,
> $p$ মিথ্যা $q$ সত্য হলে $p.q$ মিথ্যা,
> $p$ মিথ্যা $q$ মিথ্যা হলে $p.q$ মিথ্যা।

লক্ষণীয় যে $p$ ও $q$ কোন্ কোন্ বচনের প্রতীক তা না জেনেও আমরা $p.q$ কখন সত্য হবে কখন মিথ্যা হবে তা সারণীর সাহায্যে নির্ণয় করতে পারি। বিশেষ বচন দ্বারা যৌগিক বচন গঠিত হলে এবং বচনগুলো সত্য বা মিথ্যা জানা থাকলে সারণী ব্যবহার করার কোন প্রয়োজনই হত না।

> কাল সকাল থেকে মেঘ করেছিল, এবং দশটা থেকে বৃষ্টি শুরু হয়েছে,

যৌগিক বচনটি সত্য কিনা তা নির্ণয় করার জন্য সারণীর প্রয়োজন নেই। কিন্তু কোন বিশেষ যৌগিক বচন সত্য কিনা তা নির্ণয় করা ন্যায়ের কাজ নয়, তার কাজ যে কোন যৌগিক বচনের সম্পূর্ণ মান-শর্তগুলো নির্দেশ করা। সারণী (1) ন্যূনতম অর্থে $p.q$-এর সম্পূর্ণ

মানশর্তগুলো নির্দেশ করছে বলে এটিকে "." সংযোজক প্রতীকের সংজ্ঞা বলেও ধরে নেওয়া যায়।

যে কোন অপেক্ষকের সারণী নির্মাণের পদ্ধতি এইরূপ।

সারণী (2)

| $p$ | $q$ | $r$ . . . | $p, q, r,$ . . . এর অপেক্ষক |
|---|---|---|---|
| T | T | T . . . | . |
| . | . | . . . . | . |
| . | . | . . . . | . |
| . | . | . . . . | . |
| . | . | . . . . | . |
| . | . | . . . . | . |
| F | F | F . . . | . |

প্রথমে বচনবর্ণগুলো এক সারিতে পর পর বসিয়ে সর্বশেষে অপেক্ষকটি বসাতে হবে, এবং নীচে একটি অনুভূমিক রেখা টেনে দিতে হবে। স্তম্ভগুলো পৃথক করে দেখাবার জন্য প্রত্যেকটি বচনবর্ণের পরে একটি উল্লম্ব রেখা টেনে দেওয়া যেতে পারে। যদি বচন (বর্ণ) সংখ্যা $n$ হয়, তবে সারিসংখ্যা $2^n$ হবে। শেষ বচন (বর্ণ)-টির স্তম্ভে, পর্যায়ক্রমে T ও F বসাতে হবে। তার বাঁ দিকের বচনবর্ণের স্তম্ভে পর্যায়ক্রমে দুটি করে T ও দুটি করে F বসাতে হবে। তার বাঁ দিকের বচনবর্ণের স্তম্ভে পর্যায়ক্রমে T ও F-এর সংখ্যা ডবল হতে থাকবে, এবং বাঁ দিকের প্রথম বচনবর্ণের স্তম্ভে মোট সারিসংখ্যার প্রথম অর্ধেকের নীচে T ও শেষ অর্ধেকের নীচে F বসবে। এই যান্ত্রিক নিয়ম গণিত-সম্মত, এবং এতে সম্ভাব্য সকল প্রকার মানশর্ত নিবেশন করা হয়। অপেক্ষকের মান নিরূপণ করে সংযোজকের নীচে বসালে ভাল, তাতে বোঝার সুবিধা হয়, কারণ সংযোজকই অপেক্ষক তৈরী করে। বলা বাহুল্য, যৌগিক বচন যদি সংযৌগিক-অপেক্ষক হয়, তবে কেবল প্রথম সারিতে অপেক্ষকের স্তম্ভে T বসবে, কারণ প্রথম সারি ছাড়া আর সব সারিতে বচনবর্ণগুলোর নীচের কোন না কোন স্তম্ভে F থাকবেই। প্রত্যেকটি সংযোগী বচন সত্য না হলে সংযৌগিক-অপেক্ষক

সত্য হতে পারে না। লক্ষণীয় যে অপেক্ষকের স্তম্ভটি ছাড়া, সারণীর বা দিকের সব স্তম্ভ সমান সংখ্যক বচনবর্ণ দ্বারা গঠিত যে কোন অপেক্ষকের বেলায় একইরকম হবে, কারণ $n$-সংখ্যক বচনের সমস্ত মানশর্ত $2^n$ রকমের হবে, এবং ঐ স্তম্ভগুলো মানশর্তগুলোই নির্দেশ করছে মাত্র।

## 2.6 বৈকল্পিক অপেক্ষক

"বা" আর একটি সত্যাপেক্ষ সংযোজক। "অথবা", "কিংবা", "পক্ষান্তরে", "না হয়", "নয়ত", "নতুবা" শব্দগুলো "বা" অর্থ বহন করে।

> তিনি কাল দিল্লী যাবেন, বা টেলিফোনে আজ রাত্রে খবর পাঠাবেন,

এই যৌগিক বচনটি

> তিনি কাল দিল্লী যাবেন,
> তিনি টেলিফোনে আজ রাত্রে খবর পাঠাবেন,

এই দুটি সরল উপাদান বচনের বিকল্প দ্বারা গঠিত একটি বৈকল্পিক বচন। উপাদান বচনগুলোকে বিকল্প বচন বলা হয়। একাধিক সরল বচনকে "বা" বা সমার্থক কোন সংযোজক দ্বারা যুক্ত করলে যে যৌগিক বচন হয়, তাকে বৈকল্পিক বচন বলে। বৈকল্পিক বচনের সত্য-মিথ্যাত্ব কেবলমাত্র বিকল্প বচনগুলোর সত্যমিথ্যাত্বের উপর নির্ভর করে, সেইজন্যই এই প্রকার বচনকে বৈকল্পিক অপেক্ষক বলা হয়। যে কোন একটি বিকল্প বচন সত্য হলেই বৈকল্পিক বচন সত্য হবে, নতুবা মিথ্যা হবে। বৈকল্পিক বচনের সত্যাসত্য নির্ণয়ের এই নিয়মটি একটি সামান্য নিয়ম, সুতরাং কোন বিশেষ বচনের উল্লেখ না করে শুধু বচনবর্ণ ব্যবহার করে বলা যায়, "$p$ বা $q$" আকারের যে কোন বৈকল্পিক বচন $p$ ও $q$ এর মধ্যে যে কোন একটি বিকল্প বচন সত্য হলেই সত্য হবে, নতুবা মিথ্যা হবে। যে কোন দুটি বচন, $p$ ও $q$, দেওয়া থাকলে তাদের মিলিত মানশর্ত "$p$ বা $q$" এর মান অনন্যভাবে নির্দিষ্ট করে দেয়।

> যদি $p$ সত্য $q$ সত্য হয়, তবে "$p$ বা $q$" সত্য ;
> যদি $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হয়, তবে "$p$ বা $q$" সত্য ;
> যদি $p$ মিথ্যা $q$ সত্য হয়, তবে "$p$ বা $q$" সত্য ;
> যদি $p$ মিথ্যা $q$ মিথ্যা হয়, তবে "$p$ বা $q$" মিথ্যা।

"বা" সংযোজক বিকল্প বচন দুটির মাঝখানে না বসেও বৈকল্পিক বচন গঠন করতে পারে।

দাদা বা ঠাকুর্দা নিমন্ত্রণে যাবেন,

বচনটি

দাদা নিমন্ত্রণে যাবেন,
ঠাকুর্দা নিমন্ত্রণে যাবেন,

এই দুটি সরল বচনের বিকল্প। অথবা,

সে ফল বা দুধ খাবে,

বচনটি

সে ফল খাবে,
সে দুধ খাবে,

এই দুটি সরল বচনের বিকল্প।

সাধারণ ভাষায় বিকল্প বচনগুলো পরস্পর প্রাসঙ্গিক না হলে "বা" সংযোজকের ব্যবহার সচরাচর দেখা যায় না।

মঙ্গলগ্রহে জীব আছে, বা এবার খুব আম হয়েছে,

এরূপ বচনের ব্যবহার সাধারণ ভাষায় বেমানান হবে, কিন্তু ন্যায়ে এরূপ ব্যবহার নিষিদ্ধ নয়। ন্যায়ে "বা" শব্দের অর্থ, বিকল্প বচনগুলোর অন্ততঃ একটি সত্য। এটিই "বা" শব্দের আকারগত অর্থ, বিকল্প বচনগুলোর বিষয়বস্তুর সঙ্গে ন্যায়ের কোন সম্পর্ক নেই বলেই এরূপ অদ্ভুত বিকল্পেও কোন আপত্তি নেই।

"যদি না" কথাটিও সাধারণ ভাষায় বিকল্পসূচক।

আমি বেরিয়ে পড়ব, যদি না সে পাঁচটার মধ্যে এসে পড়ে,

বচনটির অর্থ

সে পাঁচটার মধ্যে এসে পড়বে, বা আমি বেরিয়ে পড়ব।

বৈকল্পিক বচনের মান বিশ্লেষণে দেখানো হয়েছে, উভয় বিকল্প বচন সত্য হলেও বৈকল্পিক বচন সত্য হয়। তিনি আজ রাত্রে টেলিফোনে খবর পাঠিয়েও কাল দিল্লী যেতে পারেন, দাদা ও ঠাকুর্দা উভয়েই নিমন্ত্রণে যেতে পারেন, সে ফল ও দুধ দুই-ই খেতে পারে। এই বৈকল্পিক বচনগুলোতে দুটি বিকল্প একসঙ্গে সত্য হতে কোন বাধা

নেই, বক্তারও এমন কোন শর্ত নেই যে দুটি বিকল্পই একসঙ্গে সত্য হতে পারবে না। কিন্তু "বা" এর এমন ব্যবহার আছে যাতে দুটি বিকল্প একসঙ্গে সত্য হতে পারে না, বৈকল্পিক উক্তিটিরই শর্ত এই যে দুটি বিকল্প একসঙ্গে সত্য হতে পারবে না। হোটেলে খাবারের মেনুর শেষে লেখা থাকে, "চা বা কফি"। এখানে এর অর্থ, "হয় চা, নয় কফি, কিন্তু দুটোই নয়"। "ফিব সেক্‌স্‌পীয়রের নাটকের একটি চরিত্র, পুরুষ বা স্ত্রী।" এখানে ফিব একাধারে পুরুষ ও নারী চরিত্র দুই-ই হতে পারে না। আগের বৈকল্পিক বচনের দৃষ্টান্তে বিকল্পগুলোর মধ্যে কোন বিরোধ নেই, কিন্তু এখনকার বৈকল্পিক বচনগুলোতে বিকল্পগুলোর মধ্যে বিরোধ আছে। সাধারণ ভাষার "বা" সংযোজক দ্ব্যর্থক, কখনও এটি দুটি অবিরোধী বিকল্পের সংযোজক, কখনও বা দুটি বিরোধী বিকল্পের সংযোজক। যখন "বা" সংযোজক দুটি অবিরোধী বিকল্পকে যুক্ত করে তখন একে "অবিরোধী বা" বা "অবিসংবাদী বা" বলা হয়, এবং যখন দুটি বিরোধী বিকল্পকে যুক্ত করে, তখন একে "বিরোধী বা" বা "বিসংবাদী বা" বলা হয়। সাধারণ ভাষায় ব্যবহৃত "বা" বা সমার্থক সংযোজকের বিভিন্ন অর্থের মধ্যে ন্যূনকল্প অর্থটি নির্দেশ করার জন্য ন্যায়ে এইসব শব্দগুলোর স্থলে "*v*"[1] প্রতীকটি ব্যবহার করা হয়। এটি বিকল্প-প্রতীক, দুটি বচন বা বচনবর্ণের মধ্যে স্থাপনীয়। এর ন্যূনকল্প অর্থ, বিকল্প বচন দুটির মধ্যে অন্ততঃপক্ষে একটি সত্য। যেখানে বিকল্পগুলো বিসংবাদী, সেখানেও "*v*" এই ন্যূনতম অর্থ বহন করে। "*v*" অবিসংবাদী বিকল্পের দ্বারা গঠিত বৈকল্পিক বচনের পূর্ণ অর্থ বহন করে, যদিও বিসংবাদী বিকল্পের দ্বারা গঠিত বৈকল্পিক বচনের পূর্ণ অর্থ বহন করে না।

পূর্বোক্ত বৈকল্পিক বচনগুলো "*v*" সহযোগে দাঁড়ায়,

(ক) তিনি কাল দিল্লী যাবেন *v* টেলিফোনে আজ রাত্রে খবর পাঠাবেন।

(খ) দাদা নিমন্ত্রণে যাবেন *v* ঠাকুর্দা নিমন্ত্রণে যাবেন।

(গ) সে ফল খাবে *v* সে দুধ খাবে।

(ঘ) মেনুর শেষ দফায় চা দেওয়া হয় *v* মেনুর শেষ দফায় কফি দেওয়া হয়।

---

1 ল্যাটিন "vel" শব্দের প্রথম অক্ষর, বাংলায় "বা" পড়া যেতে পারে।

(ঙ) ক্বিব সেক্স্পীয়রের একটি পুরুষ চরিত্র $v$ ক্বিব সেক্স্পীয়রের একটি নারী চরিত্র।

বচনবর্ণ ব্যবহার করলে সবগুলোর আকার $p \vee q$।

আমরা জানি, বৈকল্পিক ন্যায় বৈধ। এই ন্যায়ে কোন বৈকল্পিক বচনের একটি বিকল্পকে নিষেধ করে অপর বিকল্পটি স্বীকার করা হয়।

তিনি কাল দিল্লী যাবেন $v$ টেলিফোনে আজ রাত্রে খবর পাঠাবেন,
তিনি কাল দিল্লী যাবেন না,

---

∴ তিনি টেলিফোনে আজ রাত্রে খবর পাঠাবেন।

মেনুর শেষ দফায় চা দেওয়া হয় $v$ মেনুর শেষ দফায় কফি দেওয়া হয়,
মেনুর শেষ দফায় চা দেওয়া হবে না,

---

∴ মেনু শেষ দফায় কফি দেওয়া হবে।

পরিষ্কার দেখা যাচ্ছে, "বা" সংযোজকের বিসংবাদী বা অবিসংবাদী যে কোন প্রয়োগে "$v$" প্রতীকের ব্যবহারে ন্যায়ের বৈধতা ক্ষুণ্ণ হয় না। যদি বিকল্পগুলোর বিসংবাদিত্বও পৃথকভাবে বোঝাতে হয়, তবে (ঘ) বচনের শেষে যোগ করতে হবে, "এবং চা ও কফি উভয়ই দেওয়া হয় না", (ঙ) বচনের শেষে যোগ করতে হবে, "এবং পুরুষ ও নারী চরিত্র উভয়ই নয়"। সাধারণভাবে, যে কোন বিসংবাদী বিকল্প-গঠিত বৈকল্পিক বচনে যোগ করতে হবে, "কিন্তু ( এবং ) উভয়ই নয়", বা "কিন্তু ( এবং ) একটির বেশী নয়"। "বিকল্প-বচন দুটির মধ্যে অন্ততঃপক্ষে একটি সত্য কিন্তু উভয়ই নয় ( বা একটির বেশী নয় )" অর্থ বোঝাবার জন্য যদি আমরা "+" প্রতীকটি ব্যবহার করি, তবে বচন-বর্ণ ব্যবহার করলে (ঘ) ও (ঙ) বচনের আকার দাঁড়ায় $p+q$। (ক)—(গ) বচনের আকার, বলা বাহুল্য, $p \vee q$। "বা" বা সমার্থক সংযোজক শব্দগুলো সাধারণ ভাষায় যত বিভিন্ন অর্থেই ব্যবহৃত হোক না কেন, বিকল্প-প্রতীক "$v$" চিহ্নটি ঐ সমস্ত জায়গায় ব্যবহৃত হতে পারবে, যদি ও সাধারণ ভাষায় অভীষ্ট সব অর্থ বহন করবে না।

বৈকল্পিক অপেক্ষকের সত্যসারণী নিম্নপ্রকার :

সারণী (3)

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

( অবিসংবাদী বিকল্পের বেলায় )

সারণী (4)

| $p$ | $q$ | $p+q$ |
|---|---|---|
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

( বিসংবাদী বিকল্পের বেলায় )

সারণী (3) এইভাবে পড়তে হবে ; $p$ সত্য $q$ সত্য হলে $p \vee q$ সত্য ; $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হলে $p \vee q$ সত্য ; $p$ মিথ্যা $q$ সত্য হলে $p \vee q$ সত্য ; $p$ মিথ্যা $q$ মিথ্যা হলে $p \vee q$ মিথ্যা। লক্ষণীয় যে $p$ ও $q$ কোন্ কোন্ বচনের প্রতীকবর্ণ তা না জেনেও আমরা $p \vee q$ কখন সত্য হবে কখন মিথ্যা হবে তা সারণীর সাহায্যে নির্ণয় করতে পারি। এই সারণী ন্যূনতম অর্থে বৈকল্পিক বচনের সম্পূর্ণ মানশর্তগুলো নির্দেশ করছে বলে এটিকে "$v$" প্রতীকের সংজ্ঞা বলেও ধরে নেওয়া যায়।

যদি কোন বৈকল্পিক বচনে দুইয়ের বেশী অবিসংবাদী বিকল্প বচন থাকে, তবে তার সারণীতে প্রথমে সারণী (2)-এর মত মান শর্তগুলো নিবেশন করতে হবে। বৈকল্পিক অপেক্ষকের স্তম্ভে কেবল শেষ সারিতে F বসবে, এবং তার উপরের সব সারিতে T বসবে, কারণ শেষ সারি ছাড়া আর সব সারিতে উপাদান বচনবর্ণগুলোর নীচের কোন না কোন স্তম্ভে T থাকবেই। একটি বিকল্প সত্য হলেই বৈকল্পিক বচন সত্য হবে। বিকল্পগুলো বিসংবাদী হলে তাদের সংখ্যা সাধারণত দুইয়ের বেশী হয় না।

$p \vee q$ ও $p+q$-কে দুইপ্রকার বৈকল্পিক বচনের আকার বলা হয়েছে। যেহেতু এই আকারের বচনের মান কেবল মাত্র বিকল্প বচন সমূহের মানের উপর নির্ভরশীল, সেজন্য $p \vee q$ ও $p+q$-কে বৈকল্পিক অপেক্ষক বলা হয়েছে। আকারের দিক থেকে দেখলে যাকে বৈকল্পিক বচনের আকার বলা যায়, মানের দিক থেকে দেখলে তাকেই বৈকল্পিক অপেক্ষক বলা চলে।

## 2.7 নিষেধক অপেক্ষক

আমরা অনেক সময় কোন বচনকে অস্বীকার করতে অর্থাৎ মিথ্যা বলতে চাই। নৈয়ায়িক পরিভাষায় বচনকে অস্বীকার করা বা মিথ্যা বলাকে নিষেধ করা বলে। যেমন,

> আজ "রূপসী" হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে,

বচনটিকে নিষেধ করতে হলে সাধারণ ভাষায় ক্রিয়াপদের সঙ্গে একটি "না" যোগ করে দিলেই হয়, যেমন,

> আজ "রূপসী" হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে না।

নিষেধক বচনটিকে অন্যভাবেও ব্যক্ত করা যায়,

> এ সত্য নয় যে আজ রূপসী হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে,
>
> এ ঠিক নয় যে আজ রূপসী হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে,
>
> এ নয় যে আজ রূপসী হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে,
>
> এ মিথ্যা যে আজ রূপসী হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে,
>
> না—(আজ রূপসী হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে)।

বচনবর্ণ ব্যবহার করলে নিষেধক বচনটি দাঁড়ায়,

> এ সত্য নয় যে $p$,
> এ ঠিক নয় যে $p$,
> এ নয় যে $p$,
> এ মিথ্যা যে $p$,
> না—$p$ ।

কখনও কখনও "কখনও না" দ্বারা নিষেধক বচন ব্যক্ত করা হয়।

আমি কখনও তোমার কথায় এ কাজ করব না, এর অর্থ আজও করব না, পরেও করব না। বলা বাহুল্য, শুধু "না" "কখনও না" এর অর্থ বহন করে না।

বচনের নিষেধ বোঝাবার জন্য বচনের পূর্বে "~"[1] প্রতীকটি ব্যবহার করা হয়।

~ (আজ রূপসী হলে কোন একটা ভাল ফিল্ম দেখানো হচ্ছে)। $\sim p$ যে কোন বচন $p$ এর নিষেধক। নিষেধক বচন অপেক্ষক, কারণ নিষেধক বচনের সত্যমিথ্যাত্ব অর্থাৎ মান নিষিদ্ধ বচনের মানের উপর নির্ভরশীল। নিষিদ্ধ বচন যদি সত্য হয়, তবে নিষেধক বচন মিথ্যা হবে, নিষিদ্ধ বচন মিথ্যা হলে নিষেধক বচন সত্য হবে।

$p$ সত্য হলে $\sim p$ মিথ্যা,
$p$ মিথ্যা হলে $\sim p$ সত্য।

সুতরাং "না" শব্দটি বা "~" প্রতীকটি সত্যাপেক্ষ সংযোজকের কাজ করে, এবং $\sim p$ একটি যৌগিক বচন। এর বৈশিষ্ট্য এই যে এই সংযোজকটি ঐকিক হতে পারে, একটি মাত্র বচনের সঙ্গে যুক্ত হয়ে নিষেধক অপেক্ষক গঠন করতে পারে। "." "v", বা "+" সংযোজক অন্ততঃপক্ষে দ্বিযোজী, দুই বা ততোধিক বচনকে যুক্ত করে অপেক্ষক গঠন করে। আরও লক্ষণীয় যে "~" সংযোজক মূল বচনের মান বিপরীতকারী, অর্থাৎ এটি কোন বচনের সঙ্গে যুক্ত হলে তার মান বিপরীত হয়ে যাবে। সুতরাং কোন বচন ও তার নিষেধক, $p$ ও $\sim p$, সব সময়ই বিপরীতমানের হবে, এবং $p . \sim p$ আকারের বচন স্ববিরোধী হবে।

নিষেধক অপেক্ষকের সত্যসারণী নিম্নপ্রকার :

সারণী (5)

| $p$ | $\sim p$ |
|---|---|
| T | F |
| F | T |

সারণীটি নিষেধক বচনের সম্পূর্ণ মানশর্ত নির্দেশ করছে বলে এটিকে "~" প্রতীকের সংজ্ঞা বলে ধরে নেওয়া যায়। যদি একটি যৌগিক

---

1 ইংরেজীতে tilde বা curl, বাংলায় "না—" পড়া চলতে পারে।

বচনের নিষেধকের সত্যসারণী গঠন করতে হয়, তবে প্রথমে যৌগিক বচনটির সত্যসারণী গঠন করে তার মান বিপরীত করে দিলেই হবে।

সারণী (6)

| $p$ | $q$ | $p.q$ | $p \vee q$ | $p+q$ | $\sim(p.q)$ | $\sim(p \vee q)$ | $\sim(p+q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | F | F | F | T |
| T | F | F | T | T | T | F | F |
| F | T | F | T | T | T | F | F |
| F | F | F | F | F | T | T | T |

[ লক্ষণীয়, বিসংবাদী "বা" কে $p \vee q$ কিন্তু $\sim(p.q)$", অথ অথবা $(p \vee q) \cdot \sim(p.q)$ আকারে প্রকাশ করা যায়।]

## 2.8 বন্ধনী ও সংযোজকের পরিধি বা প্রভাব

সারণী (6) এ বন্ধনী ব্যবহার করা হয়েছে। বন্ধনীর কাজ সংযোজকের প্রভাব বা পরিধি নির্দেশ করা। "$\sim$" নিষেধক সংযোজকের প্রভাব বা পরিধি শুধুমাত্র পরবর্তী বচনবর্ণ পর্যন্ত বিস্তৃত হয়, তার বেশী নয়। একটি বৈকল্পিক বচন ধরা যাক্, যার একটি বিকল্প নিষেধক,

যুদ্ধ হবে না বা জিনিসের দাম বাড়বে।

"যুদ্ধ হবে" ও "জিনিসের দাম বাড়বে" বচন দুটির স্থলে যথাক্রমে $p$ ও $q$ বচনবর্ণ ব্যবহার করলে বচনটির আকার হয়,

$$\sim p \vee q$$

এই বচনে "$\sim$" এর প্রভাব $p$ পর্যন্ত, "$\vee q$" "$\sim$" এর প্রভাবের বাইরে। কিন্তু যদি বলি,

$$\sim (p \vee q)$$

তাহলে "$\sim$" এর প্রভাব "$p \vee q$" পর্যন্ত বিস্তৃত, শুধু $p$ নয়, এবং বচনটির অর্থ দাঁড়ায়,

এ নয় যে, যুদ্ধ হবে বা জিনিষের দাম বাড়বে,

অর্থাৎ

যুদ্ধও হবে না, জিনিষের দামও বাড়বে না।

"$.$", "$v$" সংযোজকের প্রভাব দুইদিকে বিস্তৃত হয়। $p.q$ সংযৌগিক বচনে "$.$" এর প্রভাব বাঁ দিকে $p$ এবং ডানদিকে $q$ পর্যন্ত বিস্তৃত, $p \, v \, q$ বৈকল্পিক বচনে "$v$" এর প্রভাবও একই প্রকার।

সংযৌগিক বচনের একটি সংযোগী বৈকল্পিক হতে পারে, বৈকল্পিক বচনের একটি বিকল্প সংযৌগিক হতে পারে। যেমন,

(1) $p. (q \, v \, r)$,

(2) $p \, v \, (q.r)$।

এই বচনগুলোর স্থলে যদি লিখি,

(1) (ক) $p.q \, v \, r$,

(2) (ক) $p \, v \, q.r$,

তবে "$.$" ও "$v$" সংযোজকের পরিধি অনির্দিষ্ট থাকে। বন্ধনীহীন বচনগুলো যথাক্রমে (1) ও (2) বচন বোঝাবে, বা যথাক্রমে

(3) $(p.q) \, v \, r$,

(4) $(p \, v \, q) . r$,

বোঝাবে তা নির্ণয় করা যাবে না। $p . (q \, v \, r)$ ও $(p.q) \, v \, r$ আকারের দুটি বচন ধরা যাক। $p$ এর স্থানে "সে দিল্লী যাবে", $q$ এর স্থানে "সে চাকরী করবে", এবং $r$ এর স্থানে "সে ব্যবসা করবে" সংস্থাপন করলে (1) ও (3) বচন যথাক্রমে দাঁড়ায়,

(5) সে দিল্লী যাবে, এবং চাকরী করবে বা ব্যবসা করবে,

(6) সে দিল্লী যাবে এবং চাকরী করবে, বা ব্যবসা করবে।

(5) বচনের অর্থ, সে দিল্লী যাবে, এবং সেখানেই চাকরী বা ব্যবসা করবে। (6) বচনের অর্থ, সে দিল্লী গিয়ে চাকরী করবে, বা (যে কোন জায়গায়) ব্যবসা করবে। যতিচিহ্ন দ্বারা সাধারণ ভাষায় অর্থের বিভিন্নতা পরিষ্কারভাবে বুঝিয়ে দেওয়া হয়েছে। (5) বচনে তার কাজের স্থান নির্দিষ্ট করে বলা হয়েছে, চাকরীই করুক আর ব্যবসাই করুক, দিল্লীতেই করবে। (6) বচনে তার চাকরীর স্থান নির্দিষ্ট করে বলা হয়েছে, কিন্তু ব্যবসা করলে কোথায় করবে তা নির্দিষ্ট করে বলা হয়নি। সাধারণ ভাষায় যতিচিহ্ন দ্বারা যে কাজটি হয়েছে,

বচনাকারে বন্ধনীর ব্যবহার ছাড়া সে কাজটি করা যাবে না, অর্থের বিভিন্নতা পরিস্ফুট করা যাবে না। বস্তুতঃ, (1) (ক) ও (2) (ক) আকারের কোন বচন হয় না। সাধারণ ভাষায় যতিচিহ্ন দিয়ে পরিষ্কার বুঝিয়ে দেওয়া হয়েছে. (5) বচনে "এবং" মূল সংযোজক, (6) বচনে "বা" মূল সংযোজক। (1) ও (2) বচনে বন্ধনী ঠিক এইটিই বুঝিয়ে দিচ্ছে। (1) বচনে "." পরিধি বাঁ দিকে $p$, ডানদিকে $q \vee r$ পর্যন্ত বিস্তৃত, (2) বচনে "$v$" এর পরিধি বাঁ দিকে $p$, ডানদিকে $q.r$ পর্যন্ত বিস্তৃত। (1) বচনের দ্বিতীয় সংযোগী একটি বৈকল্পিক বচন, তার সংযোজক "$v$" এর পরিধি বাঁ দিকে $q$, ডানদিকে $r$, বাঁ দিকে $p$ পর্যন্ত বিস্তৃত হতে পারেনি, বন্ধনীতে আটকা পড়েছে। (2) বচনের দ্বিতীয় বিকল্প একটি সংযৌগিক বচন, তার সংযোজক "." এর পরিধি বাঁ দিকে $q$ ডানদিকে $r$, বাঁ দিকে $p$ পর্যন্ত বিস্তৃত হতে পারেনি, বন্ধনীতে আটকা পড়েছে। তুলনীয়, পাটিগণিতে $12 \div 3 + 3$ রাশিটি দেওয়া থাকলে বোঝা যাবে না আগে ভাগ করতে হবে, না আগে যোগ করতে হবে। $(12 \div 3)+3$ হলে ফল 7, $12 \div (3+3)$ হলে ফল দুই।

$$(7) \quad (p \vee q) \cdot (r \vee s)$$

$$(8) \quad (p.q) \vee (r.s)$$

(7) বচনে মূল সংযোজক ".", এর পরিধি বাঁ দিকের বৈকল্পিক বচন $p \vee q$ এবং ডানদিকের বৈকল্পিক বচন $r \vee s$। (8) বচনে মূল সংযোজক "$v$", এর পরিধি বাঁ দিকের সংযৌগিক বচন $p.q$ এবং ডানদিকের সংযৌগিক বচন $r.s$। (7) বচনের বৈকল্পিক উপাদান বচনের সংযোজক "$v$"-এর পরিধি মূল সংযোজক "." কে ছাড়িয়ে যেতে পারেনি, বন্ধনীতে আটকা পড়েছে, (8) বচনের সংযৌগিক উপাদান বচনের সংযোজক "." এর পরিধি মূল সংযোজক "$v$" কে ছাড়িয়ে যেতে পারেনি, বন্ধনীতে আটকা পড়েছে।

এ পর্যন্ত লঘু বন্ধনীতেই আমাদের কাজ চলেছে, বচনাকার আরও জটিল হলে ধনুর্বন্ধনী বা বলয়বন্ধনী "{ }" এবং গুরুবন্ধনী "[ ]" ব্যবহার করতে হতে পারে।

$$(9) \quad [\, p \vee (q.r) \,] \vee [\, r \vee (p.q) \,]$$

$$(10) \quad [\, p \vee \{ q.(r \vee s) \} \,] \vee t$$

যে বচনাকারে কেবল "." বা "$v$" সংযোজক ছাড়া অন্য কোন

সংযোজক নেই, তার উপাদান বচন যৌগিক হলেও বন্ধনী ব্যবহার না করলেও অর্থের কোন ব্যতিক্রম হয় না।

(11) $p.(q.r)$, বা

(12) $(p.q).r$ কে যদি

(13) $p.q.r$

রূপে লেখা হয়, তবুও ভুল হবে না, কারণ (11) (12) ও (13) বচনের মানশর্ত এক। তিনটি উপাদান বচনই সত্য না হলে কোনটিই সত্য হবে না। তুলনীয়, পাটিগণিতের

$$2\times(3\times4)=(2\times3)\times4=2\times3\times4 \text{ ।}$$

অনুরূপভাবে,

(14) $p \vee (q \vee r)$,

(15) $(p \vee q) \vee r$.

(16) $p \vee q \vee r$

এক অর্থ বহন করে, কারণ তাদেরও মানশর্ত এক। $p$, $q$, $r$ এর মধ্যে যে কোন একটি বচন সত্য হলেই তিনটিই সত্য হবে। তুলনীয় পাটিগণিতের

$$2+(3+4)=(2+3)+4=2+3+4 \text{ ।}$$

বন্ধনীর ব্যবহার রীতি এইভাবে নির্দিষ্ট করে দেওয়া যেতে পারে।

(ক) যে সংযোজক যে যে বচনবর্ণ যুক্ত করছে তাদের সংযোজক সহ বন্ধনীর মধ্যে ফেলতে হবে। যেমন

$(p.q)$

$(p \vee q)$

"." ও "$v$" সংযোজক $p$ ও $q$ কে যুক্ত করছে বলে $p.q$, $p \vee q$ কে বন্ধনীর মধ্যে ফেলা হয়েছে।

$[(p.q) \vee r]$

"." সংযোজক $p$ ও $q$ কে যুক্ত করছে বলে $p.q$ কে লঘু বন্ধনীর মধ্যে ফেলা হয়েছে। আবার, "$v$" সংযোজক $(p.q)$ ও $r$ কে যুক্ত করছে বলে $(p.q) \vee r$-কে গুরু বন্ধনীর অন্তর্গত করা হয়েছে।

(খ) বহিঃস্থ বন্ধনী তুলে দেওয়া যেতে পারে। উপরের বচন-গুলোকে যথাক্রমে

$p.q$

$p \vee q$

$(p.q) \vee r$

রূপে লেখা যেতে পারে।

(গ) "$\sim$" তার অব্যবহিত পরবর্তী বচন (বর্ণ) কে নিষেধ করে। কোন যৌগিক বচনকে নিষেধ করতে হলে নিষিদ্ধ বচনটিকে বন্ধনীর মধ্যে রাখতে হবে।

$$\sim (p \vee q)$$

(ঘ) বন্ধনীর বাইরের সংযোজকটিই মূল সংযোজক।

## 2.9 প্রাকল্পিক অপেক্ষক

"যদি....তবে...." আর একটি সত্যাপেক্ষ সংযোজক। ধাতুর উত্তর কৃৎপ্রত্যয় যোগ করে যে অসমাপিকা ক্রিয়াপদ তৈরী হয়, সাধারণ ভাষায় তার দৃষ্টান্ত, করলে, খেলে, গেলে, ইত্যাদি। এই প্রকার কৃদন্ত পদ দিয়েও "যদি....তবে....." সংযোজকের কাজ হয়।

(1) যদি যুদ্ধ হয়, তবে জিনিষের দাম বাড়বে।

(1) (ক) যুদ্ধ হলে জিনিষের দাম বাড়বে।

অনেক স্থলে "তবে"র স্থলে "তাহলে"র প্রয়োগ দেখা যায়। "যদি.... তবে...." সংযোজক

যুদ্ধ হয়

ও

জিনিষের দাম বাড়বে

বচন দুটিকে যুক্ত করে একটি যৌগিক বচন গঠন করেছে। যৌগিক বচনটি "যুদ্ধ হবে" বচনটিকে সত্য বলছে না, "জিনিষের দাম বাড়বে" বচনটিকেও সত্য বলছে না, শুধু বলছে,

যদি "যুদ্ধ হয়" ধরে নেওয়া যায়,
তবে "জিনিষের দাম বাড়বে" এও ধরে নেওয়া যায়,

অর্থাৎ

যদি "যুদ্ধ হয়" বচনটি সত্য হয়,
তবে "জিনিষের দাম বাড়বে" বচনটিও সত্য হবে।

"যদি"র পরের ও "তবে"র আগের অংশটুকুকে পূর্বগ বা ধার্যমান বলে, "তবে"র পরের অংশটুকুকে অনুগ বা অনুধার্য বলে। পূর্বগ সত্য হলে অনুগ সত্য হবে, পূর্বগ ও অনুগের মধ্যে প্রাকল্পিক সম্বন্ধ। এই প্রকার যৌগিক বচনকে প্রাকল্পিক বচন বলা হয়। পূর্বগকে প্রকল্প হিসেবে ধরে নিলে অনুগ তার থেকে অনুসৃত হবে। পূর্বগ অনুগকে অনুধারণ করে, অনুগ পূর্বগকে অনুসরণ করে। এই প্রকার প্রাকল্পিক বচন সাধারণ ভাষায় অন্যভাবেও ব্যক্ত হয়,

(2) যে সহে, সে রহে,

অর্থাৎ

যদি কেউ সহ্য করে যায়, তবে সে পরিণামে সফল হয়।

(3) অপচয় করো না, অভাব হবে না,

অর্থাৎ

যদি কেউ অপচয় না করে, তবে তার অভাব হবে না।

নীচের কয়েকটি প্রাকল্পিক বচন লক্ষ্য করা যাক্।

(4) যদি সব মানুষ মরণশীল হয় এবং সক্রেটিস মানুষ হন, তবে সক্রেটিস মরণশীল,

(5) যদি ক্ষেত্রটি ত্রিভুজ হয়, তবে এর তিনটি বাহু আছে,

(6) যদি চিনি জলে দেওয়া হয়, তবে গলে যায়।

(4) বচনে পূর্বগ "সব মানুষ মরণশীল এবং সক্রেটিস মানুষ", অনুগ "সক্রেটিস মরণশীল", অনুগ ন্যায়তঃ পূর্বগকে অনুসরণ করে, বা পূর্বগ ন্যায়তঃ অনুগকে অনুধারণ করে। (5) বচনে পূর্বগ "ক্ষেত্রটি ত্রিভুজ" অনুগ "এর তিনটি বাহু আছে", অনুগ সংজ্ঞা অনুযায়ী পূর্বগকে অনুসরণ করে, কারণ ত্রিভুজের সংজ্ঞা "তিনবাহুবেষ্টিত ক্ষেত্র", বা পূর্বগ সংজ্ঞা অনুযায়ী অনুগকে অনুধারণ করে। (6) বচনে পূর্বগ "চিনি জলে দেওয়া", অনুগ "চিনির গলে যাওয়া" অনুগ কার্যকারণসম্বন্ধ অনুযায়ী পূর্বগকে অনুসরণ করে, বা পূর্বগ কার্যকারণসম্বন্ধ অনুযায়ী অনুগকে অনুধারণ করে, ন্যায়বিধি বা সংজ্ঞা অনুযায়ী নয়।

দেখা যাচ্ছে, প্রাকল্পিক সম্বন্ধ বহু রকমের। "বা" সংযোজকের বেলায় আমরা দেখেছি, এর নানারকম অর্থ থেকে একটি ন্যূনকল্প অর্থ বেছে নেওয়া যায় যা "বা" এর সর্বপ্রকার ব্যবহারেই প্রযোজ্য। তখন আমরা ন্যূনকল্প অর্থটি বোঝাবার জন্য "$v$" প্রতীক চিহ্নটি ব্যবহার করব

বলে সিদ্ধান্ত নিয়েছি। আমরা আরও দেখেছি, যেহেতু ন্যূনকল্প অর্থে "বা" এর ব্যবহারে বৈকল্পিক ন্যায়ের বৈধতা অক্ষুণ্ণ থাকে, সাধারণ ভাষায় "বা" এর যে কোন প্রয়োগ "$v$" প্রতীক দ্বারা সূচিত করলে ন্যায়শাস্ত্রের উদ্দেশ্য সিদ্ধ হয়। যেহেতু ন্যায়শাস্ত্রে আমাদের আলোচ্য বিষয় ন্যায়ের বৈধতা, "বা" এর যে কোন প্রয়োগে "$v$" অর্থে তার ব্যবহার যদিও কোন কোন ক্ষেত্রে "বা" এর সম্পূর্ণ অর্থটি প্রকাশ করে না, তবুও ন্যায়শাস্ত্রের প্রয়োজনে তাই যথেষ্ট।

এবার আমরা দেখব, এই সব বিভিন্ন প্রকারের প্রাকল্পিক সম্বন্ধের মধ্যে ন্যূনকল্প কোন সামান্য অর্থ আছে কিনা। সকলেই স্বীকার করবেন, যদি "চিনি জলে দেওয়া হয়" এবং "চিনি গলে যায়" বচন দুটি সত্য হয়, অর্থাৎ চিনি বস্তুতই জলে দিয়ে দেখা যায় চিনি গলে গেছে, তবে (6) বচন সত্য। এখন দেখা যাক্, কি হলে প্রাকল্পিক বচন মিথ্যা হয়। প্রশ্ন করা যাক্, কি হলে আমরা "যদি চিনি জলে দেওয়া হয় তবে গলে যায়" বচনটি মিথ্যা বলব? বচনটি মিথ্যা হবে যদি চিনি জলে দেওয়ার পরও না গলে। অর্থাৎ, "চিনি জলে দেওয়া হয়" সত্য এবং "চিনি গলে যায়" মিথ্যা, এরকম হলে প্রাকল্পিক বচনটি মিথ্যা হবে। বচনবর্ণ ব্যবহার করলে, "যদি $p$ তবে $q$" তখনই মিথ্যা হবে যদি কখনও $p$ সত্য এবং $q$ মিথ্যা দেখা যায়। অর্থাৎ, "যদি $p$ তবে $q$" সত্য হবে যদি "$p$ এবং $\sim q$" সর্বদাই মিথ্যা হয়। এটিকেই প্রাকল্পিক সম্বন্ধের ন্যূনতম অর্থ ধরে এর স্থানে আমরা "$\supset$"[1] প্রতীক চিহ্নটি ব্যবহার করব। $p \supset q$ সত্য হবে যদি $p . \sim q$ কখনও সত্য না হয়, বা $\sim (p . \sim q)$ সর্বদাই সত্য হয়। এটিকে আমরা $p \supset q$-এর সংজ্ঞা হিসেবে ব্যবহার করব :

$$p \supset q = \text{সংজ্ঞা} \sim (p . \sim q)$$

পড়তে হবে, সংজ্ঞাদ্বারা $p \supset q$ সমান $\sim (p . \sim q)$। $\sim (p . \sim q)$-কে পড়া যেতে পারে, এ নয় যে ( এ সত্য নয় যে, এ মিথ্যা যে ) $p$ ও না-$q$।

দেখা গেল $p$ সত্য $q$ সত্য হলে $p \supset q$ সত্য, $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হলে $p \supset q$ মিথ্যা। আমরা আরও জানি, "$\supset$" যদি সত্যাপেক্ষ সংযোজক

---

1 horse-shoe চিহ্ন, ঘোড়ার নাল। $p \supset q$ কে পড়তে হবে "যদি $p$ তবে $q$", বা "$p$ হলে $q$"।

হয় এবং দুটি বচন $p$ ও $q$-কে যুক্ত করে, তবে $p \supset q$ অপেক্ষকের চার প্রকার মানশর্ত হবে। এখন পর্যন্ত আমরা $p \supset q$-এর দুটি মানশর্ত পেয়েছি। $p \supset q$ অপেক্ষকের সত্যসারণী তৈরী করলে শেষ দুই সারিতে অপেক্ষকের মান এখনও নির্ণীত হয়নি।

সারণী (7)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | ? |
| F | F | ? |

এখন যদি $p$ মিথ্যা $q$ সত্য হয়, বা $p$ মিথ্যা $q$ মিথ্যা হয়, তবে অপেক্ষকের কি মান হবে? এই দুটি শর্তে অপেক্ষকের মান নির্ণয় করতে না পারলে $p \supset q$ যে একটি অপেক্ষক তা প্রমাণ হবে না। মনে করা যাক, চিনি জলে দেওয়া হল না তবু গলে গেল (সারণীর তৃতীয় সারির মানশর্ত, $p$ মিথ্যা $q$ সত্য)। তাতে কি প্রমাণ হয় যে

চিনি জলে দেওয়া হয় $\supset$ চিনি গলে যায়

মিথ্যা? কিছুতেই নয়, কারণ চিনি জলে দিলেও গলতে পারে, বায়ু থেকে আর্দ্রতা গ্রহণ করেও গলে যেতে পারে। সুতরাং, পূর্বগ মিথ্যা অনুগ সত্য হলেও প্রাকল্পিক বচন মিথ্যা বলে প্রমাণ হয় না। কিন্তু সত্য বলে প্রমাণ হয় কি? নীচের বচনটি দেখুন:

(7) যদি ভারতে 100 কোটি পুরুষ থাকে, তবে ভারতের পুরুষ-সংখ্যা বৃটেনের পুরুষ সংখ্যার চেয়ে বেশী।

পূর্বগ মিথ্যা অনুগ সত্য। ভারতে 100 কোটি পুরুষ নেই, ভারতের পুরুষ সংখ্যা বৃটেনের পুরুষ সংখ্যার চেয়ে বেশী। এই বচনকে কেউ মিথ্যা বলবেন না, সবাই সত্য বলে স্বীকার করবেন। আরো একটি দৃষ্টান্ত দেখুন। একটি ছেলের সর্দি হয়েছে, সে বলল,

(8) যদি আকাশ ভাল থাকে, তবে আজ ফুটবল খেলব।

কিন্তু বস্তুতঃ দেখা গেল, বৃষ্টি নামল কিন্তু ক্যাপ্টেনের অনুরোধে ছেলেটি অসুস্থ শরীর নিয়েও খেলতে গেল। পূর্বগ মিথ্যা অনুগ সত্য,

বচনটিও সত্য। বৃষ্টি নামলেও যে তাকে খেলতে হতে পারে, এ সম্ভাবনার কথা ছেলেটি ভাবেনি, ভাবলে হয়ত এভাবে বলত না। কিন্তু এখানে আমরা ছেলেটির উক্তির ঔচিত্য বিচার করছি না, সত্যতা বিচার করছি। সে বলেছে, যদি আকাশ ভাল থাকে তবে আজ ফুটবল খেলবে। যদি বলত, "যদি বৃষ্টি হয় তবে আজ ফুটবল খেলব না", কেবল তবেই তার উক্তি মিথ্যা হত।

এবার আর একটি দৃষ্টান্ত নেওয়া যাক্, যাতে পূর্বগ ও অনুগ দুই-ই মিথ্যা।

(9) যদি ভারতে 100 কোটি স্বামী থাকে, তবে অন্ততঃপক্ষে 100 কোটি স্ত্রীও আছে।

বচনটি কি মিথ্যা? নিশ্চয়ই নয়, যদিও ভারতে 100 কোটি স্বামীও নেই, 100 কোটি স্ত্রীও নেই। যদি আকাশ ভাল না থাকে এবং ছেলেটি না খেলে, তবেও (8) বচন সত্য হবে। কোন বচনকে জোরালোভাবে বা ঝোঁক দিয়ে অস্বীকার করতে আমরা অনেক সময় এই রকমের প্রাকল্পিক বচন ব্যবহার করি:

(10) যদি ভারত ওয়েস্ট ইণ্ডিজের কাছে ইডেনে হারে, তবে আমি নিষিদ্ধমাংস খাই,

(11) যদি শিকাগো সহর ইংল্যাণ্ডে হয়, তবে সমুদ্রের জল মিষ্টি।

বক্তার উদ্দেশ্য, ভারত ওয়েস্ট ইণ্ডিজের কাছে ইডেনে হারবে না, শিকাগো সহর ইংল্যাণ্ডে নয়, বলা। বচনগুলো উদ্ভট, তবুও এগুলোকে মিথ্যা বলা চলে না, কারণ বক্তার উদ্দেশ্য শুধুমাত্র পূর্বগটিকে মিথ্যা বলা। বলা যেতে পারে, শুধু তাই বললেই হয়, অমন উদ্ভট বচন বলা কেন? কিন্তু এই বচনগুলোকে মিথ্যা বলাও সমান উদ্ভট হবে। (9) বচন যদি সত্য হয়, তবে (10) ও (11) বচনও সত্য।

(10) ও (11) বচনকে সত্য বলতে আমাদের দ্বিধার কারণ, পূর্বগ ও অনুগের মধ্যে কোন সম্বন্ধ নেই, যেমন (4)—(6) বচনে আছে। কিন্তু (4), (5) ও (6) বচনে পূর্বগ ও অনুগের মধ্যে যে সম্বন্ধ তা এক রকম নয়। আমাদের উদ্দেশ্য, এই বিভিন্ন প্রকার সম্বন্ধের মধ্যে থেকে ন্যূনকল্প অর্থটি নির্দিষ্ট করা, যাতে ন্যূনকল্প অর্থে "যদি....তবে...." সংযোজকটি ব্যবহার করলে তা সব রকম "যদি....তবে...." সম্বন্ধের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য

হবে, যদিও সবক্ষেত্রে বিভিন্ন সম্বন্ধগুলোর পূর্ণ অর্থ প্রকাশ করবে না। দ্বিতীয়তঃ, ন্যূনতম অর্থে সংযোজকটি ব্যবহার করলেও প্রাকল্পিক বচন সহযোগে গঠিত ন্যায়ের বৈধতা বিচারে কোন অসুবিধা হয় না।

(4)—(6) বচনে ন্যূনকল্প অর্থটি প্রয়োগ করলে বচনগুলোর রূপ দাঁড়ায়,

(4) (ক) (সব মানুষ মরণশীল এবং সক্রেটিস মানুষ). ∼ (সক্রেটিস মরণশীল) কখনও নয়,

(5) (ক) (ক্ষেত্রটি ত্রিভুজ). ∼ (এর তিনটি বাহু আছে) কখনও নয়,

(6) (ক) (চিনি জলে দেওয়া হল). ∼ (চিনি গলল) কখনও নয়।

অর্থাৎ

(4) (খ) ∼ [ (সব মানুষ মরণশীল এবং সক্রেটিস মানুষ) . ∼ (সক্রেটিস মরণশীল) ]

(5) (খ) ∼ [ (ক্ষেত্রটি ত্রিভুজ). ∼ (এর তিনটি বাহু আছে) ]

(6) (খ) ∼ [ (চিনি জলে দেওয়া হল). ∼ (চিনি গলল) ]

আমরা জানি দুই প্রকার প্রাকল্পিক বচন সহযোগে গঠিত বৈধ ন্যায় আছে, পূর্বগস্বীকারভিত্তিক অনুগ স্বীকার, অনুগনিষেধভিত্তিক পূর্বগ নিষেধ। পূর্বগ স্বীকার করলে অনুগ স্বীকার করতে হবে, অনুগ নিষেধ করলে পূর্বগ নিষেধ করতে হবে। পূর্বগ স্বীকারের সঙ্গে অনুগ নিষেধ চলবে না, অনুগনিষেধের সঙ্গে পূর্বগস্বীকার চলবে না। (4) (খ)—(6) (খ) বচন ঐ ন্যায়বিধিগুলোই নির্দেশ করছে।

(7)—(11) বচন কেবল তখনই মিথ্যা হবে যদি

(7) (ক) "ভারতে 100 কোটি পুরুষ আছে" সত্য হয়, এবং ভারতের পুরুষ-সংখ্যা বৃটেনের পুরুষ-সংখ্যার চেয়ে বেশী" মিথ্যা হয়।

(8) (ক) "আকাশ ভাল থাকে" সত্য হয়, এবং "ছেলেটি ফুটবল খেলবে" মিথ্যা হয়।

(9) (ক) "ভারতে 100 কোটি স্বামী আছে" সত্য হয়, এবং "ভারতে অন্ততঃপক্ষে 100 কোটি স্ত্রী আছে" মিথ্যা হয়।

(10) (ক) "ভারত ওয়েস্ট ইণ্ডিজের কাছে ইডেনে হারবে" সত্য হয়, এবং "আমি নিষিদ্ধ মাংস খাই" মিথ্যা হয়।

(11) (ক) "শিকাগো সহর ইংল্যাণ্ডে" সত্য হয়, এবং "সমুদ্রের জল মিষ্টি" মিথ্যা হয়।

সর্বপ্রকার "যদি.....তবে...." সম্বন্ধের ন্যূনতম অর্থ কেবল এই সম্ভাবনাগুলোকে নিষেধ করে দিচ্ছে। পূর্বগ ও অনুগের আর সর্বপ্রকার মানশর্তে প্রাকল্পিক বচন সত্য। কার্যকারণসম্বন্ধ বা ঐ প্রকার কোন বিশেষ সম্বন্ধের বিশেষ অর্থ "$\supset$" সংযোজক প্রতীক বহন করে না, সর্বপ্রকার "যদি....তবে....সম্বন্ধের ন্যূনতম অর্থটি মাত্র বহন করে। পূর্বগ ও অনুগের মধ্যে কোন সম্বন্ধের অস্তিত্বও যেখানে দেখা যায় না, সেখানেও যদি এই শর্তটি পূরণ হয়, যে পূর্বগ সত্য ও অনুগ মিথ্যা এরূপ হতে পারে না, সে সব ক্ষেত্রেও প্রাকল্পিক বচন সত্য হবে :

যদি মেয়েরা গল্প করতে ভালবাসে, তবে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ ( ভূমি $\times$ উচ্চতা )।

পূর্বগ সত্য বা মিথ্যা যাই হোক না কেন, অনুগ সত্য। পূর্বগ সত্য অনুগ মিথ্যা এই সম্ভাবনা নেই, অতএব বচনটি সত্য। যেমন সংযৌগিক বা বৈকল্পিক বচনের বেলায়, তেমনি প্রাকল্পিক বচনের বেলায়ও তার সত্যতার জন্য উপাদান বচনের পরস্পর প্রাসঙ্গিকতার কোন প্রয়োজন নেই।

এবার আমরা প্রাকল্পিক অপেক্ষকের সত্যসারণী সম্পূর্ণ করতে পারি।

সারণী (8)

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p . \sim q$ | $\sim(p . \sim q)$ | $p \supset q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | T |
| T | F | T | T | F | F |
| F | T | F | F | T | T |
| F | F | T | F | T | T |

তৃতীয় স্তম্ভে সারণী (5) অনুসারে $\sim q$ এর মান বের করে, চতুর্থ স্তম্ভে সারণী (1) অনুসারে $p . \sim q$ এর মান বের করে, পঞ্চম স্তম্ভে সারণী (6) অনুযায়ী $\sim (p . \sim q)$ এর মান বের করা হল। ষষ্ঠ স্তম্ভে $p \supset q$ এর মান আর পঞ্চম স্তম্ভের $\sim (p . \sim q)$ এর মান এক, কারণ সংজ্ঞা দ্বারা এই দুটি অপেক্ষককে সমান বলা হয়েছে। এবার বলা যায়. $p \supset q$ একটি অপেক্ষক, কারণ এর মান শুধুমাত্র $p$ ও $q$ এর মানের উপর নির্ভরশীল, আর কিছুরই উপরে নয়। সারণীটি ন্যূনতম অর্থে প্রাকল্পিক বচনের সম্পূর্ণ মানশর্ত নির্দেশ করে বলে একে "$\supset$" প্রতীকের সংজ্ঞা বলে ধরে নেওয়া যায়।

"$\supset$" সংযোজকটি একটি খুব দুর্বল ধরণের প্রাকল্পিক সম্বন্ধ সূচিত করে, যার অর্থ শুধুমাত্র $\sim (p . \sim q)$। এই দুর্বল সম্বন্ধকে ন্যায়ে একটি বিশেষ নাম দেওয়া হয়েছে, বাস্তব প্রকল্পন। (8) বচনটি দেখলে বাস্তব প্রকল্পনের প্রকৃতি অনেকটা বোঝা যাবে। "যদি আকাশ ভাল থাকে, তবে আজ ফুটবল খেলব।" যদি আকাশ ভাল না থাকে, এবং ছেলেটি ফুটবল না খেলে, তবে পূর্বগ ও অনুগ দুই-ই মিথ্যা হয়, কিন্তু প্রাকল্পিক বচনটি সত্যই থাকে। যদি আকাশ ভাল নাও থাকে, এবং ছেলেটিকে বাধ্য হয়ে খেলতে হয়, তবুও বচনটি সত্য। যদি আকাশ ভাল থাকে এবং খেলে, তবে তো কথাই নেই। বচনটি মিথ্যা হবে কেবল যদি আকাশ ভাল থাকে এবং ছেলেটি না খেলে।

"যদি....তবে...." সংযোজককে বাস্তব প্রকল্পনের মত একটা দুর্বল অর্থে ব্যবহার করার কারণ, প্রথমতঃ, এটি সর্বপ্রকার "যদি....তবে....." সংযোজকের ব্যবহারের ন্যূনতম অর্থ বহন করে। দ্বিতীয়তঃ, সাধারণ বাক্‌রীতিতে এই অর্থে এই সংযোজকের ব্যবহার আছে, তার বহু দৃষ্টান্ত আমরা দেখেছি। তৃতীয়তঃ, বাস্তব প্রকল্পনের দ্বারা কার্যকারণসম্বন্ধের মত দৃঢ় বা গূঢ় সম্বন্ধও প্রকাশ করা যায় (পরবর্তী প্যারাগ্রাফ দ্রষ্টব্য)। চতুর্থতঃ, বাস্তব প্রকল্পনের অর্থে ব্যবহার করলেও প্রাকল্পিক বচন দ্বারা গঠিত সর্বপ্রকার বৈধ ন্যায়ের বৈধতা অক্ষুণ্ণ থাকে।[1]

একটি কার্যকারণসম্বন্ধসূচক বচন নেওয়া যাক্।

---

1 চতুর্থ হেতুটি পরবর্তী অধ্যায়ের আলোচনা থেকে পরিস্ফুট হবে। (4) বচনের সম্বন্ধের আলোচনা পঞ্চম অধ্যায়ে করা হবে, কারণ এতে বচনের আভ্যন্তরীণ গঠনের বিশ্লেষণ দরকার।

(12) যদি নীল লিট্‌মাস কাগজ এসিডে ফেলা হয়, তবে কাগজটি লাল হয়ে যায়।

বাস্তব প্রকল্পনের ধারণা অনুসারে, যদি নীল লিট্‌মাস কাগজ এসিডে না ফেললেও লাল হয়ে যায়, তবুও বচনটি সত্য হবে। কিন্তু যদি লিট্‌মাস কাগজ এসিডের মধ্যে এবং এসিডের বাইরে সর্বত্রই লাল হয়, তবে এটি অম্লতার একটি উত্তম রাসায়নিক পরীক্ষা হয় না। আসলে (12) বচন নিম্নোক্ত বচনের সংক্ষিপ্ত রূপ।

(12) (ক) যদি নীল লিট্‌মাস কাগজ এসিডে ফেলা হয়, তবে কাগজটি লাল হয়, এবং কাগজটি লাল হয় কেবল যদি এটিকে এসিডে ফেলা হয়।

বচনবর্ণ ও সংযোজক প্রতীক ব্যবহার করলে, "নীল লিট্‌মাস কাগজ এসিডে ফেলা হয়" এর স্থলে $p$ এবং "কাগজটি লাল হয়" এর স্থলে $q$ ব্যবহার করে, (12) (ক) বচনটি দাঁড়ায়,

(12) (খ) ( $p \supset q$ ) এবং ( $q$ কেবল যদি $p$ )।

এই বচনের দ্বিতীয় সংযোগীর অর্থ কি ? মনে করুন,

(13) আপনি ভোট দিতে পারেন, কেবল যদি আপনি নাগরিক হন,

এর অর্থ,

(13) (ক) যদি আপনি ভোট দিতে পারেন, তবে আপনি নাগরিক।

এর অর্থ নয়,

(13) (খ) যদি আপনি নাগরিক হন, তবে আপনি ভোট দিতে পারেন,

কারণ সব নাগরিকই ভোট দিতে পারে না। "আপনি নাগরিক" এর স্থলে $p$ ও "আপনি ভোট দিতে পারেন" এর স্থলে $q$ বচনবর্ণ ব্যবহার করলে, (13) বচনটি হয়,

$q$ কেবল যদি $p$।

এর অর্থ $q \supset p$ (13) (ক), $p \supset q$ (13) (খ) নয়। সুতরাং (12) (ক) বচনের অর্থ,

(13) (গ) $(p \supset q) \cdot (q \supset p)$।

সুতরাং (12) বচনের প্রকৃত অর্থ (13) (গ) বচনের দ্বারা প্রকাশিত হয়। দেখা গেল, আমরা শুধু বাস্তব প্রকল্পনের ধারণা দ্বারা অন্যান্য দৃঢ়তর বা গূঢ়তর সম্বন্ধও প্রকাশ করতে পারি।

অবশ্য সাধারণ বাক্‌রীতিতে কোন কোন সময় "$p$ কেবল যদি $q$" এর অর্থ $q \supset p$, $p \supset q$ নয়। মনে করুন, রাখালের মা মারা গেছেন, রাখালের বাবা আবার বিয়ে করেছেন, রাখালের বিমাতা রাখালকে দুচক্ষে দেখতে পারেন না, সব সময় বকেন, এবং তার বাবার কাছে তার বিরুদ্ধে সব সময় সত্যমিথ্যা নালিশ করেন। রাখাল সবই সহ্য করে, কিন্তু কেবল যদি তার বাবা বিমাতার পক্ষ নিয়ে তাকে মারধর করেন, তবে আর সে সহ্য করতে পারে না, আপন মাসীর বাড়ী পালিয়ে যায়।

(14) রাখাল আপন মাসীর বাড়ী পালিয়ে যায়, কেবল যদি তার বাবা তাকে মারধর করেন।

এর অর্থ নয়,

(14) (ক) যদি রাখাল আপন মাসীর বাড়ী পালিয়ে যায়, তবে তার বাবা তাকে মারধর করেন।

এর অর্থ,

(14) (খ) যদি রাখালের বাবা তাকে মারধর করেন, তবে সে আপন মাসীর বাড়ী পালিয়ে যায়।

কিন্তু, বিজ্ঞানে, গণিতে বা ন্যায়ে "$p$ কেবল যদি $q$"-কে $p \supset q$ অর্থে ব্যবহার করাই রীতি, যেমন (12) ও (13) বচনে করা হয়েছে।

"যদি $p$, তবে $q$", কে বিভিন্নভাবে লিখতে পারা যায়,

$p$ কেবল যদি $q$,
$q$, যদি $p$,
$q$, $p$ শর্তে
$\sim p$, যদি না $q$,
$p$, $q$-এর পর্যাপ্ত শর্ত,
$q$, $p$-এর অপরিহার্য শর্ত

এই সবগুলোর অর্থ $p \supset q$।

## 2.10 মন্তব্য

আমরা সাধারণ ভাষায় ব্যবহৃত "এবং", "বা", "না", ও "যদি.....তবে....." সংযোজকগুলি বিশ্লেষণ করেছি, এগুলো ন্যায়ে কি অর্থে ব্যবহৃত হবে তা বলেছি, এবং প্রত্যেকটির জন্য একটি প্রতীক ব্যবহার করব স্থির করেছি। কোন কোন স্থলে প্রতীকটি পড়বার জন্য সাধারণ ভাষার শব্দটিই ব্যবহার করতে বলেছি। তার থেকে এ রকম সিদ্ধান্তে আসা ঠিক হবে না যে প্রতীকগুলো সাধারণ ভাষার সংযোজকের নাম মাত্র। আমরা এও দেখেছি, সাধারণ ভাষায় সংযোজকগুলো বিভিন্ন প্রসঙ্গে বিভিন্ন অর্থ বহন করে, আমরা তার থেকে ন্যূনতম অর্থটি নিয়ে শুধু সেইটি বোঝাবার জন্যই প্রতীক ব্যবহার করবার সিদ্ধান্ত নিয়েছি। দৃষ্টান্তের সাহায্যে দেখানো হয়েছে, "." সর্বক্ষেত্রেই সাধারণ ভাষার "এবং" নয়, "v" সর্বক্ষেত্রেই সাধারণ ভাষার "বা" নয়। সাধারণ ভাষার সংযোজক শব্দগুলোর বা তাদের সাহায্যে গঠিত ন্যায় বা যুক্তির অর্থ স্পষ্টভাবে প্রকাশ করার জন্যই ন্যায়ে প্রতীকের ব্যবহার। তাই প্রতীকগুলির অর্থ এমনভাবে নির্দিষ্ট করে দেওয়া হয়েছে, যাতে সাধারণ ভাষায় যত বিভিন্ন অর্থেই সংযোজকগুলো ব্যবহার করা হোক না কেন, ন্যায়ে প্রতীকটি যেন সর্বক্ষেত্রে, সমস্ত প্রসঙ্গে, মূল ভাবটিকে রক্ষা করে, তাদের স্থানে সংস্থাপিত হতে পারে।

# তৃতীয় অধ্যায়

## বচনাকার ও ন্যায়াকার

### 3.1 বচনাকার

বচনাকার বললে যৌগিক বচনের আকার বুঝতে হবে।[1] যৌগিক বচনের আকার বচনবর্ণ ($p, q, r, \ldots$) ও সংযোজক প্রতীকের ("$.$", "$v$", "$\sim$", "$\supset$") দ্বারা প্রদর্শনীয়।

$$\sim p$$
$$p \cdot q$$
$$p \vee q$$
$$p \supset q$$

এইগুলো বচনাকার। বচনাকার আরও জটিল হতে পারে (2.9 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)।

বচনবর্ণ ও সংযোজকপ্রতীক দ্বারা গঠিত কোন প্রতীকপরম্পরায় বচনবর্ণের স্থলে বচন সংস্থাপন করলে যদি একটি বচন উৎপন্ন হয়, তবে ঐ প্রতীকপরম্পরাকে বচনাকার বলে। বচনাকারকে বাচনিক সূত্র, বচন-সূত্র, সংক্ষেপে শুধু সূত্রও বলা হয়। লক্ষণীয় যে সূত্রমাত্রই অপেক্ষক। কেউ কেউ বলেন, $p$ ও একটি অপেক্ষক, যদিও এর উপাদানবচন মাত্র একটি এবং কোন সংযোজক নেই। $p$-এর স্থলে সত্যবচন সংস্থাপন করলে $p$ সত্য হবে, মিথ্যাবচন সংস্থাপন করলে $p$ মিথ্যা হবে। সুতরাং $p$ও একটি সূত্র।

$$(1) \quad \sim p . (q \vee \sim r)$$

$p$-এর স্থলে "যুদ্ধ হবে", $q$-এর স্থলে "স্নায়ুযুদ্ধ চলতে থাকবে", $r$-এর স্থলে "বৃহৎশক্তিরা পক্ষ নেবে" সংস্থাপন করলে নীচের বচনটি উৎপন্ন হয়,

(1) (ক) যুদ্ধ হবে না, এবং স্নায়ুযুদ্ধ চলতে থাকবে বা বৃহৎ শক্তিরা পক্ষ নেবে না।

1 2.1 ও 2.8 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য।

(1) সূত্রটি এই বচনের আকার। কিন্তু

$$p, v\, q\, r \sim \sim$$

বচনাকার নয়, কারণ বচনসংস্থাপন করলে এটি দাঁড়ায়

যুদ্ধ হবে এবং বা স্নায়ুযুদ্ধ চলতে থাকবে বৃহৎ শক্তিরা পক্ষ নেবে না না।

এটি বচন নয়, অর্থহীন শব্দযোজনা মাত্র।

(1) বচনাকারে মূল সংযোজক ".", সংযোগী বচন দুটি $\sim p$ ও $q\, v \sim r$, একটি নিষেধক অপরটি বৈকল্পিক বচন। সংযৌগিক বচনের সাধারণ আকার

(2) $p.q$,

সুতরাং এক অর্থে $p.q$-কেও (1) (ক) বচনের আকার বলা চলে। $p.q$ থেকে (1) (ক) বচন পেতে হলে $p$-এর স্থলে সংস্থাপন করতে হবে "যুদ্ধ হবে না", $q$-এর স্থলে সংস্থাপন করতে হবে "স্নায়ুযুদ্ধ চলতে থাকবে বা বৃহৎশক্তিরা পক্ষ নেবে না"। কোন বচনবর্ণের স্থলে যে কোন নিষেধক, সংযৌগিক, বৈকল্পিক বা প্রাকল্পিক বচন সংস্থাপন করা চলে। কিন্তু $p.q$ বললে $\sim p.(q\, v \sim r)$ আকারটি পরিষ্কারভাবে বোঝা যায় না। সেইজন্য আমরা (2) সূত্রকে (1) (ক) বচনের সাধারণ আকার বলব, এবং (1) সূত্রকে তার বিশেষ আকার বলব। কোন সূত্রের প্রত্যেকটি ভিন্ন বচনবর্ণের স্থলে একটি ভিন্ন সরল বচন সংস্থাপন করলে যে বচন উৎপন্ন হয়, সূত্রটি সেই বচনের বিশেষ আকার। (2) সূত্রের ভিন্ন ভিন্ন বচনবর্ণের স্থলে ভিন্ন ভিন্ন সরল বচন সংস্থাপন করলে (1) (ক) বচন পাওয়া যাবে না। (2) সূত্র থেকে (1) (ক) বচন পেতে হলে বচনবর্ণের স্থলে যৌগিক বচন সংস্থাপন করতে হবে। কিন্তু (1) (ক) বচন (1) ও (2) বচনসূত্রের উভয়েরই দৃষ্টান্ত। কোন বচনসূত্রের বচনবর্ণের স্থলে (যে কোন) বচন (সূত্র) সংস্থাপন[1] করলে যে বচন (সূত্র) উৎপন্ন হয় তাকে ঐ সূত্রের দৃষ্টান্ত বচন (সূত্র) বা সংস্থাপিত বচন (সূত্র) বলে। যেমন

যদি বৃষ্টি হয়, তবে খেলা হবে না,

$p \supset (q\, v\, r)$,

$[(p.q)\, v\, r] \supset \sim (\sim p. \sim r)$,

---

[1] সংস্থাপন সম্পর্কে 3.4 ও 4.1 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য।

সবগুলোই $p \supset q$-এর দৃষ্টান্ত বচন ( সূত্র ), যদিও $p \supset q$ কেবল প্রথম দৃষ্টান্ত বচনের বিশেষ আকার।

এখানে আমরা বচনবর্ণ ব্যবহার ও তৎস্থলে বচন ( সূত্র ) সংস্থাপনের কয়েকটি নির্দিষ্ট রীতির উল্লেখ করব।

(ক) কোন বচনসূত্রের প্রথম বচনবর্ণ $p$ হবে, দ্বিতীয়টি $q$, তৃতীয়টি $r$, ইত্যাদি।

(খ) কোন বচনসূত্রে যদি কোন বচনবর্ণ একাধিকবার থাকে, তবে তার প্রত্যেকটি অবস্থানক্ষেত্রে একই বচন ( সূত্র ) সংস্থাপন করতে হবে। যেমন — $p \vee p \vee q$ সূত্রে দুইটি $p$-এর স্থলে একই বচন ( সূত্র ) সংস্থাপন করতে হবে।

## 3.2 স্বতঃসত্য, স্বতোমিথ্যা ও অনির্দিষ্টমান বচন

1.3 অনুচ্ছেদে স্বতঃসত্য, স্বতোমিথ্যা ও ব্যবহারিকভাবে সত্য বা মিথ্যা বচনের উল্লেখ করা হয়েছে। আমরা দেখেছি, কোন বৈকল্পিক বচনে একটি বিকল্প অপরটির নিষেধ হলে বচনটি স্বতঃসত্য হবে।

(1) বঙ্কিমচন্দ্র "বন্দে মাতরম্" সঙ্গীতটি রচনা করেছিলেন।

(2) বঙ্কিমচন্দ্র "বন্দে মাতরম্" সঙ্গীতটি রচনা করেছিলেন বা করেন নি।

বচন দুটিই সত্য। কিন্তু (2) বচন যে ভাবে সত্য, (1) বচন সে ভাবে নয়। (2) বচন দেখলে বা শুনলেই যে কেউ বুঝতে পারবেন এটি মিথ্যা হতে পারে না। বচনটি তার আকারের জন্যই সত্য, স্বতঃসত্য। এর সত্যতা নির্ধারণের জন্য কাউকে বাংলা সাহিত্যের ইতিহাস পড়তে হবে না। (1) বচনটিও সত্য, কিন্তু একইভাবে নয়। এটির সত্যতা বাংলা সাহিত্যের ইতিহাসের ব্যাপার, বঙ্কিমচন্দ্রের রচনা পড়ে তবেই আমরা তা জানতে পেরেছি। ঘটনা এমনভাবে ঘটতে পারত যে বচনটি মিথ্যা হয়, আর কেউ সঙ্গীতটি বঙ্কিমচন্দ্রের আগে রচনা করতে পারতেন। এর সত্যতার মধ্যে অনিবার্যতা, অনস্বীকার্যতা নেই। কিন্তু (2) বচনের সত্যতার মধ্যে অনিবার্যতা, অনস্বীকার্যতা আছে। আমরা বলেছি, (2) বচন স্বতঃসত্য, (1) বচন ব্যবহারিক ভাবে সত্য।

(3) রবীন্দ্রনাথ "বন্দে মাতরম্" সঙ্গীত রচনা করেছিলেন।

(4) রবীন্দ্রনাথ "বন্দে মাতরম্" সঙ্গীত রচনা করেছিলেন এবং করেন নি।

দুটি বচনই মিথ্যা, কিন্তু (4) বচন যে ভাবে মিথ্যা, (3) বচন সে ভাবে নয়। (4) বচন দেখলে বা শুনলেই যে কেউ বুঝতে পারবেন এটি সত্য হতে পারে না, কারণ এটি একটি সংযৌগিক অপেক্ষক, এর একটি সংযোগী অপরটির নিষেধ। অর্থাৎ, বচনটি তার আকারের জন্যই মিথ্যা, স্বতোমিথ্যা। এর মিথ্যাত্ব নির্ধারণের জন্য বাংলা সাহিত্যের ইতিহাস পড়তে হবে না। (3) বচনও মিথ্যা, কিন্তু এটি যে মিথ্যা তা বাংলা সাহিত্যের ইতিহাসের ব্যাপার, রবীন্দ্র-বঙ্কিমের রচনা পড়লেই তবে এটি যে মিথ্যা তা আমরা জানতে পারি। ঘটনা এমনভাবে ঘটতে পারত যে রবীন্দ্রনাথই এই সঙ্গীতটি রচনা করেছিলেন। এর মিথ্যাত্বের মধ্যে অনিবার্যতা, অনস্বীকার্যতা নেই। কিন্তু (4) বচনের মিথ্যাত্বের মধ্যে অনিবার্যতা, অনস্বীকার্যতা আছে। আমরা বলেছি, (4) বচন স্বতোমিথ্যা, (3) বচন ব্যবহারিকভাবে মিথ্যা।

(2) বচন $p \vee \sim p$ আকারের, (4) বচন $p . \sim p$ আকারের। $p \vee \sim p$-এর এমন কোন দৃষ্টান্ত বচন পাওয়া যাবে না যা মিথ্যা হবে, $p . \sim p$-এর এমন কোন দৃষ্টান্ত বচন পাওয়া যাবে না যা সত্য হবে। যে কোন সূত্র $p \vee \sim p$ আকারের হলেই স্বতঃসত্য হবে, যে কোন সূত্র $p . \sim p$ আকারের হলেই স্বতোমিথ্যা হবে। কোন বচন বা সূত্র স্বতঃসত্য বা স্বতোমিথ্যা না হলে তাকে অনির্দিষ্টমান বচন বা সূত্র বলা হয়। যেমন $p$, যদি $p$-এর স্থলে (1) বচন সংস্থাপন করা হয় তবে $p$ সত্য, যদি (3) বচন সংস্থাপন করা হয় তবে $p$ মিথ্যা। লক্ষণীয় যে $p$-এর স্থলে আমরা (2) বচন সংস্থাপন করতে পারি, তখন $p$ স্বতঃসত্য, আবার (4) বচন সংস্থাপন করতে পারি, তখন $p$ স্বতোমিথ্যা। কিন্তু $p$ (2) বা (4) বচনের বিশেষ আকার নয়, সাধারণ আকার মাত্র। সুতরাং $p$ অনির্দিষ্টমান।

অনুরূপভাবে, $\sim p$, $p.q$, $p \vee q$, $p \supset q$, অনির্দিষ্টমান সূত্র। $\sim p$ তে $p$-এর স্থলে (3) বচন সংস্থাপন করলে $\sim p$ সত্য হবে, কিন্তু (1) বচন সংস্থাপন করলে $\sim p$ মিথ্যা হবে। $p$-এর মত $q$-ও অনির্দিষ্টমান, সুতরাং $p.q$ অনির্দিষ্টমান। $p \vee q$ সূত্রও তাই (কিন্তু $q$-এর স্থলে যদি $p$-এর দৃষ্টান্তবচনের নিষেধক অর্থাৎ $\sim p$ সংস্থাপন করি, তবে $p \vee q$ স্বতঃসত্য হয়ে যাবে। যেমন, $p$-এর স্থলে (1) বচন সংস্থাপন করে $q$-এর স্থলে তার নিষেধকটি সংস্থাপন করলে (2) বচন $p \vee q$-এর

দৃষ্টান্ত বচন হবে, কিন্তু $p \vee q$ (2) বচনের বিশেষ আকার নয়)। $p \supset q$ সূত্রটিও অনির্দিষ্টমান, কারণ $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হলে $p \supset q$ মিথ্যা হবে, $p$ ও $q$-এর অন্য মানশর্তে সত্য হবে।

সুতরাং বলা যায়, কোন বচনাকার বা সূত্রের সমস্ত দৃষ্টান্তবচন সত্য হলে সূত্রটি স্বতঃসত্য, সমস্ত দৃষ্টান্তবচন মিথ্যা হলে স্বতোমিথ্যা বা স্ববিরোধী হবে। কোন সূত্র স্বতঃসত্য বা স্বতোমিথ্যা না হলে অনির্দিষ্টমান হবে। সত্যসারণী থেকে বিষয়টি আরও সহজভাবে বোঝা যায়। যে কোন সত্যসারণীর শেষস্তম্ভে অপেক্ষকের মান দেওয়া থাকে। সারণী (5)-এ দেখা যায়, প্রথম সারিতে $\sim p$ অপেক্ষকের মান মিথ্যা, অর্থাৎ $p$-এর স্থলে একটি সত্যবচন সংস্থাপন করলে $\sim p$-এর দৃষ্টান্তবচন মিথ্যা হবে। অর্থাৎ $\sim p$ সূত্রের সমস্ত দৃষ্টান্তবচন সত্য নয়। সুতরাং $\sim p$ স্বতঃসত্য সূত্র নয়। $\sim p$ স্বতোমিথ্যাও নয়, কারণ দ্বিতীয় সারিতে দেখা যায়, $p$-এর স্থলে একটি মিথ্যাবচন সংস্থাপন করলে $\sim p$-এর দৃষ্টান্তবচন সত্য হবে। অর্থাৎ $\sim p$ সূত্রের সমস্ত দৃষ্টান্তবচন মিথ্যাও নয়। সুতরাং $\sim p$ একটি অনির্দিষ্টমান সূত্র। অনুরূপভাবে, সারণী (1), সারণী (3), সারণী (4) ও সারণী (8) থেকে বোঝা যাবে, $p.q$, $p \vee q$, $p+q$, $p \supset q$, সূত্রগুলো অনির্দিষ্টমান। কিন্তু $p \vee \sim p$ আকারের সমস্ত দৃষ্টান্তবচন সত্য, $p. \sim p$ আকারের সমস্ত দৃষ্টান্তবচন মিথ্যা, সুতরাং প্রথমটি স্বতঃসত্য, দ্বিতীয়টি স্বতোমিথ্যা।

$p \vee \sim p$ ও $p. \sim p$ এর আলাদা সত্যসারণী গঠন করলে সূত্র দুটি যে যথাক্রমে স্বতঃসত্য ও স্বতোমিথ্যা তা আরও পরিষ্কারভাবে বোঝা যায়।

সারণী (9)

| $p$ | $\sim p$ | $p \vee \sim p$ |
|---|---|---|
| T | F | T |
| F | T | T |

প্রথম দুই স্তম্ভ সারণী (5) এর অনুরূপ। এর থেকে সারণী (3) এর দ্বিতীয় ও তৃতীয় সারি অনুযায়ী তৃতীয় স্তম্ভে $p \vee \sim p$ অপেক্ষকের মান নির্ণয় করা হয়েছে। দেখা গেল, $p$-এর যে কোন মানশর্তে $p \vee \sim p$ সত্য। অর্থাৎ $p$-এর স্থলে যে কোন দৃষ্টান্তবচন সংস্থাপন করা হোক না

কেন, $p \vee \sim p$-এর কোন দৃষ্টান্তবচন মিথ্যা হবে না, সমস্ত দৃষ্টান্তবচন সত্য হবে। $p \vee \sim p$ স্বতঃসত্য। লক্ষণীয় যে কোন দৃষ্টান্তবচন সংস্থাপন না করেই আমরা বলতে পারছি, $p \vee \sim p$-এর সব দৃষ্টান্তবচন সত্য হবে। কারণ, $p$ বচনের মানশর্তই শুধু $p \vee \sim p$-এর সত্যতা বিচারে প্রয়োজন, কোন বিশেষ বচন সংস্থাপন করার কোন প্রয়োজন নেই। সত্য বচন সংস্থাপন করলে $p$ সত্য হবে, মিথ্যা বচন সংস্থাপন করলে $\sim p$ সত্য হবে, যে কোন মানশর্তে একটি বিকল্প সত্য হবে, অতএব $p \vee \sim p$ সর্বদাই সত্য হ'বে। উপাদান বচনের মানশর্ত ছাড়া আর কিছুরই অপেক্ষকের মান নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজন নেই।

কোন সূত্রের সত্যসারণীতে সূত্রটির স্তম্ভে কেবল T থাকলে সূত্রটি স্বতঃসত্য, কেবল F থাকলে স্বতোমিথ্যা, T ও F দুই-ই থাকলে অনির্দিষ্টমান হবে।

সারণী (10)

| $p$ | $\sim p$ | $p . \sim p$ |
|---|---|---|
| T | F | F |
| F | T | F |

প্রথম দুই স্ত সারণী (5) এর অনুরূপ। তার থেকে সারণী (1)-এর দ্বিতীয় ও তৃতীয় সারি অনুযায়ী তৃতীয় স্তম্ভে $p. \sim p$ অপেক্ষকের মান নির্ণয় করা হয়েছে। দেখা গেল $p$-এর যে কোন মানশর্তে $p. \sim p$ মিথ্যা। অর্থাৎ $p$-এর স্থলে যে কোন দৃষ্টান্তবচন সংস্থাপন করা হোক না কেন, $p. \sim p$-এর কোন দৃষ্টান্তবচন সত্য হবে না, সমস্ত দৃষ্টান্তবচন মিথ্যা হবে। $p. \sim p$ স্বতোমিথ্যা। লক্ষণীয় যে স্বতঃসত্য বচনের নিষেধক স্বতোমিথ্যা, স্বতোমিথ্যা বচনের নিষেধক স্বতঃসত্য। সত্যসারণীর সাহায্যে পরীক্ষা করুন।

সাধারণ ভাষায় রচিত $p \vee \sim p$ আকারের কোন কোন বচন স্বতঃসত্য নয়। যেমন,

প্রকাশ জীবনে সাফল্যলাভ করবে বা করবে না।

বচনটিকে স্বতঃসত্য স্বীকার না করার কারণ, "জীবনে সাফল্যলাভের" কোন নির্দিষ্ট মান নেই। এমন অনেক লোক আছেন যাঁদের জীবন এক দৃষ্টিকোণ থেকে সফল বলা যায়, আর এক দৃষ্টিকোণ থেকে ব্যর্থ বলা

যায়। তারপর, সাফল্যলাভ করা ও না করার মধ্যে কোন নির্দিষ্ট সীমারেখা টেনে দেওয়া যায় না। এ রকম ক্ষেত্রে, প্রকাশ জীবনে সাফল্যলাভ করেছে এবং করেনি, এই বচনটিও স্বতোমিথ্যা নয়। কিন্তু যেখানের বচনের অর্থ সুপরিস্ফুট, সেখানে $p \vee \sim p$ আকারের যে কোন বচন স্বতঃসত্য, $p. \sim p$ আকারের যে কোন বচন স্বতোমিথ্যা। আমরা ধরে নেব, ন্যায়ে ব্যবহার্য বচন দ্ব্যর্থহীন, এবং তার সত্যতা বা মিথ্যাত্ব সুনির্দিষ্টভাবে নির্ণয়যোগ্য।

একটা প্রশ্ন উঠতে পারে,

রবীন্দ্রনাথ "বন্দে মাতরম্ সঙ্গীত" লিখেছিলেন বা লেখেন নি,

এই বচন রবীন্দ্রনাথের "বন্দেমাতরম্ সঙ্গীতের" লেখকত্ব সম্বন্ধে কিছুই বলে না। একটু চিন্তা করলেই বোঝা যায়, এই প্রকার বচন স্বতঃসত্য হলেও একপ্রকার শূন্যোক্তি, অর্থাৎ কোন বিষয়জ্ঞান দেয় না, জাগতিক কোন ব্যাপার বা ঘটনা সম্বন্ধে কিছুই বলে না। কিন্তু, বিষয়জ্ঞাননিরপেক্ষ এবং বিষয়জ্ঞানশূন্য হলেও এই প্রকার বচনের স্বতঃসত্যতা আকারগত। এই গ্রন্থের পরবর্তী অংশে আমরা দেখতে পাব, স্বতঃসত্য বচনের বৈধতা ও ন্যায়ের বৈধতার মধ্যে ঘনিষ্ঠ সম্বন্ধ আছে, বস্তুতঃ ন্যায়ের বৈধতা ও স্বতঃসত্য বচনের বৈধতা অভিন্ন।

## 3.3 জটিলতর সূত্রের মান নির্ণয়

এই অনুচ্ছেদে আমরা একাধিক সংযোজক দ্বারা গঠিত সূত্রের মান নির্ণয়ের পদ্ধতি দেখাব। কোন সূত্রের মান নির্ণয়ের জন্য সত্যসারণী একটি যান্ত্রিক ও সম্পূর্ণ কার্যকরী পদ্ধতি। 2.6 অনুচ্ছেদে সারণী (2)-এ দুইয়ের বেশী সরল উপাদান বচন দ্বারা গঠিত অপেক্ষকের (সূত্রের) মানশর্ত নিবেশনের উপায় বর্ণনা করা হয়েছে। প্রথমে তদনুসারে মানশর্ত-নিবেশন করতে হবে। তারপর সূত্রটি পরীক্ষা করে দেখতে হবে কোনটি মূল সংযোজক। ধরা যাক্, সূত্রটি

$$(p.q) \vee r$$

বন্ধনীর ব্যবহার থেকেই মূল সংযোজক যে "$\vee$" তা বোঝা যাচ্ছে (2.8 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)। অর্থাৎ সূত্রটি $p \vee q$ সাধারণ আকারের একটি বৈকল্পিক বচন। প্রথম বিকল্প নিজেই একটি সংযৌগিক যৌগিক বচন। সুতরাং উপাদান যৌগিক বচনের সত্যসারণী আগে বার করে নিতে হবে,

এবং তারপর সূত্রটির সত্যসারণী অন্তর্গত যৌগিক বচনের সত্যসারণী থেকে প্রণয়ন করতে হবে। যদি সূত্রটি

$$(p \vee q) . (q \vee r)$$

হয়, তবে তার মূল সংযোজক ".", সংযোগী দুটিই বৈকল্পিক বচন। অন্তর্গত বৈকল্পিক বচনের সত্যসারণী আগে বের করে তার থেকে মূল সূত্রের সত্যসারণী প্রণয়ন করতে হবে। এই দুটি সূত্রের সত্যসারণী প্রণয়ন করে দেখানো হচ্ছে।

সারণী (11)

| $p$ | $q$ | $r$ | $p.q$ | $(p.q) \vee r$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | T | F | T | T |
| T | F | T | F | T |
| T | F | F | F | F |
| F | T | T | F | T |
| F | T | F | F | F |
| F | F | T | F | T |
| F | F | F | F | F |

চতুর্থ স্তম্ভ সারণী (1) অনুযায়ী প্রথম ও দ্বিতীয়স্তম্ভ থেকে এবং পঞ্চম স্তম্ভ সারণী (3) অনুযায়ী চতুর্থ ও তৃতীয় স্তম্ভ থেকে গঠিত।

সারণী (12)

| $p$ | $q$ | $r$ | $p \vee q$ | $q \vee r$ | $(p \vee q).(q \vee r)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | T | T | T | T |
| T | F | F | T | F | F |
| F | T | T | T | T | T |
| F | T | F | T | T | T |
| F | F | T | F | T | F |
| F | F | F | F | F | F |

চতুর্থ ও পঞ্চম স্তম্ভ সারণী (3) অনুযায়ী ও ষষ্ঠ স্তম্ভ চতুর্থ ও পঞ্চম স্তম্ভ থেকে সারণী (1) অনুযায়ী গঠিত।

ধরা যাক্, কোন উপাদান যৌগিক বচনের উপাদান বচনও যৌগিক,

$$p \supset [(q.r) \vee p]$$

মূল সংযোজক "⊃"। অনুগ একটি বৈকল্পিক বচন, তার প্রথম বিকল্প একটি সংযৌগিক বচন। এর সত্যসারণী প্রণয়নের পদ্ধতি হবে, প্রথমে $q.r$-এর, তারপর $(q.r) \vee p$-এর, তারপর মূলসূত্রটির। জটিল বচনের সত্যসারণী প্রণয়নের সাধারণ নিয়ম—সর্বমধ্যস্থ উপাদান বচনের সংযোজক দিয়ে শুরু করে মূল সংযোজকে পৌঁছতে হবে। সত্যসারণীটি এইরূপ :

সারণী (13)

| $p$ | $q$ | $r$ | $q.r$ | $(q.r) \vee p$ | $p \supset [(q.r) \vee p]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | F | F | T | T |
| T | F | T | F | T | T |
| T | F | F | F | T | T |
| F | T | T | T | T | T |
| F | T | F | F | F | T |
| F | F | T | F | F | T |
| F | F | F | F | F | T |

চতুর্থ স্তম্ভ সারণী (1) অনুযায়ী, পঞ্চম স্তম্ভ চতুর্থ ও প্রথম স্তম্ভ থেকে সারণী (3) অনুযায়ী, ষষ্ঠ স্তম্ভ প্রথম ও পঞ্চম স্তম্ভ থেকে সারণী (8) অনুযায়ী গঠিত।

প্রথম দুটি সূত্র অনির্দিষ্টমান, তৃতীয়টি স্বতঃসত্য। সত্যসারণীতে সম্ভাব্য সকল প্রকার মানশর্তসমাবেশে প্রদত্ত সূত্রের মান নির্ণয় করা হয়। যদি নির্দিষ্ট মানশর্তে কোন সূত্রের মান নির্ণয় করতে হয়, তবে সত্য-সারণীর যে সারিতে ঐ নির্দিষ্ট মানশর্ত অনুযায়ী সূত্রটির মান নির্ণীত হয়, সেই সারিটি পৃথক্‌ভাবে প্রণয়ন করতে হয়। যেমন, $p$ সত্য, $q$ মিথ্যা, $r$ মিথ্যা হলে দ্বিতীয় সূত্রটির কি মান হবে? প্রথম সংযোগী $p \vee q$ সত্য হবে, দ্বিতীয় সংযোগী $q \vee r$ মিথ্যা হবে, সূত্রটি মিথ্যা

হবে। সত্যসারণী (12)-এর চতুর্থ সারিটির সঙ্গে মিলিয়ে দেখুন। প্রত্যেকটি অপেক্ষকের বেলায় কি মানশর্তে অপেক্ষকটি সত্য বা মিথ্যা তা জানা আছে, প্রদত্ত মানশর্ত তার মধ্যেই যে কোন একটা হবে, সুতরাং তদনুযায়ী সর্বমধ্যস্থ অপেক্ষকের মান নির্ণয় করে ক্রমে ক্রমে মূল সূত্রের মান নির্ণয় করতে হয়। 2.8 অনুচ্ছেদের (9) ও (10) সূত্র ধরুন। $p$ মিথ্যা, $q$ মিথ্যা, $r$ সত্য হলে

$$[p \vee (q.r)] \vee [r \vee (p.q)]$$

সূত্রটির মান কি? প্রথম বিকল্প $p \vee (q.r)$-এর দুটি বিকল্পই মিথ্যা, কারণ $p$ মিথ্যা, এবং $q$ মিথ্যা বলে $q.r$ ও মিথ্যা। দ্বিতীয় বিকল্প $r \vee (p.q)$-এর প্রথম বিকল্প $r$ সত্য, দ্বিতীয় বিকল্প $p$ ও $q$ উভয়ই মিথ্যা বলে মিথ্যা। সুতরাং মূল সূত্রের দ্বিতীয় বিকল্প সত্য বলে সূত্রটি সত্য।

$p$ মিথ্যা, $q$ সত্য, $r$ মিথ্যা, $s$ সত্য, $t$ মিথ্যা হলে,

$$[p \vee \{q.(r \vee s)\}] \vee t$$

সূত্রটির মান কি? $r$ মিথ্যা, $s$ সত্য, অতএব $r \vee s$ সত্য। $q$ সত্য, $r \vee s$ সত্য, অতএব $q.(r \vee s)$ সত্য। $p$ মিথ্যা, $q.(r \vee s)$ সত্য অতএব $p \vee \{q.(r \vee s)\}$ সত্য। প্রথম বিকল্প সত্য, অতএব মূল সূত্র সত্য।

আর একটি আরও জটিল সূত্র নেওয়া যাক্। $p, q, r, s,$ চারিটিই সত্য হলে,

$$[(p.\sim q) \vee r] \supset \sim [(q.s) \supset (p \vee r)]$$

সূত্রের মান কি? মূল সংযোজক "$\supset$", পূর্বগ $(p.\sim q) \vee r$, অনুগ $\sim[(q.s) \supset (p \vee r)]$। $\sim q$ মিথ্যা, $p.\sim q$ মিথ্যা, $r$ সত্য, সুতরাং পূর্বগ সত্য। $q.s$ সত্য, $p \vee r$ সত্য, $(q.s) \supset (p \vee r)$ সত্য, অনুগ মিথ্যা। মূলসূত্র মিথ্যা। $p, q, r, s,$ চারটিই মিথ্যা হলে এই সূত্রের কি মান হবে? $p$ মিথ্যা $p.\sim q$ মিথ্যা, $r$ মিথ্যা, পূর্বগ মিথ্যা, সুতরাং মূলসূত্র সত্য, অনুগ সত্যমিথ্যা যাই হোক্ না কেন।

## 3.4 সমমান বচন

দুটি বচন বা সূত্রের মান (সত্যমান বা মিথ্যামান) এক হলে বচন বা সূত্র দুটিকে সমমান বলা হয়। সমমানতা সম্বন্ধের স্থলে "$\equiv$" প্রতীক

চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়। দুটি বচনের সর্বপ্রকার মানশর্ত নিবেশন করে "$\equiv$" প্রতীকের সংজ্ঞা নীচের সারণীতে দেওয়া হল।

সারণী (14)

| $p$ | $q$ | $p \equiv q$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | T |

দ্বিতীয় ও তৃতীয় সারিতে $p$ ও $q$-এর মান এক নয় বলে তৃতীয় স্তম্ভে $p \equiv q$-এর মান F হয়েছে। যেহেতু $p \equiv q$-এর মান কেবলমাত্র $p$ ও $q$-এর মানের উপর নির্ভর করে, সেজন্য $p \equiv q$ একটি অপেক্ষক, সমমানতাসূচক প্রতীকটি একটি সত্যাপেক্ষ সংযোজক।

2.9 অনুচ্ছেদের (12) (ক) বচনটি আবার নেওয়া যাক্। এর আকার $(p \supset q) \cdot (q \supset p)$, অর্থাৎ দুটি বচনের মধ্যে অন্যোন্য বাস্তব প্রাকল্পিক সম্বন্ধ। এই প্রকার বচনকে অন্যোন্য বাস্তব প্রাকল্পিক বচন বলে। এটির সারণী তৈরী করা যাক।

সারণী (15)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $q \supset p$ | $(p \supset q) \cdot (q \supset p)$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | T | F |
| F | T | T | F | F |
| F | F | T | T | T |

দেখা যায়, দ্বিতীয় ও তৃতীয় সারিতে $p$ ও $q$-এর মান এক নয়, এবং $(p \supset q) \cdot (q \supset p)$-এর মানও মিথ্যা হয়েছে। দুটি বচনের মধ্যে সমমানতা সম্বন্ধ আছে বলা, আর তাদের মধ্যে অন্যোন্য বাস্তব প্রাকল্পিক সম্বন্ধ আছে বলা একই কথা। সুতরাং এই প্রকার বচনকে বাস্তব সমমান বচনও বলা যায়। সাধারণ ভাষায় সমমানতাকে "যদি ও কেবল যদি" দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $p \supset q$-কে "যদি $p$ তবে $q$" পড়লে, এবং $q \supset p$-কে

"কেবল যদি $p$ তবে $q$" পড়লে $p \equiv q$-কে পড়া যায়, "যদিও কেবল যদি $p$ তবে $q$"।

দুটি বচন বা সূত্র ন্যায়তঃ সমমান হয়, যদি সমমানতাসূচক অপেক্ষকটি স্বতঃসত্য হয়, অর্থাৎ সত্যসারণীতে তার স্তম্ভে কেবল T থাকে। $p \equiv q$ বাস্তব সমমান, কিন্তু ন্যায়ত সমমান নয়, কারণ সত্যসারণীতে তার স্তম্ভে দ্বিতীয় ও তৃতীয় সারিতে F আছে। কিন্তু

$$[(p \supset q).(q \supset p)] \equiv (p \equiv q)$$

ন্যায়তঃ সমমান।

সারণী (16)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $q \supset p$ | $(p \supset q).(q \supset p)$ | $p \equiv q$ | $[(p \supset q).(q \supset p)] \equiv (p \equiv q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T | T |
| T | F | F | T | F | F | T |
| F | T | T | F | F | F | T |
| F | F | T | T | T | T | T |

$(p \supset q) \equiv \sim(p . \sim q)$ আর একটি ন্যায়তঃ সমমান সূত্র।

সারণী (17)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $\sim q$ | $p.\sim q$ | $\sim(p.\sim q)$ | $(p \supset q) \equiv \sim(p.\sim q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | F | T | T |
| T | F | F | T | T | F | T |
| F | T | T | F | F | T | T |
| F | F | T | T | F | T | T |

তৃতীয় স্তম্ভে $p \supset q$-এর এবং ষষ্ঠ স্তম্ভে $\sim(p . \sim q)$-এর মান নির্ণয় করা হয়েছে। যেহেতু অনুরূপ মানশর্তে সব সারিতে এই দুটি সূত্রের মান এক, সেজন্য শেষ স্তম্ভে সমমানতাসূচক অপেক্ষকটির স্তম্ভে সারণী (14) অনুযায়ী সব সারিতে T বসেছে। $(p \supset q) \equiv \sim(p.\sim q)$ একটি স্বতঃসত্য সমমান অপেক্ষক।

ন্যায়ের বৈধতা বিচারে বা প্রমাণে উপযোগী আরও কয়েকটি ন্যায়তঃ সমমান সূত্র উপস্থাপিত করা হচ্ছে। $p \equiv \sim\sim p$ এইরূপ আর একটি সূত্র, একে দ্বিনিষেধবিধি বলা হয়।

সারণী (18)

| $p$ | $\sim p$ | $\sim\sim p$ | $p \equiv \sim\sim p$ |
|---|---|---|---|
| T | F | T | T |
| F | T | F | T |

$p$-এর স্থলে যে কোন বচন সংস্থাপন করা হোক না কেন, $p$ ও $\sim\sim p$ সমমান হবে।

মানুষ মরণশীল,
এ নয় যে মানুষ মরণশীল নয়,

সমমান।

$\sim(p.q)$ ও $\sim p \vee \sim q$ ন্যায়তঃ সমমান।

সারণী (19)

| $p$ | $q$ | $\sim(p.q)$ | | $\sim p$ | $\sim q$ | $\sim p \vee \sim q$ | $\sim(p.q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | F | F | F | T |
| T | F | T | F | F | T | T | T |
| F | T | T | F | T | F | T | T |
| F | F | T | F | T | T | T | T |

তৃতীয় স্তম্ভে ও সপ্তম স্তম্ভে যথাক্রমে $\sim(p.q)$ ও $\sim p \vee q$-এর মান নির্ণয় করা হয়েছে। যেহেতু অনুরূপ মানশর্তে এই দুটি সূত্রের মান সব সারিতে এক, সেজন্য শেষ স্তম্ভে সমমানতাসূচক অপেক্ষকের সব সারিতে T বসেছে। সারণী দ্বারা প্রমাণ করা যায়, $\sim(p \vee q)$ ও $\sim p. \sim q$ ন্যায়তঃ সমমান।

সংযৌগিক বচন দুটি সংযোগী বচনের মিলিত সত্য ঘোষণা করে। যে কোন একটি সংযোগী বচন মিথ্যা হলেই সংযৌগিক বচন মিথ্যা হবে। সুতরাং একটি সংযৌগিক বচনকে নিষেধ করতে যে কোন একটি সংযোগী বচনকে নিষেধ করাই যথেষ্ট। $p.q$-কে নিষেধ করতে $\sim p$ বা $\sim q$ অর্থাৎ $\sim p \vee \sim q$ বলাই যথেষ্ট। অর্থাৎ, সংযৌগিক বচনের নিষেধ ও সংযোগী বচনদ্বয়ের নিষেধের বিকল্প ন্যায়তঃ সমমান। বৈকল্পিক বচন দুটি বিকল্প বচনের মধ্যে অন্ততঃ একটি সত্য বলে ঘোষণা করে। সুতরাং বৈকল্পিক বচনকে নিষেধ করতে দুটি বিকল্পকেই মিথ্যা বলতে হবে। $p \vee q$-কে নিষেধ করতে $\sim p$ ও $\sim q$ দুটিই অর্থাৎ $\sim p. \sim q$

বলতে হবে। অর্থাৎ, বৈকল্পিক বচনের নিষেধ ও বিকল্প বচনদ্বয়ের নিষেধের সংযোগ ন্যায়তঃ সমমান। এই দুটি নিষেধবিধি ডি মরগ্যানের উপপাদ্য নামে খ্যাত।

$$\sim(p.q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$$
$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p. \sim q)$$

ন্যায়তঃ সমমান দুটি সূত্রের মধ্যে যে কোন বচনবর্ণের স্থলে যে কোন বচন (সূত্র) সংস্থাপন করা হোক না কেন, 3.1 অনুচ্ছেদে বর্ণিত বচনসংস্থাপনবিধি মেনে চললে, অর্থাৎ একই বচনবর্ণের প্রত্যেকটি অবস্থানক্ষেত্রে একই বচন (সূত্র) সংস্থাপন করলে সংস্থাপিত বচন দুটিও ন্যায়তঃ সমমান হবে।

ডি মরগ্যানের নিষেধবিধি দুইয়ের বেশী বচনবর্ণ দ্বারা গঠিত সূত্রের উপরও প্রয়োগ করা চলে, যেমন,

$$\sim[p.(q.r)]^{1}$$
$$\equiv [\sim p \vee \sim(q.r)]$$
$$\equiv (\sim p \vee \sim q \vee \sim r)$$
$$\sim[(p \vee q) \vee r]$$
$$\equiv [\sim(p \vee q). \sim r]$$
$$\equiv (\sim p. \sim q. \sim r)$$

একই সূত্রের উপর দুটি বিধির একসঙ্গে প্রয়োগের দৃষ্টান্ত :

$$\sim[p.(q \vee r)]$$
$$\equiv [\sim p \vee \sim(q \vee r)]$$
$$\equiv [\sim p \vee (\sim q. \sim r)]$$
$$\sim[(p.q) \vee (q.r)]$$
$$\equiv [\sim(p.q). \sim(q.r)]$$
$$\equiv [(\sim p \vee \sim q).(\sim q \vee \sim r)]$$

ডি মরগ্যানের নিষেধবিধি ও দ্বিনিষেধবিধির যুগপৎ প্রয়োগের কয়েকটি দৃষ্টান্ত দেখুন :

---

1 যে কোন স্বতঃসত্য বা স্বতোমিথ্যা সূত্রে যে কোন বচনবর্ণের স্থলে অন্য যে কোন বচনবর্ণ বা যে কোন সূত্র সংস্থাপন করলে সূত্রটির স্বতঃসত্যতা বা স্বতোমিথ্যা অক্ষুণ্ণ থাকে। সত্যসারণী দ্বারা পরীক্ষণীয়। এখানে ডি মরগ্যানের প্রথম উপপাদ্যে $q$-এর স্থলে $q.r$ সংস্থাপন করা হয়েছে।

$$
\begin{aligned}
(1)\quad (p \supset q) &\equiv \sim (p . \sim q)\\
&\equiv (\sim p \vee \sim \sim q)\\
&\equiv (\sim p \vee q)\\
(2)\quad \sim (\sim p \vee \sim q) &\equiv (\sim \sim p . \sim \sim q)\\
&\equiv (p . q)\\
(3)\quad \sim (\sim p . \sim q) &\equiv (\sim \sim p \vee \sim \sim q)\\
&\equiv (p \vee q)
\end{aligned}
$$

3.1 অনুচ্ছেদের প্রথমে যে চারটি মৌলিক সূত্র বা বচনাকার দেখানো হয়েছে, $\sim p$, $p . q$, $p \vee q$, $p \supset q$, তার মধ্যে কেবল প্রথমটি ও আর অন্য যে কোন একটির সাহায্যে সব রকম বচন বা সূত্র প্রকাশ করা চলে। অর্থাৎ চারটি সংযোজকের মধ্যে "$\sim$" ও আর যে কোন একটি অন্য দুটির কাজ চালাতে পারে।

"$\sim$" ও "." — $(p \vee q) \equiv \sim (\sim p . \sim q)$ (3) দেখুন

$(p \supset q) \equiv \sim (p . \sim q)$

"$\sim$" ও "$v$" — $(p . q) \equiv \sim (\sim p \vee \sim q)$ (2) দেখুন

$(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$ (1) দেখুন

"$\sim$" ও "$\supset$" — $(p . q) \equiv \sim (\sim p \vee \sim q)$ (1) এতে $q$-এর স্থলে $\sim q$

$\equiv \sim (p \supset \sim q)$

$(p \vee q) \equiv (\sim \sim p \vee q)$ (1) এতে $p$-এর স্থলে $\sim p$

$\equiv (\sim p \supset q)$

এই অনুচ্ছেদের কেবল $p \equiv q$ ছাড়া আর সব সমমান সূত্র ন্যায়তঃ সমমান।

## 3.5 ন্যায়াকার

1.5 অনুচ্ছেদের (1) ন্যায়টি নেওয়া যাক।

(1) যদি আমি প্রধানমন্ত্রী হই, তবে আমি বিখ্যাত,
আমি প্রধানমন্ত্রী নই,

---

∴ আমি বিখ্যাত নই।

"আমি প্রধানমন্ত্রী হই" এর স্থলে $p$ বচনবর্ণ, "আমি বিখ্যাত" এর স্থলে $q$ বচনবর্ণ, "যদি....তবে...." সংযোজকের স্থলে "$\supset$" প্রতীক ব্যবহার করলে ন্যায়াকার হয়,

(1) (ক)

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ \sim p \\ \hline \therefore \sim q \end{array}$$

আর একটি ন্যায় নেওয়া যাক্ ।

(2) যদি আমি প্রধানমন্ত্রী হই, তবে আমি ক্ষমতাসীন হই,
যদি আমি ক্ষমতাসীন হই, তবে লোকে আমার নিন্দা করে,

∴ যদি আমি প্রধানমন্ত্রী হই, তবে লোকে আমার নিন্দা করে।

"আমি প্রধানমন্ত্রী হই" এর স্থলে $p$, "আমি ক্ষমতাসীন হই" এর স্থলে $q$, "লোকে আমার নিন্দা করে" এর স্থলে $r$ ব্যবহার করলে ন্যায়াকার হয়,

(2). (ক)

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ q \supset r \\ \hline \therefore p \supset r \end{array}$$

বচনবর্ণ রচিত প্রতীকপরম্পরায় বচনবর্ণের স্থলে বিধি অনুযায়ী অর্থাৎ একই বচনবর্ণের প্রত্যেকটি অবস্থানক্ষেত্রে একই বচন সংস্থাপন করলে যদি একটি ন্যায় উৎপন্ন হয়, তবে ঐ প্রতীকপরম্পরাকে ন্যায়াকার বলে। অবশ্য (1) বা (2) ন্যায়ের প্রথম যুক্তিবচনের স্থলে $p$, দ্বিতীয় যুক্তিবচনের স্থলে $q$, ও সিদ্ধান্তের স্থলে $r$ সংস্থাপন করলে দুটি ন্যায়েরই আকার হয়,

(3) (ক)

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore r \end{array}$$

এটিকে তিন বচন দ্বারা গঠিত যে কোন ন্যায়েরই সাধারণ আকার বলা যেতে পারে। কিন্তু এই আকার (1) ও (2) ন্যায়ের বিশেষ আকার নয়। (3) (ক) আকার থেকে (1) বা (2) ন্যায় পেতে হলে বচনবর্ণের স্থলে ভিন্ন ভিন্ন ক্ষেত্রে ভিন্ন ভিন্ন আকারের বচন ( অপেক্ষক, সূত্র ) ব্যবহার করতে হবে। কোন ন্যায়াকারের প্রত্যেকটি ভিন্ন বর্ণের স্থলে একটি ভিন্ন সরল বচন সংস্থাপন করলে যে ন্যায় উৎপন্ন হয়, ন্যায়াকারটি

সেই ন্যায়ের বিশেষ আকার। সুতরাং (1) (ক) ও (2) (ক) ন্যায়াকার যথাক্রমে (1) ও (2) ন্যায়ের বিশেষ আকার। কোন ন্যায়াকারের বচন-বর্ণের স্থলে (একই বচনবর্ণের সকল অবস্থানক্ষেত্রে একই) যে কোন বচন বা সূত্র সংস্থাপন করলে যে ন্যায় উৎপন্ন হয়, তাকে ঐ ন্যায়াকারের দৃষ্টান্ত ন্যায় বা সংস্থাপিত ন্যায় বলে।

## 3.6 বৈধতা

2.4 অনুচ্ছেদে আমরা বচনাকারকে লক্ষ্যার্থে সত্য-মিথ্যা বলেছি। যদিও কেবল ন্যায়ই বৈধ বা অবৈধ হতে পারে, তবুও আমরা ন্যায়া-কারকেও লক্ষ্যার্থে বৈধ বা অবৈধ বলব, বুঝতে হবে ঐ আকারের যে কোন ন্যায় বৈধ বা অবৈধ। (যে ন্যায়াকারের এমন কোন দৃষ্টান্ত ন্যায় হয় না, যাতে যুক্তিবচনসমষ্টি সত্য হয়েও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে, তাকে বৈধ ন্যায়াকার বলে। কোন প্রদত্ত ন্যায়ের বিশেষ আকার বৈধ ন্যায়াকার হলে ন্যায়টি বৈধ। যে ন্যায়াকারের এমন দৃষ্টান্ত ন্যায় হতে পারে যাতে যুক্তিবচন সমষ্টি সত্য হয়েও সিদ্ধান্ত মিথ্যা, তাকে অবৈধ ন্যায়াকার বলে। কোন প্রদত্ত ন্যায়ের বিশেষ আকার অবৈধ ন্যায়াকার হলে ন্যায়টি অবৈধ।

এবার 3.5 অনুচ্ছেদের (1) ন্যায়টি বৈধ কি অবৈধ দেখা যাক। এর বিশেষ আকার

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ \underline{\sim p} \\ \therefore \ \sim q \end{array}$$

1.5 অনুচ্ছেদের (2) ন্যায়টি ধরা যাক।

যদি সত্যজিৎ রায় প্রধানমন্ত্রী হন, তবে তিনি বিখ্যাত,<br>
সত্যজিৎ রায় প্রধানমন্ত্রী নন,<br>
∴ সত্যজিৎ রায় বিখ্যাত নন।

"সত্যজিৎ রায় প্রধানমন্ত্রী হন" এর স্থলে $p$, "সত্যজিৎ রায় বিখ্যাত" এর স্থলে $q$ ব্যবহার করলে এটিরও বিশেষ আকার একই দাঁড়ায়। সুতরাং এই ন্যায়াকার অবৈধ, কারণ উপরের ন্যায়টি এই বিশেষ ন্যায়াকারের একটি দৃষ্টান্ত ন্যায় যাতে যুক্তিবচনসমষ্টি সত্য হয়েও

সিদ্ধান্ত মিথ্যা। সুতরাং প্রথম ন্যায়টিও অবৈধ, কারণ এর বিশেষ আকার অবৈধ, যদিও এর যুক্তিবচনসমষ্টি ও সিদ্ধান্ত দুই-ই সত্য। একই আকারের অন্য অবৈধ দৃষ্টান্ত ন্যায় দেখিয়ে কোন ন্যায়ের অবৈধতা বিচারকে উপমামূলক ন্যায়বিচার বলা যেতে পারে।

যদি কোন ন্যায়াকারের এমন কোন দৃষ্টান্ত ন্যায় দেখাতে না পারা যায় যাতে যুক্তিবচন সমষ্টি সত্য অথচ সিদ্ধান্ত মিথ্যা, তাহলে ন্যায়াকারটিকে বৈধ কি অবৈধ বলব? মনে করা যাক, এই ন্যায়াকারের দৃষ্টান্ত ন্যায় হিসেবে উপরের ন্যায়টি মনে এল না। যতগুলো দৃষ্টান্ত ন্যায় মনে এল সবগুলোতেই যুক্তিবচনসমষ্টি ও সিদ্ধান্ত দুই-ই সত্য। তখন কি ন্যায়াকারটিকে বৈধ বলব? সমস্ত সম্ভাব্য দৃষ্টান্ত ন্যায় পরীক্ষা করা কি সম্ভব? সম্ভাব্য সমস্ত দৃষ্টান্ত ন্যায় অনন্তসংখ্যক। এমন কেউ থাকতে পারেন যিনি সত্যজিৎ রায়ের নাম শোনেন নি, তাঁর কাছে "সত্যজিৎ রায় বিখ্যাত নন" বচনটি সত্য বলে মনে হতে পারে। সুতরাং উপরের ন্যায়টি মনে এলেও তিনি এর আকারকে অবৈধ নাও মনে করতে পারেন। তারপর, একটি একটি করে দৃষ্টান্ত ন্যায় পরীক্ষা করতে হলে আমাদের জ্ঞানও অসীম হওয়া দরকার, আমাদের জানা দরকার সমস্ত সম্ভাব্য বচনের কোন্‌টি সত্য, কোন্‌টি মিথ্যা।

এর উত্তর, একটি একটি করে সমস্ত সম্ভাব্য দৃষ্টান্ত ন্যায় পরীক্ষা করার কোন প্রয়োজন নেই। আমরা আগেই বলেছি, কোন্‌ বচন সত্য কোন্‌ বচন মিথ্যা তা নিরূপণ করা ন্যায়ের কাজই নয়। ন্যায়টির বৈধতা-অবৈধতা বিচারের জন্য সত্যজিৎ রায় বিখ্যাত কি অখ্যাত তা জানার দরকার নেই, কোন ন্যায়েরই বৈধতা-অবৈধতা বিচারের জন্য ন্যায়াবয়বভুক্ত কোন বচনের সত্যতা-মিথ্যাত্বই জানার দরকার নেই। ন্যায়ের অবয়বভুক্ত সরল বচন ও অপেক্ষকের সম্ভাব্য মানই শুধু বিচার্য। শুধু দেখা দরকার, যুক্তিবচন সমষ্টি মিলিতভাবে সত্য হয়ে সিদ্ধান্ত মিথ্যা না হয়। অন্তর্ভুক্ত সরল বচনের মানশর্ত থেকে কি ভাবে অপেক্ষকের মান নির্ণয় করতে হয় তা আমরা জানি। অবয়ব ভুক্ত সরলবচনের স্থলে বচনবর্ণ ব্যবহার করে, সত্যসারণীতে তাদের সম্ভাব্য সকল প্রকার মানশর্ত নিবেশন করেই এটি পরীক্ষা করা যায়। বচনবর্ণের স্থলে যে কোন সত্য বা মিথ্যা বচন সংস্থাপন করা হোক না কেন, বচনের বিষয়বস্তু ন্যায়ের বৈধতা বিচারে অপ্রয়োজনীয়, শুধু তার সম্ভাব্য সত্যতা বা মিথ্যাত্বই বিচার্য। সুতরাং কেবলমাত্র সত্যসারণী থেকেই আমরা

সম্ভাব্য সমস্ত দৃষ্টান্ত ন্যায় পরীক্ষা করতে পারি। সারণী দ্বারা এবার একটি ন্যায়ের বৈধতা পরীক্ষা করব।

(1) যদি বিমল পরীক্ষায় প্রথম হয়, তবে সে পুরস্কার পাবে,
বিমল পরীক্ষায় প্রথম হয়েছে,

∴ বিমল পুরস্কার পাবে।

পূর্বগের স্থলে $p$ ও অনুগের স্থলে $q$ ব্যবহার করলে ন্যায়াকার

(1) (ক) $p \supset q$
$p$
∴ $q$

ন্যায়াকারের বৈধতা নিরূপণের জন্য নীচের সারণী প্রণয়ন করা হল।

সারণী (20)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $(p \supset q) . p$ |
|---|---|---|---|
| T | T | T | T |
| T | F | F | F |
| F | T | T | F |
| F | F | T | F |

আমাদের দেখতে হবে, যুক্তিবচন দুটি মিলিতভাবে সত্য হয়েও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে কি না। উপাদান সরল বচনগুলোর সম্ভাব্য সকল প্রকার মানশর্তে চতুর্থ স্তম্ভে মিলিতভাবে যুক্তিবচন দুটির মান নিরূপণ করা হয়েছে। সারণীর প্রতিটি সারি নির্দিষ্ট মানশর্তে ঐ শ্রেণীর সমস্ত দৃষ্টান্ত ন্যায়ের নিদর্শন। একমাত্র প্রথম সারিতেই যুক্তিবচন দুটি মিলিতভাবে সত্য হয়েছে, সেই সারিতে $q$-এর স্তম্ভে সিদ্ধান্ত $q$-এর মানও সত্য। যুক্তিবচন সত্য হলে এই আকারের ন্যায়ে সিদ্ধান্তও সত্য হবে, মিথ্যা হবে না। এটি বৈধ ন্যায়াকার, পূর্বের ন্যায়টি এর দৃষ্টান্ত ন্যায় বলে বৈধ। এই ন্যায়াকার প্রাচীন ন্যায়ে পূর্বগস্বীকারভিত্তিক অনুগস্বীকার, ইংরেজীতে Modus Ponens, সংক্ষেপে M.P. নামে খ্যাত। এই আকারের যে কোন ন্যায় বৈধ।

আর একটি ন্যায় পরীক্ষা করা যাক।

(2) যদি বিমল পরীক্ষায় প্রথম হয়, তবে সে পুরস্কার পাবে,
বিমল পুরস্কার পাবে না,

∴ বিমল পরীক্ষায় প্রথম হয় নি।

ন্যায়াকার

$$\begin{array}{l} \text{(2) (ক)} \quad p \supset q \\ \qquad\qquad \sim q \\ \hline \qquad\qquad \therefore \sim p \end{array}$$

সারণী (21)

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \supset q$ | $(p \supset q) . \sim q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | F |
| T | F | F | T | F | F |
| F | T | T | F | T | F |
| F | F | T | T | T | T |

চতুর্থ সারিতে যুক্তিবচন দুটি মিলিতভাবে সত্য হয়েছে। সেই সারিতে $\sim p$ এর স্তম্ভে সিদ্ধান্ত $\sim p$ এর মানও সত্য। ন্যায়াকার বৈধ, সুতরাং ন্যায় বৈধ। এই ন্যায়াকার প্রাচীন ন্যায়ে অনুগনিষেধভিত্তিক পূর্বগনিষেধ, ইংরেজীতে **Modus Tollens**, সংক্ষেপে **M. T.** নামে খ্যাত। এই আকারের যে কোন ন্যায় বৈধ।

এবার আমার 3.5 অনুচ্ছেদের (1) ন্যায়টি পরীক্ষা করব। ন্যায়াকার

$$\begin{array}{l} \text{(3) (ক)} \quad p \supset q \\ \qquad\qquad \sim p \\ \hline \qquad\qquad \therefore \sim q \end{array}$$

সারণী (21) এর প্রথম পাঁচটি স্তম্ভ থেকে এই ন্যায়াকারের বৈধতা পরীক্ষা করা যাবে। যুক্তিবচন দুটি মিলিতভাবে $(p \supset q) . \sim p$, তৃতীয় ও চতুর্থ সারিতে সত্য হয়েছে। চতুর্থ সারিতে $\sim q$ এর স্তম্ভে সিদ্ধান্ত $\sim q$ সত্য হলেও তৃতীয় সারিতে মিথ্যা। যুক্তিবচন সত্য হয়েও সিদ্ধান্ত

মিথ্যা হতে পারে। ন্যায়াকার ও ন্যায় অবৈধ। এই আকারের যে কোন ন্যায় অবৈধ।[1]

2.9 অনুচ্ছেদে সর্বপ্রকার প্রাকল্পিক বচনের "যদি....তবে...." সংযোজককে বাস্তব প্রকল্পনের দুর্বল অর্থে ব্যবহার করার পক্ষে চতুর্থ যুক্তি দেওয়া হয়েছিল, বাস্তব প্রকল্পনের অর্থে ব্যবহার করলেও প্রাকল্পিক বচন দ্বারা গঠিত সর্বপ্রকার বৈধ ন্যায়ের বৈধতা অক্ষুণ্ণ থাকে। পূর্ববর্তী অংশে আমরা তার প্রমাণ পেলাম। যে দুটি ন্যায় এইমাত্র বৈধ দেখানো হল, সেগুলোর স্থলে যদি আমরা নীচের ন্যায় দুটি নিই,

যদি নীল লিট্‌মাস কাগজ এসিডে ফেলা যায়,
তবে কাগজটি লাল হয়ে যায়,
নীল লিট্‌মাস কাগজ এসিডে ফেলা হল,

---

∴ কাগজটি লাল হয়েছে।

যদি নীল লিট্‌মাস কাগজ এসিডে ফেলা যায়,
তবে কাগজটি লাল হয়ে যায়,
কাগজটি লাল হয় নি,

∴ কাগজটি এসিডে ফেলা হয় নি।

তা হলেও তাদের ন্যায়াকার যথাক্রমে (1) (ক) ও (2) (ক) হবে, এবং ন্যায় দুটি বৈধ হবে। নীল লিটমাস কাগজ এসিডে ফেলা এবং কাগজটি লাল হওয়ার মধ্যে কার্যকারণ সম্বন্ধ কল্পনা করা হলেও তাদের মধ্যে শুধু বাস্তব প্রকল্পনের সম্বন্ধ ধরে নিয়ে ন্যায় গঠন করা হলেও ন্যায়ের বৈধতা ক্ষুণ্ণ হয় নি।

এবার আমরা একটি বৈকল্পিক ন্যায়ের বৈধতা পরীক্ষা করব।

সে গাড়ীতে যাবে বা হেঁটে যাবে,
সে গাড়ীতে যাবে না,

---

∴ সে হেঁটে যাবে।

[1] এখানে আমরা ধরে নিচ্ছি, কোন উপাদান বচন স্বতঃসত্য বা স্বতোমিথ্যা নয়।

যদি ক্ষেত্রটি ত্রিভুজ হয়, তবে এর তিনটি বাহু আছে,
ক্ষেত্রটি ত্রিভুজ নয়,

---

∴ ক্ষেত্রটির তিনটি বাহু নেই।

ন্যায় বৈধ, কারণ প্রথম যুক্তিবচন একটি সংজ্ঞামূলক স্বতঃসত্য বচন।

"সে গাড়ীতে যাবে" এর স্থলে $p$, "সে হেঁটে যাবে" এর স্থলে $q$ ব্যবহার করলে, ন্যায়াকার

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

সারণী (22)

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) . \sim p$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | F |
| T | F | F | T | F |
| F | T | T | T | T |
| F | F | T | F | F |

তৃতীয় সারিতে যুক্তিবচন দুটি মিলিতভাবে সত্য হয়েছে, ঐ সারিতে দ্বিতীয় স্তম্ভে সিদ্ধান্ত $q$ এর মানও সত্য। ন্যায়াকার ও ন্যায় বৈধ। এই আকারের যে কোন ন্যায় বৈধ।

3.5 অনুচ্ছেদের (2) ন্যায়টি পরীক্ষা করা যাক। ন্যায়াকার

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ q \supset r \\ \hline \therefore\ p \supset r \end{array}$$

সারণী (23)

| $p$ | $q$ | $r$ | $p \supset q$ | $q \supset r$ | $(p \supset q).(q \supset r)$ | $p \supset r$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T | T |
| T | T | F | T | F | F | F |
| T | F | T | F | T | F | T |
| T | F | F | F | T | F | F |
| F | T | T | T | T | T | T |
| F | T | F | T | F | F | T |
| F | F | T | T | T | T | T |
| F | F | F | T | T | T | T |

প্রথম, পঞ্চম, সপ্তম ও অষ্টম সারিতে যুক্তিবচন দুটি মিলিতভাবে সত্য,

ঐ সব সারিতে সিদ্ধান্ত $p \supset r$ ও সত্য, সুতরাং ন্যায়াকার বৈধ। একে প্রাকল্পিক ন্যায় বলা হয়। এই আকারের যে কোন ন্যায় বৈধ।

বৈধ ন্যায়াকারের সব দৃষ্টান্ত ন্যায় বৈধ, একটি দৃষ্টান্ত ন্যায়ও অবৈধ হতে পারে না। কিন্তু অবৈধ ন্যায়াকারের বৈধ ও অবৈধ দুই প্রকার দৃষ্টান্ত ন্যায়ই থাকতে পারে। (3) (ক) ন্যায়াকার অবৈধ, কারণ সারণী (21) এ এর যুক্তিবচন দুটি তৃতীয় ও চতুর্থ সারিতে মিলিতভাবে সত্য হয়েছে. চতুর্থ সারিতে সিদ্ধান্ত সত্য হলেও তৃতীয় সারিতে মিথ্যা হয়েছে। যে কোন এক প্রকার মানশর্তে দৃষ্টান্ত ন্যায় অবৈধ হলেই ন্যায়াকার অবৈধ।

### 3.7 "∴", "⊃", ন্যায়বচন ও স্বতঃসত্য প্রকল্পন

ন্যায় বা ন্যায়াকারে আমরা আগে যুক্তিবচন লিখে তারপর একটা লাইন টেনে তার নীচে "∴" প্রতীক চিহ্নটি আগে লিখে তারপর সিদ্ধান্ত লিখেছি। এই প্রতীক সাধারণ ভাষায় "সুতরাং", "অতএব", ইত্যাদি শব্দের অর্থসূচক, এবং ন্যায়ে যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মধ্যে সম্বন্ধকে সূচিত করে। আমরা আরও বলেছি, বৈধ ন্যায়ে যুক্তিবচন সত্য হলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে না। বাস্তব প্রকল্পন সম্বন্ধসূচক "⊃" সংযোজকটির অর্থ, দুটি বচন এই সংযোজকের দ্বারা যুক্ত হলে, যেমন $p \supset q$, $p$ ও $q$ এর মধ্যে সম্বন্ধ এমন হবে যে কখনও পূর্বগ সত্য অনুগ মিথ্যা হতে পারে না। তা হলে কি বলা যায়, "∴" ও "⊃" প্রতীক দুটি একই সম্বন্ধ সূচিত করে?

লক্ষণীয় যে আমরা "∴" প্রতীকটি সিদ্ধান্তের আগে বৈধ ও অবৈধ দুই প্রকার ন্যায়েই ব্যবহার করেছি। অবৈধ ন্যায়ে যুক্তিবচন সত্য হয়েও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে। সুতরাং "∴" ও "⊃" প্রতীকদ্বয় একই সম্বন্ধ সূচিত করে না। "∴" প্রতীকটি শুধুমাত্র যুক্তিবচন থেকে সিদ্ধান্তকে পৃথক করে দেখায়, অর্থ, এর পরে সিদ্ধান্ত।

কোন ন্যায়ের যুক্তিবচনগুলোকে যদি $P_1, P_2, \ldots, P_n$ (P ইংরেজী Premise শব্দের প্রথম অক্ষর, বড় হাতের), এবং সিদ্ধান্তকে C (ইংরেজী Conclusion শব্দের প্রথম অক্ষর, বড় হাতের) দ্বারা সূচিত করা হয়, তবে বাস্তব প্রকল্পনের সংজ্ঞা অনুযায়ী বলা যায় কি, যে কোন বৈধ ন্যায়ে—

$$(P_1 . P_2 . \ldots . P_n) \supset C \ ?$$

এটি $p \supset q$ এর অনুরূপ, শুধু এখানে $p$ এর স্থানে একটি সংযৌগিক বচন বসেছে। বাস্তব প্রকল্পনে $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হতে পারে না, হলে $p \supset q$ মিথ্যা হবে, বৈধ ন্যায়েও $P_1 . P_2 . \ldots . P_n$ সত্য C মিথ্যা হতে পারে না, হলে ন্যায় অবৈধ হবে। সুতরাং বাস্তব প্রকল্পনের ধারণা দ্বারা বৈধ ন্যায়ের যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মধ্যে সম্বন্ধকে প্রকাশ করা যায় কি?

যায়, যদি

$$(P_1 . P_2 . \ldots . P_n) \supset C$$

বচনটি স্বতঃসত্য প্রকল্পন হয়, কখনও মিথ্যা না হয়। আরো নানাভাবে কথাটা বলা যায়, যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য সিদ্ধান্ত মিথ্যা এরূপ কখনও না হয়, যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য সিদ্ধান্ত মিথ্যা এরূপ একটি দৃষ্টান্ত ন্যায়ও না থাকে, এক কথায়, যদি যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মধ্যে প্রকল্পন সম্বন্ধটি স্বতঃসত্য হয়। বাস্তব প্রকল্পন সম্বন্ধসূচক সব বচনই স্বতঃসত্য নয়, যেমন $p \supset q$। $p \supset q$ মিথ্যা হতে পারে, যদি $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হয়, কিন্তু ন্যায় বৈধ হলে $(P_1 . P_2 . \ldots . P_n) \supset C$ প্রাকল্পিক বচনটি স্বতঃসত্য হতে হবে।

এখন আমরা বলতে পারি, যে কোন (বৈধ বা অবৈধ) ন্যায়কে তার প্রতিষঙ্গী একটি প্রাকল্পিক বচনে (এখন থেকে এটিকে আমরা ন্যায়-বচন বলব) রূপান্তরিত করা যায়, যার পূর্বগ যুক্তিবচন (সমষ্টি), অনুগ সিদ্ধান্ত। প্রতিষঙ্গী ন্যায়বচন স্বতঃসত্য হবে, যদি এবং কেবল যদি ন্যায় বৈধ হয়। সত্যসারণীর সাহায্যে বিষয়টি পরিষ্কারভাবে বোঝা যাবে। আমরা দেখেছি,

$$p \supset q$$
$$p$$

একটি বৈধ ন্যায়াকার, অর্থাৎ এর যে কোন দৃষ্টান্ত ন্যায় বৈধ। এটিকে ন্যায়বচনে রূপান্তরিত করলে দাঁড়ায়,

$$[(p \supset q) . p] \supset q$$

ন্যায়াকার বৈধ হলে ন্যায়বচন স্বতঃসত্য হবে।

সারণী (24)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $(p \supset q).p$ | $[(p \supset q).p] \supset q$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | T |
| F | T | T | F | T |
| F | F | T | F | T |

ন্যায়বচনের (মূল সংযোজকের) স্তম্ভে কেবল T আছে, সুতরাং ন্যায়বচন স্বতঃসত্য। অন্যভাবেও বলা যায়, ন্যায়বচন স্বতঃসত্য হলে ন্যায়াকার বৈধ।

এখানে আমরা সত্যসারণী প্রণয়নের আর একটি পদ্ধতি দেখাব।

সারণী (25)

| [( $p$ | $\supset$ | $q$ ) | . | $p$ ] | $\supset$ | $q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | T | T | F |
| F | T | T | F | F | T | T |
| F | T | F | F | F | T | F |

এতে বচনবর্ণের স্তম্ভগুলো আলাদা করে সারণীর প্রথমে বসানো হয় নি। 2.5 অনুচ্ছেদে বর্ণিত বিধি অনুযায়ী তাদের প্রথম অবস্থানক্ষেত্রে যথারীতি সম্ভাব্য সমস্ত মান বসিয়ে যেতে হবে। তারপর সর্বমধ্যস্থ অপেক্ষকের সংযোজকের নীচে অপেক্ষকটির মান বসাতে হবে। লক্ষ্য করুন, সেজন্য বর্ণ ও সংযোজকগুলো একটু ফাঁক ফাঁক করে বসানো হয়েছে। সর্বমধ্যস্থ অপেক্ষক $p \supset q$,, দ্বিতীয় স্তম্ভে তার মান বসানো হয়েছে। তারপর $(p \supset q).p$ অপেক্ষকের সংযোজক ".", তার নীচে চতুর্থ স্তম্ভে অপেক্ষকটির মান বসানো হয়েছে। মূল সংযোজক "$\supset$", তার নীচে ষষ্ঠ স্তম্ভে ন্যায়বচনটির মান বসানো হয়েছে। পঞ্চম ও সপ্তম স্তম্ভে যথাক্রমে প্রথম ও তৃতীয় স্তম্ভ থেকে $p$ ও $q$ এর মান আবার বসিয়ে দেওয়া হয়েছে, না বসিয়ে সারণী প্রণয়ন করার দক্ষতা অর্জিত হলে না বসালেও ক্ষতি নেই।

## 3.8 কয়েকটি অনুমানবিধি

কোন ন্যায়াকার বৈধ হলে তার থেকে একটি অনুমানবিধি গঠন করা যায়। 3.7 অনুচ্ছেদের ন্যায়বচনটি থেকে এই অনুমানবিধি গঠন করা যায় যে, $p \supset q$ ও $p$ দেওয়া থাকলে তার থেকে $q$ অনুমান করা বৈধ হবে। প্রতীকী রূপে

$$p \supset q,\ p \vdash q$$

যুক্তিবচনগুলো যতিচিহ্ন দিয়ে পৃথক করে দেখিয়ে তারপর "$\vdash$" চিহ্নটি বসিয়ে শেষে সিদ্ধান্ত বসাতে হবে। "$\vdash$" চিহ্নটির অর্থ, প্রদত্ত যুক্তি-বচন থেকে ন্যায়তঃ প্রতিপাদ্য, অথবা প্রদত্ত যুক্তিবচন স্বীকার করলে সিদ্ধান্ত ন্যায়তঃ স্বীকার্য। কোন ন্যায়বচন স্বতঃসত্য হলেই তার থেকে একটি অনুমানবিধি গঠন করা যায়।

প্রাচীন ন্যায়ে যাকে পূর্বগস্বীকার-ভিত্তিক অনুগস্বীকার (M.P.) বলা হয়, তার প্রতিষঙ্গী ন্যায়বচনটিকে সত্যসারণীর সাহায্যে স্বতঃসত্য প্রমাণ করে তাকে আমরা অনুমানবিধি আকারে গঠিত করে দেখালাম। 3.6 অনুচ্ছেদে দেখানো হয়েছে, $p \supset q$ ও $\sim q$ থেকে $\sim p$ অনুমান বৈধ। ন্যায় বচন

$$[(p \supset q) . \sim q] \supset \sim p$$

সারণী (26)

| $[(p$ | $\supset$ | $q)$ | $.$ | $\sim q]$ | $\supset$ | $\sim p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | F | T | F |
| T | F | F | F | T | T | F |
| F | T | T | F | F | T | T |
| F | T | F | T | T | T | T |

অনুমানবিধি

$$p \supset q,\ \sim q \vdash \sim p$$

3.6 অনুচ্ছেদে দেখানো হয়েছে, $p \vee q$ ও $\sim p$ থেকে $q$ অনুমান করলে ন্যায়টি বৈধ হবে। ন্যায় বচন

$$[(p \vee q) . \sim p] \supset q$$

সারণী (27)

| [(p | v | q) | . | ∼p] | ⊃ q |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | F | T |
| T | T | F | F | F | T |
| F | T | T | T | T | T |
| F | F | F | F | T | T |

অনুমানবিধি

$$p \vee q,\ \sim p \models q$$

3.6 অনুচ্ছেদে দেখানো হয়েছে. $p \supset q$ ও $q \supset r$ থেকে $p \supset r$ অনুমান করলে ন্যায়টি বৈধ হবে। ন্যায় বচন

$$[(p \supset q) . (q \supset r)] \supset (p \supset r)$$

সারণী (28)

| [(p | ⊃ | q) | .(q | ⊃ | r)] | ⊃ | (p | ⊃ | r) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T | T | | T | |
| T | T | T | F | F | F | T | | F | |
| T | F | F | F | T | T | T | | T | |
| T | F | F | F | T | F | T | | F | |
| F | T | T | T | T | T | T | | T | |
| F | T | T | F | F | F | T | | T | |
| F | T | F | T | T | T | T | | T | |
| F | T | F | T | T | F | T | | T | |

অনুমানবিধি—

$$p \supset q,\ q \supset r \vdash p \supset r$$

স্বতঃসত্য ন্যায়বচন বৈধ ন্যায়ের বিশেষ আকার। ন্যায়াকার দেখাতে "∴" চিহ্নের প্রয়োজন নেই।[1] অনুমানবিধি স্বতঃসত্য ন্যায়-বচন থেকে অনুসৃত হয়।

---

1 তবুও ন্যায় উপস্থাপিত করতে আমরা প্রচলিত রীতি অনুযায়ী যুক্তিবচন-গুলো নীচে নীচে লিখে লাইন টেনে সর্বশেষে "∴" চিহ্নের পর সিদ্ধান্ত লিখ্‌ব।

## 3.9 সংক্ষিপ্ত সত্যসারণী কৌশল

3.6 অনুচ্ছেদে (3) (ক) ন্যায়াকারের অবৈধতা নির্ণয়ের পদ্ধতিটি স্মরণ করুন। সারণী (21) এতে পঞ্চম ও তৃতীয় স্তম্ভের তৃতীয় সারিতে যুক্তিবচন দুটি সত্য হয়েছে, কিন্তু চতুর্থ স্তম্ভের ঐ সারিতে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়েছে। কোন বৈধ ন্যায়াকারে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য এবং সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে না। যদি ন্যায়বচনের সত্যসারণী তৈরী করা হত, তবে তৃতীয় সারিতেই মূল সংযোজক "$\supset$" এর স্তম্ভে F বসত, ন্যায়বচনটি স্বতঃসত্য হত না। সত্যসারণী দ্বারা ন্যায়বচনের বিচারপদ্ধতি যান্ত্রিক, অথচ সম্পূর্ণ কার্যকরী। উপাদান সরল বচনের বিভিন্ন মানশর্ত নিবেশন এবং তার থেকে মূল বচনের মান নির্ণয় নির্ধারিত প্রণালী অনুযায়ী অগ্রসর হলে নির্দিষ্ট সংখ্যক বিধি অনুসারে নির্দিষ্ট সংখ্যক ধাপের শেষে সত্যসারণী গঠন সম্পূর্ণ হয়। কিন্তু বচনবর্ণ-সংখ্যা বেশী হলে সারিসংখ্যা অত্যধিক হয়ে পড়ে। বর্ণসংখ্যা $n$ হলে সারিসংখ্যা $2^n$ হয়। কোন ন্যায়ে সরল উপাদান বচনের সংখ্যা যদি 6 হয়, তবে সারিসংখ্যা হবে $2^6=64$। এ রকম ক্ষেত্রে সত্যসারণী প্রণয়ন অত্যন্ত অসুবিধাজনক।

এখন একটা সংক্ষিপ্ত সত্যসারণী কৌশল বর্ণিত হবে, যার সাহায্যে যদি সারণীর কোন সারিতে যুক্তিবচন সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়, তবে শুধু সেই সারিটি তৈরী হবে, অথবা নিঃসংশয়ে প্রমাণিত হবে যে এ রকম সম্ভাবনা নেই অর্থাৎ ন্যায় বৈধ। অবশ্য সরল উপাদান বচনগুলোর কোন বিশেষ মানশর্তেই যুক্তিবচন সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে। সম্ভাব্য সকল প্রকার মানশর্ত নিবেশন না করেও যে ভাবে মানশর্ত নিবেশন করলে যুক্তিবচন সত্য সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে, সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে শুধু সেইভাবে মানশর্ত নিবেশন করার চেষ্টা করা হয়। যদি এরূপ মানশর্ত নিবেশন সম্ভব হয়, তবে ন্যায় অবৈধ, যদি সম্ভব না হয়, তবে ন্যায় বৈধ। [3.6 অনুচ্ছেদের (3) (ক) ন্যায়াকারে এই প্রকার মানশর্ত নিবেশনের চেষ্টা করা যাক। যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্ত নীচে নীচে সাজিয়ে প্রত্যেক লাইনের উপর একটু ফাঁক রাখুন।]

F T T
$p \supset q$
T F
$\sim p$

F T
$\therefore \sim q$

এবার এমনভাবে মানশর্ত নিবেশন করতে হবে, যাতে যুক্তিবচন মিলিত-ভাবে সত্য কিন্তু সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়। প্রথমে এমনভাবে মানশর্ত নিবেশন করুন যাতে সিদ্ধান্তটি মিথ্যা হয়। সিদ্ধান্ত $\sim q$, $q$-কে সত্য ধরলে $\sim q$ মিথ্যা হবে। $q$-এর উপর T লিখুন, "$\sim$" চিহ্নের উপর F লিখুন। এবার যুক্তিবচনে যেখানে যেখানে $q$ আছে তার উপর সিদ্ধান্তে $q$-এর যে মান ধরা হয়েছে, অর্থাৎ T, তাই বসান। তারপর অন্যান্য বচনবর্ণের এমনভাবে মান নিবেশন করুন যাতে সবগুলো যুক্তিবচন সত্য হয়। সরলতম যুক্তিবচনটি আগে ধরুন। দ্বিতীয় যুক্তি বচন $\sim p$, এটি সত্য হতে হলে $p$ মিথ্যা হতে হবে। $p$-এর উপর F লিখুন, "$\sim$" এর উপর T লিখুন। এবার প্রথম যুক্তিবচনে $p$-এর উপর F বসিয়ে দিন। $p$ মিথ্যা $q$ সত্য হওয়ায় $p \supset q$ সত্য হল, "$\supset$" এর উপর T বসান। অনেকগুলো T ও F পাশাপাশি থাকাতে বোঝার পক্ষে অসুবিধা হলে যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্তের মান জ্ঞাপক T বা F-কে ঘিরে একটি বাক্স বা বৃত্ত এঁকে দিন বা তার উপরে একটি √ চিহ্ন দিন। ফল দাঁড়াল,

$p$ মিথ্যা, $q$ সত্য, অতএব $p \supset q$ সত্য,
$p$ মিথ্যা, অতএব $\sim p$ সত্য,

∴ $q$ সত্য, অতএব $\sim q$ মিথ্যা।

এমনভাবে মানশর্ত নিবেশন সম্ভব হয়েছে যাতে যুক্তিবচন দুটিই সত্য হয়েছে এবং সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়েছে। ন্যায়টি অবৈধ। [এখানে আমরা আসলে সারণী (21)-এর তৃতীয় সারিটি, অর্থাৎ যে সারিতে $p$ মিথ্যা $q$ সত্য মানশর্তে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়েছে শুধু সেই সারিটি পৃথকভাবে তৈরী করেছি।]

সংক্ষিপ্ত সারণীটি এভাবেও লেখা যায়,

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $\sim p$ | $\sim q$ |
|---|---|---|---|---|
| F | T | F T T | T F | F T |

বাঁ দিকের দুই স্তম্ভে যে মানশর্তে যুক্তিবচন সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয় তা আলাদাভাবে দেখানো হল।

যদি এমনভাবে মানশর্ত নিবেশন সম্ভব না হয় যাতে যুক্তিবচন সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হবে? প্রাকল্পিক ন্যায়ের আকার ধরুন। আমরা জানি প্রাকল্পিক ন্যায় বৈধ।

$$\begin{array}{ccc} T & T & T \\ p & \supset & q \\ F & T & F \\ q & \supset & r \\ \end{array}$$

$$\therefore \begin{array}{ccc} T & F & F \\ p & \supset & r \end{array}$$

সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে হলে $p$ সত্য, $r$ মিথ্যা হতে হবে। সিদ্ধান্তে $p$-এর উপর T, $r$ ও "$\supset$" এর উপর F বসান। প্রথম যুক্তিবচনে, $p$-এর উপর T, দ্বিতীয় যুক্তিবচনে $r$-এর উপর F বসান। প্রথম যুক্তিবচন $p \supset q$ সত্য হতে হলে $q$-সত্য হতে হবে, কারণ $q$ মিথ্যা হলে $p \supset q$ মিথ্যা হয়ে যাবে। $q$ ও "$\supset$" এর উপর T বসান। দ্বিতীয় যুক্তিবচন সত্য হতে হলে $r$ মিথ্যা হওয়ায় $q$-কেও মিথ্যা হতে হবে, কারণ $q$ সত্য হলে $q \supset r$ মিথ্যা হয়ে যায়। $q$-এর উপর F ও "$\supset$" এর উপর T বসান। কিন্তু $q$-কে প্রথম যুক্তিবচনে আমরা সত্য ধরতে বাধ্য হয়েছি। ফল দাঁড়াল যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে হলে, অর্থাৎ ন্যায়টি অবৈধ হতে হলে, একটি উপাদান বচনের বিরুদ্ধ মান নিবেশন করতে হয়, যা সম্ভব নয়। সুতরাং ন্যায়াকার বৈধ।

যদি একাধিক ভাবে মানশর্ত নিবেশন করলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়, তবে যে কোন একভাবে শুরু করে দেখতে হবে, ঐ ভাবে মানশর্ত নিবেশনের ফলে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য হয় কি না। যদি হয় তবে বুঝতে হবে ন্যায়টি অবৈধ। যদি না হয়, তবে তখনই বলা যাবে না যে

ন্যায়টি বৈধ। তখন অন্য যে যে ভাবে মানশর্ত নিবেশনের ফলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয় সেগুলোও করে দেখতে হবে। যদি কোনভাবেই যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা না হয়, তবেই বলা যাবে ন্যায় বৈধ।

এবার আমরা 1.8 অনুচ্ছেদে উল্লিখিত দাবা খেলাবিষয়ক ন্যায়টি পরীক্ষা করব। এখন থেকে আমরা সাধারণ ভাষায় রচিত ন্যায়ের উপাদান বচনগুলোর স্থলে বচনবর্ণ ব্যবহার করার একটা অভিধান দেব। বাঁ দিকে বচনবর্ণ ও ডানদিকে বচনটি লিখে মাঝখানে "#" চিহ্নটি রাখব। অর্থ, ডানদিকের বচনের স্থলে বাঁ দিকের বচনবর্ণ ব্যবহার করা হবে। ন্যায়টির অভিধান,

$p$ # আমি রাজাকে ডান দিকের ঘরে চালি।
$q$ # আমি রাজাকে বাঁ দিকের ঘরে চালি।
$r$ # আমি নৌকা চালাতে পারি।
$s$ # আমি পাঁচ চালে জিততে পারি।
$t$ # প্রতিদ্বন্দ্বী আমাকে হারাতে পারে।
$u$ # প্রতিদ্বন্দ্বীর একটি পরিকল্পনা আছে।

ন্যায়াকার দাঁড়াল,

$$(p \vee q) \supset \sim r$$
$$\sim r \supset \sim s$$
$$(\sim p . \sim q) \supset (t \supset u)$$
$$\therefore\ (t . \sim u) \supset \sim s$$

এতে 6টি বচনবর্ণ আছে, সারণী তৈরী করলে সারিসংখ্যা হবে $2^6 = 64$। সংক্ষিপ্ত কৌশলে ন্যায়টির বৈধতা সহজেই বিচার করা যায়।

| F | F | F | T ✓ | F | T |
|---|---|---|---|---|---|
| ( $p$ | $\vee$ | $q$ ) | $\supset$ | $\sim$ | $r$ |

| F | T | T ✓ | F | T |
|---|---|---|---|---|
| $\sim$ | $r$ | $\supset$ | $\sim$ | $s$ |

| F T F | T ✓ | T F F |
|---|---|---|
| $(\sim p . \sim q)$ | $\supset$ | $(t \supset u)$ |

| T T T F | F ✓ | F | T |
|---|---|---|---|
| $\therefore (t . \sim u)$ | $\supset$ | $\sim$ | $s$ |

[মানশর্ত নিবেশন কাজটি মনে মনে করে যেতে হবে এবং যথাস্থানে T বা F বসিয়ে যেতে হবে। সম্পূর্ণ কাজটির বিবরণ এখানে লিখে দেওয়া হল। সিদ্ধান্ত যেহেতু একটি প্রাকল্পিক বচন, এটি মিথ্যা হতে পারে কেবল যদি এর পূর্বগ সত্য, অনুগ মিথ্যা হয়। পূর্বগ একটি সংযৌগিক বচন, সংযোগী দুটি $t$ ও $\sim u$। $t$ সত্য $u$ মিথ্যা হলে $t . \sim u$ সত্য হবে। অনুগ একটি নিষেধক, $\sim s$, $s$ সত্য হলে $\sim s$ মিথ্যা হবে। সিদ্ধান্তে ও যুক্তিবচনে $t$, $u$, $s$ এর উপর যথাক্রমে T, F, T বসানো হল। সিদ্ধান্তের পূর্বগে $u$ এর নিষেধক "$\sim$" এর উপর এবং $t$ ও $\sim u$ এর সংযোজক "." এর উপর T, সিদ্ধান্তের অনুগে $s$ এর নিষেধক "$\sim$" ও সিদ্ধান্তের মূল সংযোজক "$\supset$" এর উপর F বসানো হল। (সহজতম) দ্বিতীয় যুক্তিবচন প্রাকল্পিক, এর অনুগ $\sim s$, $s$ সত্য হওয়ায় তার নিষেধক "$\sim$" এর উপর F বসানো হল। $\sim s$ মিথ্যা হওয়ায় পূর্বগ $\sim r$ কে মিথ্যা হতে হবে, না হলে এই যুক্তিবচন মিথ্যা হয়ে যাবে। সুতরাং $r$ এর উপর T, তার নিষেধক "$\sim$" এর উপর F এবং মূল সংযোজক "$\supset$" এর উপর T বসানো হল। প্রথম যুক্তিবচনের অনুগ $\sim r$, $r$ এর উপর T ও "$\sim$" এর উপর F বসানো হল। অনুগ মিথ্যা হওয়ায় পূর্বগ মিথ্যা হতে হবে, নতুবা এই যুক্তিবচন মিথ্যা হয়ে যাবে। পূর্বগ $p \vee q$ মিথ্যা হতে হলে $p$ ও $q$ উভয়কেই মিথ্যা হতে হবে। $p$, $q$ ও "$\vee$" এর উপর F এবং মূল সংযোজক "$\supset$" এর উপর T বসানো হল। তৃতীয় যুক্তিবচনের অনুগে $t$ ও $u$ এর উপরে আগেই যথাক্রমে T ও F বসানো হয়েছে, সুতরাং এদের সংযোজক "$\supset$" এর উপর F বসল, এবং $t \supset u$ মিথ্যা হল। অনুগ মিথ্যা হওয়ায় পূর্বগ মিথ্যা হতে হবে, নতুবা যুক্তিবচনটি মিথ্যা হয়ে যাবে। পূর্বগ $\sim p . \sim q$ কে মিথ্যা হতে হলে $\sim p$ বা $\sim q$ এর অন্তত: একটা মিথ্যা হতে হবে, অর্থাৎ $p$ বা $q$ এর অন্তত: একটা সত্য হতে হবে। কিন্তু $p$ ও $q$ উভয়কেই আমরা প্রথম যুক্তিবচনকে সত্য করবার জন্য মিথ্যা ধরতে বাধ্য হয়েছি। ফল দাঁড়াল, $p$ বা $q$ কোন একটি বর্ণের বিরুদ্ধ মান নিবেশন না করলে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য এবং সিদ্ধান্ত মিথ্যা, অর্থাৎ ন্যায়টি অবৈধ হয় না। সুতরাং ন্যায়টি বৈধ। লক্ষণীয় যে সিদ্ধান্ত $t$, $u$ ও $s$ এর অন্য কোন প্রকার মান নিবেশনে মিথ্যা হয় না।]

ন্যায়ের বৈধতা বিচার করতে গিয়ে আমরা ন্যায়টিকে অবৈধ ধরে

নিয়ে অগ্রসর হয়েছি, এবং তারপর দেখিয়েছি, যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য এবং সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে হলে, অর্থাৎ ন্যায়টি অবৈধ হতে হলে, কোন উপাদান বচনের বিরুদ্ধ মান নিবেশন প্রয়োজন। এই পদ্ধতিকে প্রমাণবাধিতার্থপ্রসঙ্গও বলে। যে অর্থপ্রসঙ্গ (ন্যায়ের অবৈধত্ব) ধরে নিয়ে আমরা অগ্রসর হয়েছি, প্রমাণ তাকে বাধিত করেছে। কোন ন্যায়কে অবৈধ দেখাতে গিয়ে স্ববিরোধ এসে গেছে, সুতরাং ন্যায়টি বৈধ। 4.3 অনুচ্ছেদে এই পদ্ধতি পুনরায় আলোচিত হবে।

সংক্ষিপ্ত কৌশলে কোন বচন বা সূত্র স্বতঃসত্য, স্বতোমিথ্যা বা অনির্দিষ্টমান তাও বিচার করা যায়। নীচের সূত্রটি ধরা যাক।

$$[(p \supset q) \supset p] \supset p$$

প্রথমে আমরা এটি মিথ্যা ধরব। তা হলে পূর্বগ $(p \supset q) \supset p$ সত্য, অনুগ $p$ মিথ্যা। $(p \supset q) \supset p$ এর অনুগ $p$ মিথ্যা হওয়ায় $p \supset q$ মিথ্যা হতে হয়, নইলে $(p \supset q) \supset p$ সত্য হয় না। $p \supset q$ মিথ্যা হতে হলে $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হতে হবে। কিন্তু আগেই $p$-কে মিথ্যা ধরা হয়েছে। $p$-এর বিরুদ্ধমান নিবেশন না করলে সূত্রটি মিথ্যা হয় না, সুতরাং সূত্রটি স্বতঃসত্য। এবার এই সূত্রটি ধরুন।

$$(p \supset q) \supset (\sim p \supset \sim q)$$

এটি মিথ্যা হলে $p \supset q$ সত্য, $\sim p \supset \sim q$ মিথ্যা। $\sim p \supset \sim q$ মিথ্যা হতে হলে $\sim p$ সত্য অর্থাৎ $p$ মিথ্যা $\sim q$ মিথ্যা অর্থাৎ $q$ সত্য। $p$ মিথ্যা $q$ সত্য হলে $p \supset q$ সত্য। সূত্রটিকে মিথ্যা ধরলে কোন উপাদান বচনেরই বিরুদ্ধ মান নিবেশন করতে হয় না, সুতরাং সূত্রটি স্বতঃসত্য নয়। এখন প্রশ্ন, এটি স্বতোমিথ্যা বা অনির্দিষ্টমান। এবার সূত্রটি সত্য ধরা যাক। সূত্রটি নানাভাবে সত্য হতে পারে। $p \supset q$ মিথ্যা হয়ে $\sim p \supset \sim q$ সত্য বা মিথ্যা হলে, বা $p \supset q$ ও $\sim p \supset \sim q$ দুই-ই সত্য হলে সূত্রটি সত্য হবে। $p$ সত্য $q$ সত্য ধরলে $p \supset q$ সত্য, $\sim p$ মিথ্যা $\sim q$ মিথ্যা সুতরাং $\sim p \supset \sim q$ সত্য, সূত্রটি সত্য। দেখা গেল, এক প্রকার মানশর্তে সূত্রটি সত্য, আর একপ্রকার মানশর্তে মিথ্যা। সুতরাং সূত্রটি অনির্দিষ্ট মান। যদি কোন প্রকার মান নিবেশন করেই সূত্রটিকে সত্য করা না যায়, তবে সূত্রটি স্বতোমিথ্যা।

এখানে আমরা সংক্ষিপ্ত কৌশলটি কেবল প্রাকল্পিক বচনের ক্ষেত্রেই প্রয়োগ করেছি, কিন্তু বৈকল্পিক বা সংযৌগিক বচনের উপরও এই

কৌশল প্রযোজ্য। যদি সংযৌগিক বচনকে সত্য ধরতে হয়, তবে সব সংযোগীকে সত্য ধরতে হবে, যদি বৈকল্পিক বচনকে মিথ্যা ধরতে হয়, তবে সব বিকল্পকে মিথ্যা ধরতে হবে। কিন্তু সংযৌগিক বচনকে মিথ্যা ধরতে হলে কোন সংযোগী মিথ্যা হবে, বা বৈকল্পিক বচনকে সত্য ধরতে হলে কোন বিকল্প সত্য হবে তার জন্য পরীক্ষামূলক মান নিবেশন প্রয়োজন, এবং সে সব ক্ষেত্রে এই কৌশলের উপযোগিতা কমে যায়। তবুও অধিকাংশ ক্ষেত্রেই এই কৌশলই বেশী উপযোগী।

## 3.10 বাস্তব প্রকল্পনের কূটাভাস

2.9 অনুচ্ছেদের সারণী (৪) এ প্রথম ও দ্বিতীয় স্তম্ভে $p$ ও $q$-এর বিভিন্ন মানশর্তগুলো এবং ষষ্ঠ স্তম্ভে $p \supset q$-এর সত্যাসত্যতা লক্ষ্য করুন। তৃতীয় ও চতুর্থ সারিতে $p$ মিথ্যা, $q$ যথাক্রমে সত্য ও মিথ্যা, $p \supset q$ সত্য। $p$ ও $q$ যে কোন বচনের স্থানে সংস্থাপনীয়। বলব কি, যে কোন সত্য বা মিথ্যা বচন যে কোন মিথ্যা বচনকে অনুসরণ করে? আবার লক্ষ্য করুন, প্রথম ও তৃতীয় সারিতে $q$ সত্য, $p$ যথাক্রমে সত্য ও মিথ্যা, $p \supset q$ সত্য। বলব কি, যে কোন সত্য বচন যে কোন সত্য বা মিথ্যা বচনকে অনুসরণ করে? অর্থাৎ

যদি $p$ মিথ্যা হয়, তবে $q$ যে কোন বচন হোক না কেন, $p \supset q$ সত্য,
যদি $q$ সত্য হয়, তবে $p$ যে কোন বচন হোক না কেন, $p \supset q$ সত্য,

বা সূত্রাকারে

(ক) $\sim p \supset (p \supset q)$
(খ) $q \supset (p \supset q)$ ?

দুটি সূত্রই স্বতঃসত্য। সত্যসারণী দ্বারা বা সংক্ষিপ্ত কৌশলের সাহায্যে সূত্র দুটির স্বতঃসত্যতা সহজেই প্রমাণ করা যায়। (ক) সূত্র মিথ্যা হলে $p \supset q$ মিথ্যা, $\sim p$ সত্য। $p \supset q$ মিথ্যা হতে হলে $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হবে, $\sim p$ সত্য হলে $p$ মিথ্যা হবে। $p$-এর বিরুদ্ধ মান নিবেশন না করলে সূত্রটি মিথ্যা হয় না। সুতরাং এটি স্বতঃসত্য। অনুরূপভাবে (খ) সূত্রটিকেও স্বতঃসত্য প্রমাণ করা যায়। তা হলে কি আমরা স্বীকার করব,

সমুদ্রের জল মিষ্ট $\supset$ পৃথিবী গোল ?

পূর্বগ ও অনুগের মধ্যে প্রাসঙ্গিকতা কোথায়? 2.9 অনুচ্ছেদে আমরা

এরূপ বচনকেও সত্য ধরে নিয়েছি। আপাতদৃষ্টিতে এগুলোকে কূটাভাস মনে হলেও আমাদের স্মরণ রাখতে হবে বাস্তব প্রকল্পন একটি পারিভাষিক প্রত্যয়, "$\supset$" একটি সত্যাপেক্ষ সংযোজক, যার অর্থ $\sim(p.\sim q)$, সংজ্ঞা দ্বারা নির্দিষ্ট। যেখানেই আমরা দুটি বচনকে এমন দেখব যে $p$ সত্য $q$ মিথ্যা হতে পারে না, সেখানেই আমরা $p \supset q$ বলতে পারি। আগেই বলা হয়েছে, এই রকম একটা দুর্বল অর্থে "$\supset$" সংযোজকটি ব্যবহার করার উদ্দেশ্য, এর দ্বারা সাধারণ ভাষায় "যদি...তবে..." সংযোজকের সব রকম ব্যবহারের ন্যূনতম অর্থটি প্রকাশ করা যায়, এর দ্বারা ন্যায়ের বৈধতা ক্ষুণ্ণ হয় না, বরং বৈধতা-অবৈধতা বিচার সহজ হয়। বাস্তব প্রকল্পনের পারিভাষিক অর্থের সঙ্গে "যদি..তবে..." এর দৈনন্দিন ব্যবহারের নানা রকম অর্থ গুলিয়ে ফেললে চলবে না।

এখানে আর একটি প্রশ্ন উত্থাপন করা যেতে পারে। যে কোন বচন যে কোন মিথ্যা বচনকে অনুসরণ করে। যে কোন স্ববিরোধী[1] বচন, যেমন $p.\sim p$, মিথ্যা, সুতরাং $(p.\sim p) \supset q$ সত্য হবে, শুধু সত্য নয়, স্বতঃসত্য হবে।

সারণী ( 29 )

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $p.\sim p$ | $(p.\sim p)\supset q$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T |
| T | F | F | F | T |
| F | T | T | F | T |
| F | F | T | F | T |

"অষ্ট্রেলিয়া উত্তর আমেরিকায় অবস্থিত" প্রমাণ করতে "সক্রেটিস জ্ঞানী" ও "সক্রেটিস মূর্খ" এই দুটি যুক্তিবচন স্বীকার করে নিলেই হয়, কারণ এই ন্যায়ের প্রতিষঙ্গী ন্যায় বচন $(p.\sim p) \supset q$ স্বতঃসত্য।

বলা বাহুল্য, কোন সিদ্ধান্ত প্রমাণ করতে এরূপ স্ববিরোধী যুক্তিবচন ব্যবহার করা অসঙ্গত ( করলে কত সোজাই না হয় )। এ সম্বন্ধে আমরা পরবর্তী অধ্যায়ে আবার আলোচনা করব।

1 স্ববিরোধী বা স্বতোমিথ্যা বচন নেওয়ার কারণ, কোন্ বচন সত্য, কোন্ বচন মিথ্যা, নৈয়ায়িক হিসেবে তা আমরা জানি না।

# চতুর্থ অধ্যায়

## অবরোহণ বা প্রমাণ-পদ্ধতি

### 4.1 স্বাভাবিক অবরোহণ

ন্যায়ের বৈধতা পরীক্ষার কয়েকটি পদ্ধতি আলোচিত হয়েছে। আমাদের উদ্দেশ্য ছিল, বাচনিক ন্যায়ের বৈধতা নির্ণয়ের একটি অব্যর্থ পদ্ধতি বার করা, যার দ্বারা সমস্ত বাচনিক ন্যায়ের বৈধতা-অবৈধতা প্রমাণ করা যায়। যে কোন ন্যায়কে ন্যায়বচনে রূপান্তরিত করে সত্যসারণীর সাহায্যে ন্যায়বচনটি স্বতঃসত্য কিনা, অথবা সংক্ষিপ্ত সত্যসারণী কৌশলে যুক্তিবচন সত্য অথচ সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয় এমনভাবে উপাদান বচনগুলোর মানশর্ত নিবেশন করা সম্ভব কিনা, শুধু এইটুকু দেখলেই ন্যায়টি বৈধ কি অবৈধ তা অনায়াসে বলে দেওয়া যায়। এই পদ্ধতি যান্ত্রিক এবং সম্পূর্ণ কার্যকরী। কিন্তু এই পদ্ধতির অসুবিধাগুলোও আমরা লক্ষ্য করেছি। উপাদানবচনের সংখ্যা বেশী হলে সত্যসারণী অতিদীর্ঘ হয়ে পড়ে। সংক্ষিপ্ত কৌশলে এই অসুবিধা না থাকলেও আর একটি অসুবিধা দেখা গেছে, সিদ্ধান্ত অনেকগুলো সংযোগীর সংযৌগিক বচন হলে, যেমন $p \cdot q \cdot r$, তার সাতরকম মানশর্ত নিবেশন সম্ভব যাতে বচনটি মিথ্যা হবে। কোন্ মানশর্তে যুক্তিবচন সত্য হবে তা নির্ণয় করতে বার বার চেষ্টা করতে হতে পারে, যার ফলে এর কার্যকরতা কমে যায়। তদুপরি, কোন যুক্তিবচন যদি খুব জটিল হয়, অর্থাৎ তার মধ্যে বন্ধনী ও সংযোজকের ছড়াছড়ি থাকে, তবে বচনটির মান নির্ণয়ে ভুল হয়ে যাওয়া বিচিত্র নয়।

এই অধ্যায়ে আমরা ন্যায়ের বৈধতা পরীক্ষার আর একটি পদ্ধতি আলোচনা করব, যার নাম স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতি। এটি শুধু সত্যসারণী পদ্ধতির অসুবিধা দূরীকরণের উদ্দেশ্যেই আবিষ্কৃত হয় নি, বরং বাচনিক ন্যায় ও অন্যান্য উচ্চতর ন্যায় সম্পর্কে তত্ত্বীয় অনুসন্ধানের ফল। বাচনিক ন্যায়ের অবরোহণ পদ্ধতি অন্যান্য উচ্চতর ন্যায়ের ভিত্তিস্বরূপ।

স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতি দ্বারা কোন ন্যায়ের বৈধতা প্রমাণ করতে অবশ্য কতগুলো বৈধ ন্যায়াকারের সাহায্য নেওয়া হয়, কারণ ন্যায়ের বৈধতা আকারগত। 3.6 ও 3.7 অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি,

(ক) $p \supset q$
$p$
$\therefore\ q$

(খ) $p \supset q$
$\sim q$
$\therefore\ \sim p$

(গ) $p \vee q$
$\sim p$
$\therefore\ q$

(ঘ) $p \supset q$
$q \supset r$
$\therefore\ p \supset r$

এগুলো বৈধ ন্যায়াকার। এদের অনুমানবিধিতে রূপান্তরিত করলে দাঁড়ায়,

(ক) $p \supset q,\ p \vdash q$
(খ) $p \supset q,\ \sim q \vdash \sim p$
(গ) $p \vee q,\ \sim p \vdash q$
(ঘ) $p \supset q,\ q \supset r \vdash p \supset r$

একটি ন্যায় নিন,

সে বিশ্ববিদ্যালয়ে পড়বে, বা যদি অন্য কিছু করে তবে রাজনীতি করবে; যদি তার বাবা তাকে খরচ না দেন, তবে যদি সে রাজনীতি করে তবে বাবাকে না জানিয়ে করবে; যদি সে বিশ্ব-বিদ্যালয়ে পড়ে তবে তার বাবা তাকে খরচ দেবেন; তার বাবা তাকে খরচ দেবেন না;

∴ যদি সে অন্য কিছু করে তবে তার বাবাকে না জানিয়ে করবে।

অভিধান,

$p$ # সে বিশ্ববিদ্যালয়ে পড়বে,
$q$ # সে অন্য কিছু করবে,
$r$ # সে রাজনীতি করবে,
$s$ # তার বাবা তাকে খরচ দেবেন,
$t$ # সে বাবাকে না জানিয়ে করবে।

বচনবর্ণ ব্যবহার করে,

(অ) $p \lor (q \supset r)$
$\sim s \supset (r \supset t)$
$p \supset s$
$\sim s$
$\therefore q \supset t$

ন্যায়টিকে সত্যসারণী দিয়ে পরীক্ষা করতে 32 টি সারি লাগবে। কিন্তু যে চারটি অনুমানবিধি আমরা এইমাত্র দেখলাম তার সাহায্যে অতি সহজে ন্যায়টির বৈধতা প্রমাণ করা যায়।

যে সূত্রের উপর অনুমানবিধি প্রয়োগ করতে হবে সেটি অনুমানবিধিতে উল্লিখিত সূত্রের যথাযথ প্রতিরূপ না হলেও চলে। বৈধ ন্যায়াকারের যে কোন দৃষ্টান্ত ন্যায়ের উপর অনুমানবিধি প্রযোজ্য। নীচের ন্যায়গুলো (ক) ন্যায়াকারের দৃষ্টান্ত ন্যায়।

$p \supset (q . \sim s)$
$p$
$\therefore q . \sim s$

(ক) ন্যায়াকারের $q$-এর স্থানে $q . \sim s$ সংস্থাপন করে[1]।

$(p.q) \supset [(q \lor \sim r) \supset s]$
$p.q$
$\therefore (q \lor \sim r) \supset s$

(ক) ন্যায়াকারের $p$-এর স্থানে $p.q$, $q$-এর স্থানে $(q \lor \sim r) \supset s$ সংস্থাপন করে।

(অ) ন্যায়ের বৈধতা প্রমাণের ধাপগুলো নীচে দেওয়া হল।

(1) তৃতীয় ও চতুর্থ যুক্তিবচন থেকে (খ) বিধি অনুসারে $\sim p$ বৈধভাবে অনুমান করা যায়।

$p \supset s$
$\sim s$
$\sim p$

(খ) ন্যায়াকারের $q$-এর স্থানে $s$ সংস্থাপন করে।

(2) $\sim p$ ও প্রথম যুক্তিবচন থেকে (গ) বিধি অনুসারে $q \supset r$ বৈধভাবে অনুমান করা যায়।

1 3.4 অনুচ্ছেদের পাদটীকা দ্রষ্টব্য।

| | |
|---|---|
| $p \vee (q \supset r)$ | (খ) ন্যায়াকারে $q$-এর স্থানে $q \supset r$ |
| $\sim p$ | সংস্থাপন করে। |
| $\therefore\ q \supset r$ | |

(3) দ্বিতীয় ও চতুর্থ যুক্তিবচন থেকে (ক) বিধি অনুযায়ী $r \supset t$ বৈধভাবে অনুমান করা যায়।

| | |
|---|---|
| $\sim s \supset (r \supset t)$ | (ক) ন্যায়াকার $p$-এর স্থানে $\sim s$ ও |
| $\sim s$ | $q$-এর স্থানে $r \supset t$ সংস্থাপন করে। |
| $\therefore\ r \supset t$ | |

(4) $q \supset r$ ও $r \supset t$ থেকে ঘ বিধি অনুযায়ী $q \supset t$ বৈধভাবে অনুমান করা যায়।

| | |
|---|---|
| $q \supset r$ | (ঘ) ন্যায়াকার $p$-এর স্থানে $q$, $q$-এর স্থানে $r$, |
| $r \supset t$ | ও $r$-এর স্থানে $t$ সংস্থাপন করে। |
| $\therefore\ q \supset t$ | |

বৈধ ন্যায়াকারসম্মত অনুমানবিধি অনুসরণ করে মাত্র চারটি ধাপে যুক্তিবচনসমষ্টি থেকে সিদ্ধান্তে অবরোহণ করা যায়, অর্থাৎ সিদ্ধান্ত প্রমাণ করা যায়, সুতরাং পূর্বোক্ত ন্যায় বৈধ। অবরোহণের আরও সুবিন্যস্ত ও সংক্ষিপ্ত রূপ দেওয়া যায়। যুক্তিবচনগুলো একটি স্তম্ভে নীচে নীচে লিখতে হবে, এবং বাঁ দিকে ক্রমিক সংখ্যা দিয়ে যেতে হবে। শেষ যুক্তিবচনের ডান দিকে একটি তির্যক রেখা টেনে তারপর "∴" বসিয়ে সিদ্ধান্ত লিখতে হবে। এতে বোঝা যাবে, তির্যক রেখার বাঁ দিকে উপরের সব বচন যুক্তিবচন। তারপর অবরোহণের প্রত্যেকটি ধাপ ঐ স্তম্ভে পরপর লিখে যেতে হবে, পূর্বক্রমে তাদেরও ক্রমিক সংখ্যা দিতে হবে, এবং ডানদিকে অবরোহণের সমর্থনে যে পূর্ববর্তী বচন বা বচনসমষ্টি থেকে যে অনুমানবিধি অনুসারে অবরোহণ করা হয়েছে তার উল্লেখ করতে হবে। পূর্ববর্তী যে যে বচন থেকে অবরোহণ করা হয়েছে তাদের ক্রমিক সংখ্যা আগে লিখে তারপর অনুমানবিধির সংক্ষিপ্ত নাম উল্লেখ করতে হবে। অনুমানবিধিগুলোর নাম 3.6 অনুচ্ছেদে দেওয়া হয়েছে। কিন্তু ঐ নামগুলো বৃহৎ বলে আমরা (ক), (খ), (গ), (ঘ) অনুমানবিধিকে তাদের সংক্ষিপ্ত ইংরেজী নামে যথাক্রমে M. P. (Modus Ponens), M. T. (Modus Tollens), D. S. (Disjunctive Syllogism) ও

H. S. (Hypothetical Syllogism) দ্বারা সূচিত করব। এই পদ্ধতিতে লিখলে অবরোহণ বা প্রমাণটি নিম্নরূপ দাঁড়াবে।

(আ) (1) $p \vee (q \supset r)$
(2) $\sim s \supset (r \supset t)$
(3) $p \supset s$
(4) $\sim s$ $\quad /\therefore\ q \supset t$
(5) $\sim p$ $\quad$ 3, 4, M.T.
(6) $q \supset r$ $\quad$ 1, 5, D.S.
(7) $r \supset t$ $\quad$ 2, 4, M.P.
(8) $q \supset t$ $\quad$ 6, 7, H.S.

1.8 অনুচ্ছেদের দাবাখেলার সঙ্গে তুলনাটি মনে করুন। দাবাখেলার ঘুঁটিগুলোর নামের বচনবর্ণের মত প্রতীকবর্ণ আছে, প্রত্যেকটা চালের সংযোজক প্রতীকের মত প্রতীকচিহ্ন আছে। একটা সম্পূর্ণ খেলাকে, প্রথম চাল থেকে শেষ চাল পর্যন্ত, শুধু প্রতীকপরম্পরা দিয়ে বোঝানো যায়। প্রত্যেকটি চাল বিধিসম্মত। উপরের অবরোহণে বচনবর্ণ ও সংযোজকপ্রতীক নিয়ে যা করা হয়েছে তা দাবা খেলারই অনুরূপ। বিষয়বস্তু থেকে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন হয়ে শুধু কতগুলো প্রতীক ব্যবহার করে অনুমানবিধি অনুসারে যুক্তিবচন সমষ্টি থেকে সিদ্ধান্ত প্রমাণ করা হয়েছে। সিদ্ধান্ত বিধিসম্মতভাবে যুক্তিবচন থেকে নিঃসৃত হয়েছে। দাবা খেলার সঙ্গে এর পার্থক্য, দাবা খেলায় ভুল চাল দিয়ে হেরে যাওয়া সম্ভব, কিন্তু ভুল চালও দাবা খেলার বিধিসম্মতই হবে। অবরোহণেও ভুল চাল দিয়ে প্রমাণ গঠনে অসমর্থ হওয়া বিচিত্র নয়, কিন্তু ভুল চাল বিধিসম্মত হবে না। দ্বিতীয়তঃ, দাবা খেলার চালবিধি স্বেচ্ছামূলক, কিন্তু ন্যায়ের অনুমানবিধি স্বেচ্ছামূলক নয়, বৈধভাবে সিদ্ধান্ত প্রমাণের উপযোগী, বৈধ ন্যায়াকার থেকে নিষ্কাশিত।

এবার আমরা প্রমাণের সংজ্ঞা দেব। (ক), (খ), ইত্যাদি বৈধ ন্যায়াকারকে মৌলিক বৈধ ন্যায়াকার বলব। সরলতম বলেই এদের মৌলিক বলা হয়। আরো কয়েকটি মৌলিক বৈধ ন্যায়াকার আমাদের তালিকায় থাকবে। মৌলিক বৈধ ন্যায়াকারের যে কোন দৃষ্টান্ত ন্যায় মৌলিক বৈধ ন্যায়। (আ) প্রমাণে (5), (6), (7) ও (8) ধাপ মৌলিক বৈধ ন্যায়। কোন প্রদত্ত ন্যায়ের বৈধতা প্রমাণ এবং ঐ ন্যায়ের যুক্তি-বচন থেকে বিধিসম্মতভাবে সিদ্ধান্তে অবরোহণ একই কথা। যদি কোন

বচন ( সূত্র )-পরম্পরা এমন হয় যে তার প্রত্যেকটি বচন ( সূত্র ) কোন প্রদত্ত ন্যায়ের যুক্তিবচন বা পূর্ববর্তী বচন ( সূত্র ) থেকে মৌলিক বৈধ ন্যায়দ্বারা নিঃসৃত হয়, এবং তার শেষ বচন ( সূত্র ) টি প্রদত্ত ন্যায়ের সিদ্ধান্ত হয়, তবে ঐ বচন ( সূত্র )-পরম্পরা প্রদত্ত ন্যায়ের প্রমাণ। উপরের দৃষ্টান্তে (অ) প্রদত্ত ন্যায়, (আ) তার প্রমাণ। এই প্রকার প্রমাণকে অবরোহণ বলার কারণ, এখানে ধাপে ধাপে সিদ্ধান্তে অবরোহণ করা হয়। একে "স্বাভাবিক অবরোহণ" বলার কারণ কিছুক্ষণের মধ্যেই আলোচিত হচ্ছে। 1·4 অনুচ্ছেদের শেষে আমরা অবরোহণের যে সংজ্ঞা দিয়েছি, এখানে তার কোন ব্যতিক্রম হয় নি, প্রমাণের প্রত্যেকটি ধাপ বৈধ ন্যায়াকার সম্মত হওয়ায় কোথাও যুক্তিবচন সত্য এবং সিদ্ধান্ত মিথ্যা হওয়ার সম্ভাবনা নেই।

## অনুমানবিধি—তালিকা (ক)

| | মৌলিক বৈধ ন্যায়াকার | অনুমান বিধি | নাম |
|---|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$<br>$p$<br>———<br>$\therefore\ q$ | $p \supset q,\ p \vdash q$ | পূর্বগস্বীকারভিত্তিক অনুগস্বীকার, পূর্বগ-বিয়োগ, Modus Ponens, M.P. |
| (2) | $p \supset q$<br>$\sim q$<br>———<br>$\therefore\ \sim p$ | $p \supset q,\ \sim q \vdash \sim p$ | অনুগনিষেধভিত্তিক পূর্বগ নিষেধ, Modus Tollens, M. T. |
| (3) | $p \vee q$<br>$\sim p$<br>———<br>$\therefore\ q$ | $p \vee q,\ \sim p \vdash q$ | বৈকল্পিক ন্যায়, Disjunctive Syllogism, D.S. |
| (4) | $p \supset q$<br>$q \supset r$<br>———<br>$\therefore\ p \supset r$ | $p \supset q,\ q \supset r \vdash p \supset r$ | প্রাকল্পিক ন্যায়, Hypothetical Syllogism, H.S. |
| (5) | $(p \supset q).(r \supset s)$<br>$p \vee r$<br>———<br>$\therefore\ q \vee s$ | $(p \supset q).(r \supset s),\ p \vee r \vdash q \vee s$ | জটিল ভাবাত্মক কূটন্যায়, Complex Constructive Dilemma, C.D. |

| মৌলিক বৈধ ন্যায়াকার | অনুমান বিধি | : নাম |
|---|---|---|
| (6) $\dfrac{p.q}{\therefore\ p}$ | $p.q \vdash p$ | সরলীকরণ, Simplification, Simp. |
| (7) $\dfrac{p \quad q}{\therefore\ p.q}$ | $p, q \vdash p.q$ | সংযোজন, Conjunction, Conj. |
| (8) $\dfrac{p}{\therefore\ p \vee q}$ | $p \vdash p \vee q$ | বিকল্পযোজন, Addition, Add. |
| (9) $\dfrac{p \supset q}{\therefore\ p \supset (p.q)}$ | $p \supset q \vdash p \supset (p.q)$ | আত্মীকরণ, Absorption, Abs. |

নামের স্তম্ভে প্রথমে বাংলা নাম, পরে ইংরেজী নাম ও সর্বশেষে সংক্ষিপ্ত ইংরেজী নাম দেওয়া হল। সংক্ষিপ্ত ইংরেজী নামটিই প্রমাণে ব্যবহৃত হবে। প্রত্যেকটি ন্যায়াকার বৈধ, ন্যায়বচন তৈরী করে সত্যসারণী দ্বারা পরীক্ষা করলেই দেখা যাবে, প্রত্যেক ক্ষেত্রে ন্যায়বচন স্বতঃসত্য। সংক্ষিপ্ত কৌশলে পরীক্ষা করলে দেখা যাবে, এমনভাবে উপাদানবচনের মানশর্ত নিবেশন সম্ভব নয় যে যুক্তিবচন সত্য হয়ে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হবে। (আ) প্রমাণে (5)—(8) ধাপগুলো অনুমানবিধি দ্বারা অনুমোদিত বলে বৈধ। সুতরাং (8) সিদ্ধান্ত আনয়ন বৈধ, এবং (1)—(8) বচন ( সূত্র )-পরম্পরা (অ) ন্যায়ের প্রমাণ।

এবার আমরা আর একটি ন্যায়ের প্রমাণ উপস্থাপিত করব।

> (ই) যদি সে পড়া ছেড়ে দেয়, তবে হয় ব্যবসা করবে নয় রাজনীতি করবে; যদি সে ব্যবসা বা রাজনীতি করে, তবে তার বাবা অনুমোদন করবেন না; যদি সে কোন এজেন্সী না নেয় তবে তার বাবা অনুমোদন করবেন; সে পড়া ছেড়ে দেবে; সুতরাং সে এজেন্সী নেবে।

অভিধান,

$p$ # সে পড়া ছেড়ে দেবে,

$q$ # সে ব্যবসা করবে,

$r$ ≡ সে রাজনীতি করবে,
$s$ ≡ তার বাবা অনুমোদন করবেন,
$t$ ≡ সে এজেন্সী নেবে।

বচনবর্ণ ব্যবহার করে,

(ই) $p \supset (q \vee r)$
$(q \vee r) \supset \sim s$
$\sim t \supset s$
$p$
$\therefore t$

প্রমাণ,

(ঈ)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
| (2) | $(q \vee r) \supset \sim s$ | |
| (3) | $\sim t \supset s$ | |
| (4) | $p$ | $/\therefore t$ |
| (5) | $p \supset \sim s$ | 1, 2, H. S. |
| (6) | $\sim s$ | 5, 4, M. P. |
| (7) | $\sim \sim t$ | 3, 6, M. T. |
| (8) | $t$ | 7, দ্বিনিষেধ নীতি |

3.4 অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি, $p$ ও $\sim \sim p$ ন্যায়তঃ সমমান, সারণী (18) দ্বারা পরীক্ষিত। দুটি সূত্র ন্যায়তঃ সমমান হলে একটির স্থানে অপরটি সংস্থাপন করা যেতে পারে। পূর্বোক্ত প্রমাণে (8)-এর ধাপে তাই করা হয়েছে। কিন্তু তালিকা (ক)-এতে যে নয়টি অনুমান-বিধি আমরা পেয়েছি তার কোনটির দ্বারা (8) ধাপ অনুমোদিত হয় না। সুতরাং আমাদের আর একটি অনুমাননীতি পরিগ্রহ করতে হবে যাতে ন্যায়তঃ সমমান দুটি সূত্র পরস্পরের স্থানে সংস্থাপনীয় হতে পারে। নীতিটি এই :

কোন সূত্রের বা তার কোন অংশের স্থানে সূত্রটির বা সেই অংশের ন্যায়তঃ সমমান আর একটি সূত্র সংস্থাপন করলে সংস্থাপিত সূত্রকে মূলসূত্র থেকে অনুমান করা বৈধ হবে। একে প্রতিস্থাপন বিধি বলা যেতে পারে।

যেহেতু মূলসূত্র বা সূত্রাংশ ও তৎস্থলে সংস্থাপিত সূত্র সমমান, এইরূপ সংস্থাপনের দ্বারা মূলসূত্রের মান অপরিবর্তিত থাকে।

তালিকা (খ) এতে ন্যায়ের বৈধতা প্রমাণের উপযোগী কয়েকটি ন্যায়তঃ সমমান সূত্র দেওয়া হল। এর প্রত্যেকটি অনুমানবিধি হিসেবে প্রমাণে ব্যবহার করা চলবে।

সমমান সূত্র—তালিকা (খ)

| | সূত্র | নাম |
|---|---|---|
| (10) | $p \equiv \sim\sim p$ | দ্বিনিষেধ, Double Negation, D. N. |
| (11) | $\sim(p.q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$<br>$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p . \sim q)$ | সংযোগ নিষেধ } De Morgan's<br>বিকল্প নিষেধ } Theorems, De M. |
| (12) | $(p.q) \equiv (q.p)$<br>$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$ | অবস্থান বিনিময়, Commutation, Com. |
| (13) | $[p.(q.r)] \equiv [(p.q).r]$<br>$[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$ | সমাজ্ঞর, Association, Assoc. |
| (14) | $[p.(q \vee r)] \equiv [(p.q) \vee (p.r)]$<br>$[p \vee (q.r)] \equiv [(p \vee q).(p \vee r)]$ | বণ্টন, Distribution, Dist. |
| (15) | $(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$ | পক্ষান্তর, Transposition, Trans. |
| (16) | $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$ | বাস্তব প্রকল্পন, Material Implication, Impl. |
| (17) | $(p \equiv q) \equiv [(p \supset q).(q \supset p)]$<br>$(p \equiv q) \equiv [(p.q) \vee (\sim p . \sim q)]$ | বাস্তব সমমানতা, Material Equivalence, Equiv. |
| (18) | $[(p.q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$ | নির্গমন, Exportation, Exp. |
| (19) | $p \equiv (p \vee p)$<br>$p \equiv (p.p)$ | উক্ত ভাষণ Tautology, Taut. |

3.4 অনুচ্ছেদে (16)—(19) সারণীতে দুটি সূত্র ন্যায়তঃ সমমান কিনা সত্যসারণীর সাহায্যে তা পরীক্ষা করার পদ্ধতি দেখানো হয়েছে। (16) সারণী তালিকা (খ)-এর (17) সূত্রের প্রথমটিকে, (18) সারণী (10) সূত্রকে এবং (19) সারণী (11)-এর প্রথম সূত্রটিকে সমমান প্রতিপন্ন করেছে। সত্যসারণী দ্বারা পরীক্ষা করলে অন্য সবগুলো সূত্র সমমান প্রতিপন্ন হবে।

উপরে (ঈ) প্রমাণে (8) ধাপ (10) বিধি দ্বারা অনুমোদিত। বিধিটির সংক্ষিপ্ত নাম ব্যবহার করলে (8) ধাপ দাঁড়াবে,

(8) $t$ 7, D.N.

তালিকা (ক) ও (খ)-এর সবগুলো বিধিই অপরিহার্য নয়। তালিকা (ক)-এর (2) বিধি (M.T.) না থাকলে কোন ক্ষতি হত না। (আ) প্রমাণের (5)-এর ধাপটি দেখুন। এখানে M.T. বিধি অনুসারে $p \supset s$ ও $\sim s$ থেকে $\sim p$ তে অবরোহণ করা হয়েছে। তা না করে তালিকা (খ)-এর (15) সূত্র ও M.P.-এর সাহায্যে $\sim p$ তে অবরোহণ করা যায়।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset s$ | তৃতীয় যুক্তিবচন |
| (2) | $\sim s \supset \sim p$ | 1, Trans. |
| (3) | $\sim s$ | চতুর্থ যুক্তিবচন |
| (4) | $\sim p$ | 2, 3, M.P. |

আবার দেখুন, তালিকা (খ)-এর (16) বিধি অপরিহার্য নয়। (10) ও (11) বিধির সাহায্যে $p \supset q$ থেকে $\sim p \vee q$ এতে অবরোহণ করা যায়। আমরা আগেই $p \supset q$ কে সংজ্ঞা দ্বারা $\sim (p . \sim q)$-এর সমান বলেছি।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $\sim (p . \sim q)$ | 1, সংজ্ঞা |
| (3) | $\sim p \vee \sim \sim q$ | 2, De M. |
| (4) | $\sim p \vee q$ | 3, D.N. |

তবুও (2) বা (16) বিধিকে মৌলিক বিধি হিসেবে স্বীকার করার কারণ, এগুলো এত সর্বজনীন ও স্বজ্ঞামূলক যে এদের অনুসরণ করলেই প্রমাণ "স্বাভাবিক" হয়, এদের বাদ দিয়ে কেবল অপরিহার্য, ন্যূনতম কয়েকটি অনুমানবিধির সাহায্যে অবরোহণের চেষ্টা করলে প্রমাণ অতিদীর্ঘ ও অস্বাভাবিক হয়ে পড়ে।

স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য এই যে, এতে কোন মৌল স্বীকার্য পরিগ্রহ করা হয় না। দুই প্রকার অবরোহতন্ত্র আছে, স্বীকার্যমূলক ও বিধিমূলক। স্বীকার্যমূলক অবরোহতন্ত্রে মৌল স্বীকার্য থেকে শুরু করা হয়, এবং অনুমানবিধি অনুসারে ধাপে ধাপে সিদ্ধান্তে অবরোহণ করা হয়। এর দৃষ্টান্ত জ্যামিতি। বিধিমূলক অবরোহতন্ত্রে কোন স্বীকার্য

পরিগ্রহ করা হয় না। প্রদত্ত যুক্তিবচন থেকে অনুমানবিধি অনুসারে ধাপে ধাপে সিদ্ধান্তে অবরোহণ করা হয়। দেখা গেছে, স্বীকার্যমূলক অবরোহতন্ত্রে সরলতম ও ন্যূনতমসংখ্যক অনুমানবিধির প্রয়োজন হয়, বিধিমূলক অবরোহতন্ত্রে স্বীকার্য না থাকাতে প্রমাণকে "স্বাভাবিক" করার জন্য দীর্ঘ নিয়মাবলী ব্যবহার করা হয়। আমাদের স্বাভাবিক অনুমান-ক্রিয়া স্বীকার্য পরিগ্রহ করে অগ্রসর হয় না, বরং প্রদত্ত যুক্তিবচন থেকে অনুমানবিধি অনুসারে অগ্রসর হয়, সেজন্য বিধিমূলক অবরোহণকে স্বাভাবিক অবরোহণ বলে।

স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতি কতটা কার্যকরী? আমরা দেখেছি, সত্যসারণী দ্বারা যে কোন ন্যায়ের বৈধতা পরীক্ষা করা সম্ভব। যে কোন ন্যায়কে ন্যায়বচনে রূপান্তরিত করে ন্যায়বচনটি স্বতঃসত্য কিনা তা সত্যসারণী গঠন করলেই যান্ত্রিকভাবে ধরা পড়ে। মনে করা যাক্, (ই) ন্যায়ের বৈধতা স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতি দ্বারা পরীক্ষা করতে দেওয়া হল। যদি কেউ (ঈ) প্রমাণ গঠন করতে না পারে, তবে কি বলতে হবে ন্যায়টি অবৈধ? যদি সম্পূর্ণ প্রমাণটি তুলে ধরে তার বৈধতা পরীক্ষা করতে বলা হয়, তবে যান্ত্রিকভাবেই সে কাজ করা যায়, শুধু দেখলেই চল্‌বে, প্রযুক্ত অনুমানবিধিগুলো তালিকাভুক্ত কিনা। তালিকা-ভুক্ত অনুমানবিধিগুলোর বৈধতা পরীক্ষিত। কিন্তু প্রমাণ গঠন করা আর প্রমাণ বৈধ কিনা পরীক্ষা করা এক কথা নয়। প্রমাণ গঠন করতে উদ্ভাবনী দক্ষতা প্রয়োজন, কোথায় আরম্ভ করতে হবে, কোন বিধি প্রয়োগ করতে হবে, তা যান্ত্রিকভাবে নির্ণীত হবে না। আবার ধরুন, কোন অবৈধ ন্যায় পরীক্ষা করতে দেওয়া হল। কেউ এর প্রমাণ গঠন করতে পারবে না। কিন্তু প্রমাণ গঠন করতে না পারলেই বলা যাবে না ন্যায়টি অবৈধ। প্রমাণ গঠনে অক্ষমতা ন্যায়ের অবৈধতা প্রমাণ করে না। ন্যায়শাস্ত্র এমন কোন নির্দেশাবলী তৈরী করে দিতে পারে না, যার সাহায্যে যে কেউ যান্ত্রিকভাবে যে কোন বৈধ ন্যায়ের প্রমাণ গঠন করতে পারে। দাবা খেলার সঙ্গে প্রমাণ গঠনের আবার তুলনা করা যেতে পারে। দাবার সব চালবিধি জানলেই একজন ভাল খেলোয়াড় হবে এবং কেবল জিতবে এরূপ আশা করা যায় না। কখন কোন চাল দিলে জেতা যাবে সেটি বুঝতে হলে যথেষ্ট দক্ষতা অর্জন করতে হবে। প্রমাণ গঠনের বেলায়ও কখন কোন বিধি প্রয়োগ করলে সহজে প্রমাণ গঠিত হবে তা তালিকা জানা থাকলেই স্থির করা যায় না। কোন্

কোন্ যুক্তিবচন বা অবরোহণের পূর্বতন ধাপের উপর কোন্ কোন্ অনুমানবিধি প্রয়োগ করলে ন্যূনতমসংখ্যক ধাপে প্রমাণ গঠিত হবে তা তালিকা বলে দেয় না। কিন্তু উপযুক্ত দক্ষতা অর্জিত হলে স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতিতে প্রমাণ গঠন খুব সহজ।

তালিকা (ক) ও তালিকা (খ) এর মধ্যে একটি বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য আছে। তালিকা (ক) এর অনুমানবিধি কেবলমাত্র পুরো পঙ্ক্তির উপর প্রযোজ্য, কিন্তু তালিকা (খ) এর অনুমানবিধি পুরো পঙ্ক্তি বা তার যে কোন অংশের উপর প্রযোজ্য। যেমন, কোন প্রমাণে কোন পঙ্ক্তিতে $p \cdot q$ থাকলে তার থেকে (6) বিধি অনুসারে $p$ অনুমান করা যাবে, কিন্তু $(p \cdot q) \supset r$ থাকলে $p \supset r$ অনুমান করা যাবে না। কারণ $p$ সত্য, $q$ মিথ্যা, $r$ মিথ্যা হলে $(p \cdot q) \supset r$ সত্য হবে, কিন্তু $p \supset r$ মিথ্যা হবে। কিন্তু $(p \cdot q) \supset r$ থেকে (12) বিধি অনুসারে $(q \cdot p) \supset r$, (18) বিধি অনুসারে $p \supset (q \supset r)$, (19) বিধি অনুসারে $[(p \vee p) \cdot (q \cdot q)] \supset (r \vee r)$ অনুমান করা যাবে।

প্রমাণ গঠনের কোন যান্ত্রিক পদ্ধতি না থাকলেও কয়েকটি সঙ্কেতের উল্লেখ করা যেতে পারে।

(1) একই বচনবর্ণ একাধিক যুক্তিবচনে থাকলে সিদ্ধান্ত প্রমাণে উপযোগী কোন সূত্র তাদের থাকে নিঃসৃত হয় কিনা দেখুন।

(2) যদি এভাবে সিদ্ধান্তের দিকে এগোনো সম্ভব না হয়, তবে কোন সূত্রের স্থলে ন্যায়তঃ সমমান অন্য কোন সূত্র বসিয়ে দেখুন।

(3) যুক্তিবচনে আছে সিদ্ধান্তে নেই এমন বচনবর্ণকে অপনয়ন করুন। অপনয়নের জন্য সরলীকরণ (Simp.) ও প্রাকল্পিক ন্যায় (H. S.) উপযোগী। লক্ষ্য করুন, সরলীকরণের জন্য যে বিধি দেওয়া আছে, তাতে দ্বিতীয় সংযোগীর অপনয়ন করা চলে। কিন্তু প্রথম সংযোগীর অপনয়ন করতে হলে অবস্থান বিনিময়বিধি (Com.) অনুসারে প্রথমে তাদের অবস্থান পাল্টে নিন। $p \cdot q$ থেকে $p$ অনুমান করা যাবে, কিন্তু $q$ অনুমান করতে হলে প্রথমে $p \cdot q$ থেকে $q \cdot p$ আনয়ন করে তারপর $q$ আনয়ন করুন।

(4) যুক্তিবচনে নেই সিদ্ধান্তে আছে এমন বর্ণকে বিকল্প-যোজন বিধি (Add.) অনুসারে আনয়ন করুন।

(5) সঙ্গান্তর বিধির প্রয়োগে বিশেষ সতর্কতা প্রয়োজন। ধরুন আপনার $(p \vee q) \vee r$ আছে, আপনি তার থেকে $r \vee p$ পেতে চান।

সোজাসুজি $(p \vee q) \vee r$ কে $(r \vee p) \vee q$ এতে রূপান্তরিত করা চলবে না। আপনাকে এইভাবে এগোতে হবে।

$(p \vee q) \vee r$

$r \vee (p \vee q)$ Com.

$(r \vee p) \vee q$ Assoc.

(6) সিদ্ধান্ত থেকে উল্টোভাবে অগ্রসর হোন, দেখুন কোন সূত্র থেকে সিদ্ধান্ত কোন অনুমানবিধির সাযায্যে আনয়ন করা যায় কিনা, তারপর সেই সূত্রটিকে যুক্তিবচনসমষ্টির সাহায্যে প্রমাণ করার চেষ্টা করুন।

বৌদ্ধ দর্শন থেকে একটি ন্যায় নিন।

যদি কোন এক ও অবিভাজ্য সামান্য "ঘটত্বের" অস্তিত্ব থাকে, তবে "ঘটত্ব" হয় সর্বত্র বিদ্যমান বা শুধু সর্বঘটে বিদ্যমান; যদি "ঘটত্ব" সর্বত্র বিদ্যমান হয় তবে তা সব পটেও আছে; যদি "ঘটত্ব" শুধু সর্বঘটে বিদ্যমান হয়, তবে কোন নব-নির্মিত ঘটে তার আকস্মিক উদ্ভব হয়; এ হতেই পারে না যে "ঘটত্ব" সব পটেও আছে বা কোন নবনির্মিত ঘটে তার আকস্মিক উদ্ভব হয়;

∴ কোন এক ও অবিভাজ্য সামান্য "ঘটত্বের" অস্তিত্ব নেই।

অভিধান,

$p$ # কোন এক ও অবিভাজ্য সামান্য "ঘটত্বের" অস্তিত্ব আছে,

$q$ # "ঘটত্ব" সর্বত্র বিদ্যমান,

$r$ # "ঘটত্ব" শুধু সর্বঘটে বিদ্যমান,

$s$ # "ঘটত্ব" সব পটে আছে,

$t$ # কোন নবনির্মিত ঘটে "ঘটত্বের" আকস্মিক উদ্ভব হয়।

বচনবর্ণ ব্যবহার করে,

$p \supset (q \vee r)$

$q \supset s$

$r \supset t$

$\sim (s \vee t)$

$\therefore \sim p$

যদি $\sim(q \vee r)$ পাওয়া যায় তবে $\sim p$ প্রমাণ করা যাবে। $\sim(q \vee r) \equiv (\sim q \cdot \sim r)$ (De M.)। প্রমাণটি দেখুন :

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
| (2) | $q \supset s$ | |
| (3) | $r \supset t$ | |
| (4) | $\sim(s \vee t)$ | $/ \therefore \sim p$ |
| (5) | $\sim s \cdot \sim t$ | 4, De M. |
| (6) | $\sim s$ | 5, Simp. |
| (7) | $\sim q$ | 2, 6, M.T. |
| (8) | $\sim t \cdot \sim s$ | 5, Com. |
| (9) | $\sim t$ | 8, Simp. |
| (10) | $\sim r$ | 3, 9, M.T. |
| (11) | $\sim q \cdot \sim r$ | 7, 10, Conj. |
| (12) | $\sim(q \vee r)$ | 11, De M. |
| (13) | $\sim p$ | 1, 12, M.T. |

একমাত্র অভ্যাসই প্রমাণ গঠনে দক্ষতা দিতে পারে।

## 4.2 প্রাকল্পিক প্রমাণবিধি

4.1 অনুচ্ছেদে যে 19টি অনুমানবিধি দেওয়া হয়েছে, তার সাহায্যে যে কোন বৈধ বাচনিক ন্যায়ের প্রমাণ গঠন করা যায়। তবুও এই অনুচ্ছেদে আমরা নূতন একটি অনুমানবিধি উপস্থাপন করব। আমরা দেখেছি, পূর্ব অনুচ্ছেদে বর্ণিত পদ্ধতিতে কোথায় শুরু করতে হবে, কোন্ যুক্তিবচনের উপর কোন্ বিধি প্রয়োগ করতে হবে, তা যান্ত্রিকভাবে স্থির করা যায় না। কিন্তু যদি কোন ন্যায়ের সিদ্ধান্ত প্রাকল্পিক বচন হয়, তবে এই নূতন বিধি প্রযোজ্য হবে, অবরোহণের ধাপগুলো সহজেই নির্ণীত হবে, এবং সমগ্র অবরোহণ অর্থাৎ প্রমাণ সরল ও সংক্ষিপ্ত হবে। মনে করা যাক, কয়েকটি যুক্তিবচন থেকে একটি প্রাকল্পিক বচন সিদ্ধান্ত হিসেবে আনয়ন করা হল। যুক্তিবচনগুলোকে $p_1, p_2, p_3, \ldots p_n$ ধরলে ন্যায়বচনটি দাঁড়ায়,

(ক) $(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_n) \supset (q \supset r)$

এর অর্থ, $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_n$ সত্য হলে $q \supset r$ মিথ্যা হতে পারে না।

$q \supset r$ মিথ্যা হলে $q$ সত্য $r$ মিথ্যা হতে হবে। সুতরাং ন্যায়টি বৈধ হতে হলে

(খ) $(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_n \cdot q) \supset r$

ন্যায়টিও বৈধ হতে হবে, অর্থাৎ $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ldots \cdot p_n \cdot q$ সত্য হলে $r$ মিথ্যা হতে পারবে না। 4.1 অনুচ্ছেদের (18) বিধি (নির্গমন, **Exportation**) অনুসারে (ক) ও (খ) ন্যায়তঃ সমমান। সুতরাং (খ) ন্যায়ের বৈধতার প্রমাণ (ক) ন্যায়ের বৈধতার ও প্রমাণ হবে। কোন ন্যায়ের সিদ্ধান্ত প্রাকল্পিক বচন হলে তার প্রমাণ গঠনে সিদ্ধান্তের পূর্বগকে একটি অতিরিক্ত যুক্তিবচন হিসেবে অঙ্গীকার করে নেওয়া যায়। একেই প্রাকল্পিক প্রমাণ-বিধি বলে। সিদ্ধান্ত প্রাকল্পিক বচন এমন কোন প্রদত্ত ন্যায়ের প্রমাণ গঠনে সিদ্ধান্তের পূর্বগকে একটি অতিরিক্ত যুক্তিবচন হিসেবে অঙ্গীকার করে মৌলিক বৈধ ন্যায়-পরম্পরার সাহায্যে সিদ্ধান্তের অনুগে অবরোহণ করাকে প্রদত্ত ন্যায়ের প্রাকল্পিক প্রমাণ গঠন করা বলে। একটি ন্যায় নেওয়া যাক।

> হয় উৎপাদন কমবে নয় বেকারী বাড়বে; বেকারী বাড়লে শ্রমিক সংস্থাগুলোর মধ্যে অসন্তোষ বাড়বে; শ্রমিক সংস্থাগুলোর মধ্যে অসন্তোষ বাড়লে, দুর্মূল্য ভাতা বাড়ালেও রাজনৈতিক অস্থিরতা দেখা দেবে; দুর্মূল্য ভাতা না বাড়ালে প্রতিবাদ চলতে থাকবে; প্রতিবাদ চলতে থাকলে সামাজিক উত্তেজনা বাড়বে;
>
> ---
>
> ∴ উৎপাদন না কমলে এবং সামাজিক উত্তেজনা না বাড়লে রাজনৈতিক অস্থিরতা দেখা দেবে।

অভিধান,

$p$ # উৎপাদন কমবে,
$q$ # বেকারী বাড়বে,
$r$ # শ্রমিক সংস্থাগুলোর মধ্যে অসন্তোষ বাড়বে,
$s$ # দুর্মূল্য ভাতা বাড়ানো হবে,
$t$ # রাজনৈতিক অস্থিরতা দেখা দেবে,
$u$ # প্রতিবাদ চলতে থাকবে,
$v$ # সামাজিক উত্তেজনা বাড়বে।

বচনবর্ণ ব্যবহার করে,

$$p \vee q$$
$$q \supset r$$
$$r \supset (s \supset t)$$
$$\sim s \supset u$$
$$u \supset v$$
$$\therefore\ (\sim p \cdot \sim v) \supset t$$

প্রাকল্পিক প্রমাণ লিখবার রীতি একটু ভিন্ন। যুক্তিবচনগুলো লিখে, ক্রমিকসংখ্যা দিয়ে, শেষ যুক্তিবচনের ডান দিকে তির্যক রেখা টেনে "∴" চিহ্নের পর সিদ্ধান্ত যথারীতি লিখতে হবে। পরবর্তী পঙ্‌ক্তিতে সিদ্ধান্তের পূর্বগকে আর একটি যুক্তিবচন হিসেবে লিখে তার পাশে আর একটি তির্যক রেখা টেনে "∴" চিহ্নের পর সিদ্ধান্তের অনুগ লিখতে হবে, এবং ডানদিকে লঘুবন্ধনীর মধ্যে C. P. (প্রাকল্পিক প্রমাণের ইংরেজী Conditional Proof এর আদ্য অক্ষর দুটি) লিখতে হবে। তারপর স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতিতে এগিয়ে যেতে হবে। দ্বিতীয় তির্যক রেখা ও তার পরবর্তী অংশ প্রাকল্পিক প্রমাণ বিধি ব্যবহার সূচিত করে। প্রমাণ নীচে দেওয়া হল।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \vee q$ | |
| (2) | $q \supset r$ | |
| (3) | $r \supset (s \supset t)$ | |
| (4) | $\sim s \supset u$ | |
| (5) | $u \supset v$ ⟶ | $/\therefore\ (\sim p \cdot \sim v) \supset t$ |
| (6) | $\sim p \cdot \sim v$ | $/\therefore\ t$ (C.P.) |
| (7) | $\sim p$ | 6, Simp. |
| (8) | $q$ | 1, 7, D.S. |
| (9) | $r$ | 2, 8, M.P. |
| (10) | $\sim v \cdot \sim p$ | 6, Com. |
| (11) | $\sim v$ | 10. Simp. |
| (12) | $\sim u$ | 5, 11, M.T. |
| (13) | $\sim \sim s$ | 4, 12, M.T. |
| (14) | $s$ | 13, D.N. |
| (15) | $s \supset t$ | 3, 9, M.P. |
| (16) | $t$ | 15, 14, M.P. |

একই প্রমাণে C. P. একাধিকবার ব্যবহার করা যেতে পারে। নীচের ন্যায় ও প্রমাণটি দেখুন।

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | | |
| (2) | $q \supset r$ | | |
| (3) | $(s \vee t) \supset u$ | | |
| (4) | $(r.u) \supset v$ | $/\therefore\ p \supset [(s \vee t) \supset v]$ | |
| (5) | $p$ | $/\therefore\ (s \vee t) \supset v$ | (C.P.) |
| (6) | $s \vee t$ | $/\therefore\ v$ | (C.P.) |
| (7) | $p \supset r$ | 1, 2, H.S. | |
| (8) | $r$ | 7, 5, M.P. | |
| (9) | $u$ | 3, 6, M.P. | |
| (10) | $r.u$ | 8, 9, Conj. | |
| (11) | $v$ | 4, 10, M.P. | |

## 4.3 তর্ক বা পরোক্ষ প্রমাণ পদ্ধতি

প্রাকল্পিক প্রমাণ বিধি অনুসারে প্রাকল্পিক সিদ্ধান্তবচনের পূর্বগকে একটি অতিরিক্ত যুক্তিবচন হিসেবে অঙ্গীকার করে প্রমাণ গঠন করা হয়ে থাকে। এবার আর একটি নূতন প্রমাণবিধি প্রদর্শিত হচ্ছে, যাকেও এক অর্থে প্রাকল্পিক বলা যায়। এই বিধি যে কোন ন্যায়ের প্রমাণ গঠনে ব্যবহার করা যাবে, তার সিদ্ধান্ত প্রাকল্পিক বচন না হলেও চলবে। এই বিধি অনুসারে সিদ্ধান্তের নিষেধক বচনটি অঙ্গীকার করা হয়। আমরা জানি, কোন বৈধ ন্যায়ে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে না। সুতরাং সিদ্ধান্তের নিষেধক বচনটি অঙ্গীকার করা আর সিদ্ধান্ত মিথ্যা ও ন্যায় অবৈধ ধরে নেওয়া একই কথা। যদি দেখা যায় সিদ্ধান্তকে মিথ্যা ধরলে স্ববিরোধ উপস্থিত হয়, অর্থাৎ কোন উপাদান বচন একসঙ্গে সত্য ও মিথ্যা হয়, তা হলে বুঝতে হবে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে না, এবং ন্যায় বৈধ। 3.9 অনুচ্ছেদে বর্ণিত পদ্ধতি থেকে এই পদ্ধতির পার্থক্য এই যে, সংক্ষিপ্ত সত্যসারণী পদ্ধতিতে সিদ্ধান্ত মিথ্যা ও যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য হয় এমনভাবে মানশর্ত নিবেশনের চেষ্টা করা হয়। এই পদ্ধতিতে সিদ্ধান্ত মিথ্যা ধরে নিয়ে স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতিতে অগ্রসর হয়ে স্ববিরোধী অবস্থায় পৌঁছানো হয়। ইউক্লিডের জ্যামিতিতে এই প্রমাণ পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়েছে। প্রাচীন ভারতীয় ন্যায়ে একেই তর্ক বা প্রমাণবাধিতার্থপ্রসঙ্গ বলা হয়েছে। পাশ্চাত্য ন্যায়ে এর নাম

**reductio ad absurdum**, সংক্ষেপে R.A.A.। একে পরোক্ষ প্রমাণও (Indirect Proof, সংক্ষেপে I.P.) বলা হয়। প্রদত্ত ন্যায়ের প্রমাণ গঠনে সিদ্ধান্তকে মিথ্যা অঙ্গীকার করে, মৌলিক বৈধ ন্যায়-পরম্পরার সাহায্যে ঐ অঙ্গীকারের ফল স্বরূপ স্ববিরোধ প্রদর্শন করাকে তর্ক বা পরোক্ষ প্রমাণবিধি বলে।

> ঘটনা সব অদৃষ্ট-নিয়ন্ত্রিত বা ঈশ্বর-নিয়ন্ত্রিত যাই হোক না কেন, ভবিষ্যৎ ঘটনা মানুষের অজ্ঞাত ; ভবিষ্যৎ ঘটনা মানুষের অজ্ঞাত নয়, অথবা মানুষের মনে অনিশ্চয়তাজনিত ভীতি থাকবে ; সব ঘটনা অদৃষ্ট-নিয়ন্ত্রিত ; সুতরাং মানুষের মনে অনিশ্চয়তা-জনিত ভীতি থাকবে।

অভিধান,

$p$ # সব ঘটনা অদৃষ্ট নিয়ন্ত্রিত,
$q$ # সব ঘটনা ঈশ্বর-নিয়ন্ত্রিত,
$r$ # ভবিষ্যৎ ঘটনা মানুষের অজ্ঞাত,
$s$ # মানুষের মনে অনিশ্চয়তাজনিত ভীতি থাকবে।

বচনবর্ণ ব্যবহার করে,

$$(p \vee q) \supset r$$
$$\sim r \vee s$$
$$p$$
$$\therefore s$$

তর্ক বা পরোক্ষ প্রমাণবিধি ব্যবহার করলে $\sim s$ অঙ্গীকার করতে হবে, যে পঙ্ক্তিতে $\sim s$ অঙ্গীকার করা হবে তার ডানপাশে লঘুবন্ধনীর মধ্যে I. P. বা R.A.A. লিখতে হবে।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p \vee q) \supset r$ | |
| (2) | $\sim r \vee s$ | |
| (3) | $p$ | $/\therefore s$ |
| (4) | $\sim s$ | (I.P.) |
| (5) | $s \vee \sim r$ | 2, Com. |
| (6) | $\sim r$ | 5, 4, D.S. |
| (7) | $p \vee q$ | 3, Add. |
| (8) | $r$ | 1, 7, M.P. |
| (9) | $r . \sim r$ | 8, 6, Conj. |

(9) পঙ্ক্তি একটি স্ববিরোধ, সুতরাং মূল সিদ্ধান্ত প্রমাণিত। 3.10 অনুচ্ছেদে আমরা দেখছি, যে কোন স্ববিরোধী বচন থেকে যে কোন বচন প্রমাণ করা যায়। (8) ও (6) পঙ্ক্তি থেকে খুব সহজেই মূল সিদ্ধান্ত প্রমাণ করা যায়।

| | | |
|---|---|---|
| (10) | $r \vee s$ | 8, Add. |
| (11) | $s$ | 10, 6, D.S. |

বাস্তব প্রকল্পনের কূটাভাসের সমাধানে বলা যায়, কোন সিদ্ধান্ত $s$ প্রমাণ করতে সোজাসুজি $r . \sim r$ কে যুক্তিবচন হিসেবে অঙ্গীকার করা চলবে না, যদিও এরূপ করলে প্রমাণ খুব সহজ হয়।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $r . \sim r$ | $/ \therefore s$ |
| (2) | $r$ | 1, Simp. |
| (3) | $r \vee s$ | 2, Add. |
| (4) | $\sim r . r$ | 1, Com. |
| (5) | $\sim r$ | 4, Simp. |
| (6) | $s$ | 3, 5, D.S. |

কিন্তু কোন ন্যায়ের পরোক্ষ প্রমাণে সিদ্ধান্তের নিষেধককে প্রকল্প হিসেবে অঙ্গীকার করে অবরোহণ পদ্ধতিতে অগ্রসর হয়ে স্ববিরোধী অবস্থায় পৌঁছানোই অঙ্গীকারের মিথ্যাত্ব অর্থাৎ মূল সিদ্ধান্তের সত্যতার পর্যাপ্ত প্রমাণ, তবুও সেই স্ববিরোধী অবস্থা থেকে শুধু মাত্র আর দুটি পঙ্ক্তিতে বিকল্পযোজন (Add.) ও বৈকল্পিক ন্যায়বিধি (D.S.) প্রয়োগ করে মূল সিদ্ধান্তে পৌঁছানো যায়।

কূটাভাসে দেখা গেছে, সত্য বচন যে কোন বচনকে অনুসরণ করে। একটি স্বতঃসত্য বচন নিন ( স্বতঃসত্য বচন নেওয়ার কারণ, কোন্ বচন সত্য কোন্ বচন মিথ্যা, নৈয়ায়িক হিসেবে তা আমরা জানি না সুতরাং $p$, $q$ কে সত্য বচন ধরলে হবে না, কারণ $p$, $q$ মিথ্যাও হতে পারে )।

$$q \vee (q \supset r)$$

এটি যে কোন বচনকে ন্যায়তঃ অনুসরণ করবে, সেই বচনের সঙ্গে এর কোন সম্পর্ক থাকুক বা না থাকুক। সত্যসারণীর সাহায্যে

$$p \supset [q \vee (q \supset r)]$$

কে স্বতঃসত্য ন্যায়বচন প্রমাণ করা যায়।

সারণী (30)

| $p$ | $\supset$ | $[q$ | $v$ | $(q \supset$ | $r)]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | T | T | F | F |
| T | T | F | T | T | T |
| T | T | F | T | T | F |
| F | T | T | T | T | T |
| F | T | T | T | F | F |
| F | T | F | T | T | T |
| F | T | F | T | T | F |

চতুর্থ স্তম্ভে সব T থাকায় $q \vee (q \supset r)$ স্বতঃসত্য, দ্বিতীয় স্তম্ভে সব T থাকায় ন্যায়বচন স্বতঃসত্য, $q \vee (q \supset r)$-এর পক্ষে $p$ প্রাসঙ্গিক বা অপ্রাসঙ্গিক সত্য বা মিথ্যা, যাই হোক না কেন। এটিকে একটি ন্যায়ের আকারে লেখা যায়,

$$p \quad /\therefore \; q \vee (q \supset r)$$

এই ন্যায়ের প্রমাণে কোন অনুমানবিধি বা প্রাকল্পিক প্রমাণবিধি কিছুই সাহায্য করে না। কিন্তু পরোক্ষ পদ্ধতির সাহায্যে এর প্রমাণ সহজেই গঠন করা যায়।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p$ | $/\therefore q \vee (q - r)$ |
| (2) | $\sim [q \vee (q \supset r)]$ | (I. P.) |
| (3) | $\sim [q \vee (\sim q \vee r)]$ | 2, Impl. |
| (4) | $\sim [(q \vee \sim q) \vee r)$ | 3, Assoc. |
| (5) | $\sim (q \vee \sim q) . \sim r$ | 4, De M. |
| (6) | $\sim (q \vee \sim q)$ | 5, Simp. |
| (7) | $\sim q . \sim \sim q$ | 6, De M. |

লক্ষ্য করুন, $p$ প্রমাণে ব্যবহৃতই হয়নি। কোন স্বতঃসত্য বচনের প্রমাণে কোন যুক্তি বচনের প্রয়োজন নেই।[1] কোন স্বতঃসত্য বচনকে অনুগ ধরে যে কোন বচন বা বচনসমষ্টিকে পূর্বগ ধরে একটি ন্যায়বচন গঠন করলে ন্যায়বচনটি স্বতঃসত্য হবে।

---

1 এই প্রসঙ্গ পরবর্তী অনুচ্ছেদে আবার আলোচিত হবে।

### 4·4 স্বতঃসত্য বচনের প্রমাণ

যে কোন প্রাকল্পিক বচনের পূর্বগকে যুক্তিবচন ও অনুগকে সিদ্ধান্ত করে একটি ন্যায় গঠন করলে যদি ন্যায় বৈধ হয়, তবে প্রাকল্পিক বচন স্বতঃসত্য হবে। অন্যভাবে বলা যায়, যদি কোন প্রাকল্পিক বচনের অনুগকে পূর্বগ থেকে মৌলিক বৈধ ন্যায় দ্বারা আনয়ন করা যায়, তবে প্রাকল্পিক বচন স্বতঃসত্য। প্রাকল্পিক ও পরোক্ষ প্রমাণবিধি দ্বারা যে কোন স্বতঃসত্য বচন প্রমাণ করা যায়। প্রাকল্পিক ন্যায়ের অনুষঙ্গী ন্যায়বচনটি নিন,

(ক) $[(p \supset q) . (q \supset r)] \supset (p \supset r)$

বচনটি নির্গমন বিধি (Exp.) অনুসারে

(খ) $(p \supset q) \supset [(q \supset r) \supset (p \supset r)]$

এর ন্যায়তঃ সমমান। সুতরাং (খ) বচনের প্রমাণ (ক) বচনেরও প্রমাণ হবে। (খ) বচনের প্রমাণ,

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | $/ \therefore (q \supset r) \supset (p \supset r)$ | (C.P.) |
| (2) | $q \supset r$ | $/ \therefore p \supset r$ | (C.P.) |
| (3) | $p \supset r$ | 1, 2, H.S. | |

যদি কোন স্বতঃসত্য বচন প্রাকল্পিক না হয়, তবে তার প্রমাণে প্রাকল্পিক বিধি প্রযোজ্য হবে না, কিন্তু পরোক্ষ প্রমাণবিধি সর্বত্র প্রযোজ্য হবে। $p \vee \sim p$ কে স্বতঃসত্য প্রমাণ করতে $\sim(p \vee \sim p)$ কে অঙ্গীকার করে একটি স্ববিরোধে অবরোহণ করলেই $p \vee \sim p$ এর স্বতঃসত্যতা প্রমাণ হল।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $\sim(p \vee \sim p)$ | $/ \therefore p \vee \sim p$ |
| (2) | $\sim p . \sim \sim p$ | 1, De M. |

আবারও আমরা দেখতে পাচ্ছি, স্বতঃসত্য বচনের প্রমাণে যুক্তিবচনের প্রয়োজন নেই। অবশ্য, স্বীকার্যমূলক অবরোহতন্ত্রে যে কোন স্বতঃসত্য বচন অবরোহণ পদ্ধতির সাহায্যে স্বীকার্য থেকে প্রমাণ করা যায়। এই প্রসঙ্গ গ্রন্থান্তরে আলোচ্য।

### 4·5 প্রাকল্পিক প্রমাণবিধির নবরূপ

পরবর্তী ন্যায়াংশের আলোচনার সুবিধার জন্য প্রাকল্পিক প্রমাণবিধিকে এখানে আমরা নূতন আকারে উপস্থাপিত করব, যাতে এর

প্রয়োগক্ষেত্র আরও বিস্তৃত হয়। 4·2 অনুচ্ছেদে আমরা প্রাকল্পিক প্রমাণ লিখবার পদ্ধতি বর্ণনা করেছি, প্রাকল্পিক সিদ্ধান্তবচনের পূর্বগকে একটি অতিরিক্ত যুক্তিবচন হিসেবে অঙ্গীকার করে, তার পাশে আর একটি তির্যক রেখা টেনে, "∴" চিহ্ন দিয়ে, তারপর সিদ্ধান্তের অনুগ লিখে, ডানদিকে লঘুবন্ধনীর মধ্যে C.P. লিখতে হবে। তারপর অবরোহণ পদ্ধতিতে সিদ্ধান্তের অনুগে পৌঁছাতে হবে।

এখন আমরা প্রাকল্পিক প্রমাণবিধিকে যে আকারে উপস্থাপিত করব, তাতে অঙ্গীকারটি ঐ ভাবে না লিখে তাকে যুক্তিবচনের পরে বসিয়ে তার ক্রমিক সংখ্যার বাঁ পাশে A বর্ণটি বসাব ( A "অঙ্গীকারের" ইংরেজী **Assumption** শব্দের প্রথম অক্ষর, অঙ্গীকারটি প্রাকল্পিক প্রমাণ বা **Conditional Proof** এর জন্য )। 4·2 অনুচ্ছেদের প্রথম ন্যায়টি আবার নেওয়া যাক।

(1) $p \vee q$
(2) $q \supset r$
(3) $r \supset (s \supset t)$
(4) $\sim s \supset u$
(5) $u \supset v$ $\quad / \therefore (\sim p \cdot \sim v) \supset t$
A (6) $\sim p \cdot \sim v$

এবার A(6) ও (1)—(5) যুক্তিবচন থেকে যে মৌলিক বৈধ ন্যায়-পরম্পরার সাহায্যে অবরোহণ করা হবে, তার সবগুলোর ক্রমিক সংখ্যার আগে যে ধাপে সিদ্ধান্তের অনুগে পৌঁছানো হবে সেই ধাপ পর্যন্ত A লিখে যেতে হবে, কারণ প্রত্যেকটি অবরোহণের মূলে রয়েছে ঐ অঙ্গীকার।

A (7) $\sim p$ — 6, Simp.
A (8) $q$ — 1, 7, D. S.
A (9) $r$ — 2, 8, M. P.
A (10) $\sim v \cdot \sim p$ — 6, Com.
A (11) $\sim v$. — 10, Simp.
A (12) $\sim u$ — 5, 11, M. T.
A (13) $\sim \sim s$ — 8, 12, M. T.
A (14) $s$ — 13, D. N.
A (15) $s \supset t$ — 3, 9, M. P.
A (16) $t$ — 15, 14, M. P.

(16) পঙ্ক্তিতে সিদ্ধান্তের অনুগে অবরোহণ সম্পূর্ণ হয়েছে। A (16) পর্যন্ত অবরোহণ A (6) অঙ্গীকারের প্রভাবাধীন। সেই জন্য (16) পঙ্ক্তি পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যার আগে A লেখা হয়েছে। যেহেতু $\sim p \cdot \sim v$ থেকে $t$ পর্যন্ত অবরোহণ মৌলিক বৈধ ন্যায়ের সাহায্যে করা হয়েছে, সুতরাং এবার আমরা বলতে পারি,

$$(\sim p \cdot \sim v) \supset t$$

অর্থাৎ, $\sim p \cdot \sim v$ সত্য হলে $t$ সত্য হবে। এটিই আমাদের প্রমাণ করার কথা ছিল। কিন্তু এই পঙ্ক্তি আর A (6) অঙ্গীকারের প্রভাবের মধ্যে নেই, শুধুমাত্র (1)—(5) যুক্তিবচনের উপর নির্ভরশীল। এই পঙ্ক্তিটি এইভাবে লিখ্‌তে হবে,

A̸ (17) $(\sim p \cdot \sim v) \supset t$ 6—16, C. P.

(17) পঙ্ক্তিতে বাঁ দিকের A কেটে দেওয়ার অর্থ, অবরোহণ অঙ্গীকার-মুক্ত হল। যদি একটি অঙ্গীকার থেকে অবরোহণ করতে করতে এমন একটি পঙ্ক্তি L এ পৌঁছানো যায় যার পরের পঙ্ক্তি $A \supset L$ ( অঙ্গীকার $\supset$ L ) আকারের, তবে অঙ্গীকার থেকে L পর্যন্ত সব পঙ্ক্তি অঙ্গীকারের প্রভাবের অন্তর্ভুক্ত, কিন্তু তার পরের $A \supset L$ অঙ্গীকারের প্রভাবমুক্ত এবং A থেকে L পর্যন্ত সব পঙ্ক্তি থেকে প্রাকল্পিক প্রমাণবিধি অনুসারে আনীত। সেইজন্য (17) পঙ্ক্তির শেষে 6—16 C. P. লেখা হয়েছে। যে ধাপে প্রাকল্পিক প্রমাণবিধি ব্যবহার করা হবে, সেই ধাপেই অঙ্গীকারের প্রভাব শেষ হবে।

একই প্রমাণে একাধিক অঙ্গীকার পরিগ্রহ ও একাধিকবার C. P. ব্যবহার করা চলে। 4·2 অনুচ্ছেদের দ্বিতীয় ন্যায়টি আবার নেওয়া যাক। দুটি অঙ্গীকারকে $A_1$ ও $A_2$ দ্বারা চিহ্নিত করা হল।

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $q \supset r$ | |
| | (3) | $(s \vee t) \supset u$ | |
| | (4) | $(r \cdot u) \supset v$ | /∴ $p \supset [(s \vee t) \supset v)$ |
| $A_1$ | (5) | $p$ | |
| $A_1$ | (6) | $q$ | 1, 5 M. P. |
| $A_1$ | (7) | $r$ | 2, 6 M. P. |
| $A_1$ $A_2$ | (8) | $s \vee t$ | |
| $A_1$ $A_2$ | (9) | $u$ | 3, 8, M. P. |
| $A_1$ $A_2$ | (10) | $r \cdot u$ | 7, 9, Conj. |

$A_1$ $A_2$ (11) $v$
$A_1$ $A_2$ (12) $(s \vee t) \supset v$ 8—11, C. P.
$A_1$ (13) $p \supset [(s \vee t) \supset v]$ 5—12, C. P.

(5) পঙ্‌ক্তিতে $A_1$ অঙ্গীকার $p$, $p$ এর প্রভাব $A_1 \supset L$ এর আগের পঙ্‌ক্তি পর্যন্ত, অর্থাৎ (5) থেকে (12) পঙ্‌ক্তি পর্যন্ত। (13) পঙ্‌ক্তি $A_1 \supset L$ আকারের, সেখানে $p \supset [(s \vee t) \supset v]$ কে $A_1$ অঙ্গীকার থেকে মুক্ত করে দেওয়া হয়েছে। কিন্তু মাঝখানে (8) পঙ্‌ক্তিতে আর একটি $A_2$ অঙ্গীকার $s \vee t$ করা হয়েছে। তার প্রভাব $A_2 \supset L$ এর আগের পঙ্‌ক্তি পর্যন্ত অর্থাৎ (8) থেকে (11) পঙ্‌ক্তি পর্যন্ত। (12) পঙ্‌ক্তি $A_2 \supset L$ আকারের, সেখানেই $(s \vee t) \supset v$ কে $A_2$ অঙ্গীকার থেকে মুক্ত করে দেওয়া হয়েছে। (8) থেকে (11) পঙ্‌ক্তি পর্যন্ত $A_1$ ও $A_2$ দুটি অঙ্গীকারেরই প্রভাবাধীন, সেজন্য তাদের বাঁ পাশে দুটি অঙ্গীকারেরই চিহ্ন বসেছে।

নবরূপের C. P. কে আর একভাবেও লেখা যায়। একটি বাঁকানো তীর চিহ্ন দিয়ে প্রতিটি অঙ্গীকারের প্রভাব দেখিয়ে দেওয়া যায়, তাতে পঙ্‌ক্তির আগে $A_1$, $A_2$ লিখতে হয় না। আগের প্রমাণ দুটি নূতনভাবে লিখে দেখানো হচ্ছে।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \vee q$ | |
| (2) | $q \supset r$ | |
| (3) | $r \supset (s \supset t)$ | |
| (4) | $\sim s \supset u$ | |
| (5) | $u \supset v$ | $/ \therefore (\sim p \,.\, \sim v) \supset t$ |
| → (6) | $\sim p \,.\, \sim v$ | |
| (7) | $\sim p$ | 6, Simp. |
| (8) | $q$ | 1, 7, D. S. |
| (9) | $r$ | 2, 8, M. P. |
| (10) | $\sim v \,.\, \sim p$ | 6, Com. |
| (11) | $\sim v$ | 10, Simp. |
| (12) | $\sim u$ | 5, 11, M. T. |
| (13) | $\sim \sim s$ | 4, 12, M. T. |
| (14) | $s$ | 13, D. N. |
| (15) | $s \supset t$ | 3, 9, M. P. |
| (16) | $t$ | 15, 14, M. P. |
| (17) | $(\sim p \,.\, \sim v) \supset t$ | 6—16, C. P. |

(1) $p \supset q$
(2) $q \supset r$
(3) $(s \vee t) \supset u$
(4) $(r \,.\, u) \supset v$ $\quad$ $/ \therefore \; p \supset [(s \vee t) \supset v]$
→ (5) $p$
(6) $q$ $\quad$ 1, 5, M. P.
(7, $r$ $\quad$ 2, 6, M. P.
→ (8) $s \vee t$
(9) $u$ $\quad$ 3, 8, M. P.
(10) $r \,.\, u$ $\quad$ 7, 9, Conj.
(11) $v$ $\quad$ 4, 10, M. P.
(12) $(s \vee t) \supset v$ $\quad$ 8—11, C. P.
(13) $p \supset [(s \vee t) \supset v]$ $\quad$ 5—12, C. P.

সিদ্ধান্তের নিষেধককে অঙ্গীকার করে নবরূপের C. P. গঠন করা যায়। 4·3 অনুচ্ছেদের প্রথম ন্যায়টি নেওয়া যাক।

(1) $(p \vee q) \supset r$
(2) $\sim r \vee s$
(3) $p$ $\quad$ $/ \therefore \; s$
→ (4) $\sim s$
(5) $s \vee \sim r$ $\quad$ 2, Com.
(6) $\sim r$ $\quad$ 5, 4, D. S.
(7) $p \vee q$ $\quad$ 3, Add.
(8) $r$ $\quad$ 1, 7, M. P.
(9) $r \,.\sim r$ $\quad$ 8, 6, Conj.
(10) $r \vee s$ $\quad$ 8, Add.
(11) $s$ $\quad$ 10, 6, D. S.
(12) $\sim s \supset s$ $\quad$ 4—11, C. P.

লক্ষণীয় যে, পরোক্ষ প্রমাণ পদ্ধতিতে (9) পঙ্‌ক্তিতেই অবরোহণ শেষ করেছিলাম, কারণ সিদ্ধান্তের নিষেধককে অঙ্গীকার করে স্ববিরোধে পেঁাছানো সিদ্ধান্তের পর্যাপ্ত প্রমাণ। তারপর স্ববিরোধ থেকে আর দুটি ধাপে Add. ও D.S-এর সাহায্যে মূল সিদ্ধান্তে অবরোহণ করলাম। এখনও আমরা অঙ্গীকারের প্রভাবমুক্ত হই নি। C.P. প্রয়োগ না করা পর্যন্ত অঙ্গীকারের প্রভাবমুক্ত হওয়া যাবে না। (12) পঙ্‌ক্তিতে C.P. প্রয়োগ করে A ⊃ L আকারের পঙ্‌ক্তিতে অবরোহণ করা গেল। পঙ্‌ক্তিটির বৈশিষ্ট্য, এটি একটি প্রাকল্পিক বচন, যার পূর্বগ সিদ্ধান্তের

নিষেধক, অনুগ সিদ্ধান্ত। এবার লক্ষ্য করুন, (12) পঙ্ক্তি থেকে কি ভাবে আবার মূল সিদ্ধান্ত $s$-এ অবরোহণ করা যায়।

| | | |
|---|---|---|
| (13) | $\sim \sim s \vee s$ | 12, Impl. |
| (14) | $s \vee s$ | 13, D. N. |
| (15) | $s$ | 14, Taut. |

সিদ্ধান্তের নিষেধককে অঙ্গীকার করে প্রাকল্পিক প্রমাণ গঠনের ধাপগুলো আবার সংক্ষেপে বলা হচ্ছে। প্রথমে একটি স্ববিরোধে এসে পেঁছানো যাবে। তারপর Add. ও D.S. ব্যবহার করলে মূল সিদ্ধান্তে পেঁছানো যাবে ( এ পর্যন্ত 4.3 অনুচ্ছেদে বর্ণিত হয়েছে )। এবার C.P. প্রয়োগ করে $p$-কে মূল সিদ্ধান্তের প্রতীক ধরে নিলে ) $\sim p \supset p$ আকারের একটি প্রাকল্পিক বচন পাওয়া যাবে। তার থেকে $p$-তে পেীছাতে হলে পরপর Impl., D.N. ও Taut. প্রয়োগ করলেই অবরোহণ সম্পূর্ণ হবে।

## 4.6 অবৈধতা প্রমাণ

অবৈধ ন্যায় দু'রকমের হতে পারে, যুক্তিবচন থেকে সিদ্ধান্ত ন্যায়তঃ নিঃসৃত হয় না, বা যুক্তিবচনগুলো মিলিতভাবে সত্য নয়। প্রথম প্রকার অবৈধতা প্রমাণের কয়েকটি পদ্ধতিই আলোচিত হয়েছে। সত্যসারণী প্রণয়ন করে বা সংক্ষিপ্ত কৌশলে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য হয়ে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে কিনা দেখা যেতে পারে। ন্যায় বচন গঠন করে তার স্বতঃসত্যতা সত্যসারণীর সাহায্যে পরীক্ষা করা যেতে পারে। 3.6 অনুচ্ছেদের সারণী (21)-এর তৃতীয় সারি প্রমাণ করে, $p \supset q$ ও $\sim p$ থেকে $\sim q$ অনুমান অবৈধ, কারণ $p \supset q$ ও $\sim p$ সত্য হয়ে $\sim q$ মিথ্যা হয়েছে। 3.9 অনুচ্ছেদে সংক্ষিপ্ত কৌশলে এই অনুমানের অবৈধতা দেখানো হয়েছে। আর একটা দৃষ্টান্ত নেওয়া যাক।

> যদি ব্যবসায়ীটি অল্পদিনে প্রচুর লাভ করে থাকে, তবে সে কালোবাজারী করে ; যদি ব্যবসায়ীটি মাল লুকিয়ে রাখে, তবে সে কালোবাজারী করে ; সুতরাং যদি ব্যবসায়ীটি অল্পদিনে প্রচুর লাভ করে থাকে, তবে সে মাল লুকিয়ে রাখে।

সংক্ষিপ্ত কৌশলে এর অবৈধতা দেখানো হচ্ছে। অভিধান,

$p$ # ব্যবসায়ীটি অল্পদিনে প্রচুর লাভ করেছে,
$q$ # ব্যবসায়ীটি কালোবাজারী করে,
$r$ # ব্যবসায়ীটি মাল লুকিয়ে রাখে।

ন্যায়াকার,

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ r \supset q \\ \hline \therefore\ p \supset r \end{array}$$

$p$ সত্য $r$ মিথ্যা হলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হবে, $q$ সত্য হলে উভয় যুক্তিবচনই সত্য হবে। উপাদান বচনের এমন মানশর্ত নিবেশন সম্ভব যে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য হয়ে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে। সুতরাং ন্যায়টি অবৈধ, সিদ্ধান্ত যুক্তিবচন থেকে ন্যায়তঃ নিঃসৃত হয় নি। ন্যায় জটিল হলে সংক্ষিপ্ত কৌশল প্রয়োগই বিধেয়।

কিন্তু যদি যুক্তিবচনগুলো মিলিতভাবে সত্য না হয়, যদি এদের মধ্যে কোন স্ববিরোধ থাকে যা চোখে দেখেই ধরা যায় না ?

> যদি চুক্তিটি বৈধ হয়, তবে গদাই দায়ী হবে; যদি গদাই দায়ী হয়, তবে সে দেউলিয়া হয়ে যাবে; যদি ব্যাংক গদাইকে টাকা ধার দেয়, তবে সে দেউলিয়া হবে না; চুক্তিটি বৈধ এবং ব্যাংক গদাইকে টাকা ধার দেবে; সুতরাং গদাই দেউলিয়া হবে না।

অভিধান,

$p$ # চুক্তিটি বৈধ,
$q$ # গদাই দায়ী,
$r$ # গদাই দেউলিয়া হবে,
$s$ # ব্যাংক গদাইকে টাকা ধার দেবে।

বচনবর্ণ ব্যবহার করে,

(1) $p \supset q$
(2) $q \supset r$
(3) $s \supset \sim r$
(4) $p \cdot s$

যুক্তিবচনগুলো মিলিতভাবে সত্য কি না পরীক্ষা করতে হলে সবগুলো দিয়ে একটি সংযৌগিক সূত্র গঠন করে সত্যসারণী প্রণয়ন করলে যদি দেখা যায় কোন মানশর্তেই একসঙ্গে সবগুলো সংযোগী সত্য হয় না, অর্থাৎ সত্যসারণীতে সব সারিতে F হয়, তবে যুক্তিবচনগুলো স্ববিরোধী। কিন্তু যদি একটি সারিতেও T হয়, তবে বোঝা যাবে, ঐ সারির বিশেষ মানশর্তে যুক্তিবচনগুলো মিলিতভাবে সত্য হতে পারে।

এখানে সংক্ষিপ্ত কৌশলে প্রদত্ত ন্যায়ের যুক্তিবচনগুলো মিলিতভাবে সত্য হতে পারে কিনা পরীক্ষা করা হবে। এখানে আমরা সিদ্ধান্তকে মিথ্যা ধরে অগ্রসর হচ্ছি না, কারণ আমাদের বিচার্য যুক্তিবচনগুলো মিলিতভাবে সত্য হতে পারে কি না। যদি যুক্তিবচনসমষ্টির মধ্যে কোন সংযৌগিক বচন থাকে, তবে সেটিই প্রথমে ধরুন, কারণ তার সত্যতার শর্ত সব কটি সংযোগীর সত্যতা। (4) যুক্তিবচন সত্য হতে হলে $p$ ও $s$ দুই-ই সত্য হতে হবে। (1) যুক্তিবচনে $p$ সত্য হওয়ায় $q$ সত্য হতে হবে, নতুবা $p \supset q$ মিথ্যা হয়ে যাবে। (2) যুক্তিবচনে $q$ সত্য হওয়ায় $r$ সত্য হতে হবে, নতুবা $q \supset r$ মিথ্যা হয়ে যাবে। (3) যুক্তি-বচনে $s$ সত্য হওয়ায় $\sim r$ সত্য অর্থাৎ $r$ মিথ্যা হতে হবে, নতুবা $s \supset \sim r$ মিথ্যা হয়ে যাবে। সব কটি যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য হতে হলে $r$ (2) যুক্তিবচনে সত্য কিন্তু (3) যুক্তিবচনে মিথ্যা হতে হবে, যা সম্ভব নয়। সুতরাং যুক্তিবচনগুলো স্ববিরোধী।

যুক্তিবচন স্ববিরোধী হলে অবরোহণ পদ্ধতি দ্বারাও দেখানো যায়।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $q \supset r$ | |
| (3) | $s \supset \sim r$ | |
| (4) | $p.s$ | |
| (5) | $p \supset r$ | 1, 5, H.S. |
| (6) | $p$ | 4, Simp. |
| (7) | $r$ | 5, 6, M.P. |
| (8) | $s.p$ | 4, Com. |
| (9) | $s$ | 8, Simp. |
| (10) | $\sim r$ | 3, 9, M.P. |
| (11) | $r. \sim r$ | 7. 10, Conj. |

বলা বাহুল্য, যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য না হলে ন্যায় অবৈধ, কারণ বৈধ ন্যায়ের লক্ষণ এই যে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য হলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে না। যেখানে যুক্তিবচন মিলিতভাবে সত্য হতেই পারে না, সেখানে এই শর্ত পূরণ হচ্ছে না। আবার আমরা কূটাভাসে এসে নামছি। যদি যুক্তিবচনসমষ্টি স্ববিরোধী হয়, তবে তাদের উপাদান বচনের সর্বপ্রকার মানশর্তে যুক্তিবচনসমষ্টির মান F হবে। এইরূপ যুক্তিবচনের সাহায্যে গঠিত একটি ন্যায়কে ন্যায়বচনে রূপান্তরিত করলে তার সত্যসারণীতে যুক্তিবচনের স্তম্ভে কেবল F থাকবে, এবং ন্যায়বচন স্বতঃসত্য হবে। যদি যুক্তিবচন সমষ্টিকে $p_1, p_2, p_3, \ldots . p_n$ ধরা হয়, এবং সিদ্ধান্তকে C ( ইংরেজী Conclusion শব্দের প্রথম অক্ষর, বড় হাতের ) ধরা হয়, তবে ন্যায়বচন হবে,

$$(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \ldots p_n) \supset C$$

পূর্বগের মান সর্বদাই F, সুতরাং C-এর যে কোন মানশর্তে ন্যায়বচন স্বতঃসত্য হবে ( "⊃" সংযোজকের নীচে T বসবে )। ন্যায়টিকে বৈধ বলব কি ?

এর উত্তর, বৈধ বলব না, কারণ স্ববিরোধী যুক্তিবচন থেকে অবরোহণ আরম্ভ করা ন্যায়শাস্ত্রের নীতিবিরুদ্ধ। স্ববিরোধ থেকে কেবল তখনই মূল সিদ্ধান্তে পৌঁছানো বিধিসম্মত হবে যখন প্রদত্ত ন্যায়কে অবৈধ কল্পনা করার ফলে স্ববিরোধ আসে।

# পঞ্চম অধ্যায়

## মাণক ও মাণক-নিয়ামক অনুমান বিধি

### 5.1 মাধ্যমানুমান ও বিধেয় ন্যায়

একটি খাঁটি এরিষ্টট্‌লীয় ন্যায় নিন,

( সব রাজা মানুষ,
সব মানুষ নশ্বর,
___
∴ সব রাজা নশ্বর।

একে মাধ্যমানুমান ও বলা হয়। বাচনিক ন্যায়ে প্রতীকীকরণ ও প্রমাণ গঠনের যে পদ্ধতি আমরা শিখেছি, এই ন্যায়টির বেলায় তা প্রযোজ্য নয়। ন্যায়টিতে ব্যবহৃত তিনটি বচনই সরল। বচনগ্রাহকপ্রতীক ব্যবহার করলে এর আকার হবে,

$$\begin{array}{l} p \\ \underline{q} \\ \therefore\ r \end{array}$$

বলা বাহুল্য, ন্যায়াকার বৈধ নয়, কারণ $p$ ও $q$ সত্য হয়েও $r$ মিথ্যা হতে পারে। অথচ উপরের ন্যায়টি একপ্রকার বৈধ ন্যায়ের একটি উৎকৃষ্ট উদাহরণ। সুতরাং এই ন্যায়াকার এই ন্যায়ের প্রকৃত আকার নয়।

প্রাচীন ন্যায়ে ন্যায়টির প্রতীকীরূপ,

সব S ( হয় ) M,
সব M ( হয় ) P,
___
∴ সব S ( হয় ) P। )

এবার হয়ত আপনার মনে হতে পারে, প্রকৃত ন্যায়াকারটি আপনি পেয়ে গেছেন,

$$\begin{array}{l} S \supset M \\ \underline{M \supset P} \\ \therefore\ S \supset P \end{array}$$

এটি প্রাকল্পিক ন্যায়ের একটি দৃষ্টান্ত ন্যায়। প্রাকল্পিক ন্যায় (H.S.) বৈধ, সুতরাং উপরের ন্যায়টিও বৈধ। কিন্তু এও চলবে না। বাচনিক ন্যায়বিধি অনুযারী S, M, P, বচন হওয়া দরকার, কিন্তু এই ন্যায়াকারে S, M, P, বচন নয়, পদ। বচন সত্য বা মিথ্যা হতে পারে, কিন্তু পদ সত্য বা মিথ্যা নয়। সুতরাং এই ন্যায়াকারের অন্তর্গত $S \supset M$, $M \supset P$, $S \supset P$, প্রতীকপরম্পরাগুলোর একটাও বচনাকার নয়। সুতরাং এটিও উপরের ন্যায়ের আসল আকার নয়।

বাচনিক ন্যায়ে আমরা বচনের আভ্যন্তরীণ গঠনের বিশ্লেষণ করিনি। সেখানে (বচনকে ন্যায়ের পারমাণবিক উপাদান ধরে নেওয়া হয়েছে। সরল বচনগুলো যেন পরমাণু, যৌগিক বচনগুলো অণু। $p.q$, $p \vee q$, $p \supset (q \vee r)$, ইত্যাদি অণু, সংযোজকগুলো $p$, $q$, $r$, পরমাণুগুলোকে যুক্ত করে অণু গঠন করেছে। কিন্তু পরমাণুরও আভ্যন্তরীণ গঠন আছে, উপাদান আছে। উপরের ন্যায়ে "সব রাজা মানুষ", "সব মানুষ নশ্বর", ও "সব রাজা নশ্বর", এই তিনটি পরমাণু, প্রতীকীরূপে $p$, $q$, $r$। কিন্তু যে কোন $p$ ও $q$ থেকে $r$ সিদ্ধান্তরূপে আনয়ন করা যায় না, $p$ ও $q$-এর আভ্যন্তরীন গঠন বিশেষরকম না হলে $p$ ও $q$ থেকে $r$ ন্যায়তঃ নিঃসৃত হবে না। যুক্তিবচন দুটি লক্ষ্য করলেই বোঝা যাবে, এদের আভ্যন্তরীণ গঠন এইরূপ যে সিদ্ধান্ত বৈধভাবেই যুক্তিবচন থেকে নিঃসৃত হয়। প্রাচীন ন্যায়ের ভাষায়, "রাজা" ও "নশ্বর" পদ দুটির সঙ্গে মধ্যপদ "মানুষের" এমন একটা সম্বন্ধ আছে যার ফলে সিদ্ধান্তে এই দুটি পদের মধ্যে সম্বন্ধ স্থাপন বৈধ হয়। কিন্তু "রাজা", মানুষ", "নশ্বর", বচনান্তর্গত পদ, অর্থাৎ পরমাণুর আভ্যন্তরীণ উপাদান। সুতরাং এবার আমাদের পরমাণুর বিভাজনে, অর্থাৎ বচনের আভ্যন্তরীণ গঠনের বিশ্লেষণে প্রবৃত্ত হতে হবে।

পরিষ্কার বোঝা যাচ্ছে, কোন কোন ন্যায়ের বৈধতা শুধু ন্যায়ান্তর্গত পারমাণবিক বচনগুলোর মধ্যে সম্বন্ধের উপর নির্ভর করে। এই ধরণের ন্যায় বাচনিক ন্যায়ের আলোচ্য। কিন্তু কোন কোন ন্যায়ের বৈধতা বচনের আভ্যন্তরীন গঠন অর্থাৎ বচনান্তর্গত পদগুলোর মধ্যে সম্বন্ধের উপর নির্ভর করে। বাচনিক ন্যায়ের প্রতীকীকরণ ও প্রমাণপদ্ধতি এই সব ন্যায়ের জন্য যথেষ্ট নয়। এর জন্য দরকার ন্যায়শাস্ত্রের এক নব প্রকরণ, যাকে বিধেয় ন্যায় বলা হয়।)

## 5.2 বিশিষ্ট বচনের প্রতীকীকরণ

1.1 অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি, প্রাচীন ন্যায়ে যাকে মাধ্যমানুমান বলা হয় তার অন্তর্গত বচনকে বাচনিক ন্যায়ের রীতি অনুযায়ী *p*, *q*, *r*, বর্ণদ্বারা সূচিত করলে আভ্যন্তরীণ গঠন পরিস্ফুট হয় না, এবং ন্যায়ের প্রমাণকৌশলও দেখানো যায় না। বচনের দুইটি অংশ, উদ্দেশ্য ও বিধেয়। এমন একটা প্রতীকীকরণ পদ্ধতি আমাদের গ্রহণ করতে হবে যাতে উদ্দেশ্য ও বিধেয় পৃথক করে দেখানো যায়। 1.1 অনুচ্ছেদের ন্যায়ে সবগুলো বচনই সার্বিক বচন। প্রথমে আমরা বিশিষ্ট বচনের প্রতীকীকরণ পদ্ধতি দেখাব। মাধ্যমানুমানের সব চেয়ে বেশী প্রচলিত দৃষ্টান্তটি নিন,

সব মানুষ ( হয় ) নশ্বর,
সক্রেটিস ( হয় ) মানুষ,

---

∴ সক্রেটিস ( হয় ) নশ্বর।

এই ন্যায়ে দ্বিতীয় যুক্তিবচন ও সিদ্ধান্ত বিশিষ্ট বচন। বিশিষ্ট বচনের প্রতীকীকরণ পদ্ধতির উপর ভিত্তি করে সার্বিক ও বিশেষ বচনের প্রতীকীকরণ করার পদ্ধতি রচিত হবে।

"সক্রেটিস ( হয় ) মানুষ" বচনে উদ্দেশ্যপদ "সক্রেটিস" ব্যক্তিবাচক, বিধেয়পদ "মানুষ" গুণবাচক। বিশিষ্ট বচনে উদ্দেশ্যপদ ব্যক্তিবাচক, বিধেয়পদ গুণ, ধর্ম, লক্ষণ, অবস্থা, ইত্যাদি বাচক। আমরা সংক্ষেপে বলব, বিধেয়পদ গুণবাচক। ব্যক্তি বললে যে কোন বিশেষ মানুষ, প্রাণী, বস্তু, বোঝায়।[1]

(1) সক্রেটিস ( হয় ) মানুষ,
(2) চৈতক ( হয় ) ঘোড়া,
(3) কলিকাতা ( হয় ) বৃহৎ নগরী,
(4) কলিকাতা ( হয় ) নোংরা।

বচনগুলোতে "সক্রেটিস", "চৈতক", "কলিকাতা", ব্যক্তিবাচক পদ, "মানুষ", "ঘোড়া", "বৃহৎ নগরী", "নোংরা", গুণবাচক পদ। গুণ বোঝাতে সাধারণতঃ বিশেষণ পদই ব্যবহার করা হয়। যেমন উপরের

---

1 প্রজ্ঞা, চতুর্থ সংখ্যায় প্রকাশিত গ্রন্থকারের "ব্যক্তিনাম" শীর্ষক প্রবন্ধ দেখুন।

চতুর্থ বচনটিতে করা হয়েছে, কিন্তু কখনও কখনও বিশেষ্য পদও ব্যবহার করা হয়, যেমন উপরের প্রথম তিনটি বচনে করা হয়েছে। প্রথম বচনে "মানুষ" পদের অর্থ মনুষ্যোচিত গুণ, দ্বিতীয় বচনে "ঘোড়া" পদের অর্থ ঘোটকোচিত গুণ, তৃতীয় বচনে "বৃহৎ নগরী" পদের অর্থ বৃহৎ নগরীর উপযুক্ত গুণ।) প্রথম তিনটি বচনকে সামান্য রূপান্তরিত করলে বিধেয় বিশেষণ পদ হতে পারে।

(1) সক্রেটিস ( হয় ) মনুষ্যোচিত গুণ সম্পন্ন,
(2) চৈতক ( হয় ) ঘোটকোচিত গুণ সম্পন্ন,
(3) কলিকাতা ( হয় ) বৃহৎ নগরীর উপযুক্ত গুণ সম্পন্ন।

ক্রিয়াপদ দ্বারাও বিধেয় পদ গঠন করা যায়,

(5) রাজধানী এক্সপ্রেস চলছে,

এর অর্থ,

(5) (ক) রাজধানী এক্সপ্রেস ( হয় ) চলমান ( বা ধাবমান )।

এই প্রকার বিশিষ্ট বচনের বক্তব্য, উদ্দেশ্য পদবাচ্য ব্যক্তির মধ্যে বিধেয় পদবাচ্য গুণ আছে ( বা নেই )।

এবার আমরা বিশিষ্ট বচন প্রতীকীকরণের জন্য কয়েকটি রীতি গ্রহণ করব। (ব্যক্তিবাচক পদের স্থলে ব্যক্তির নামের ইংরেজী বানানের প্রথম বর্ণ ( ছোট হাতের ), গুণবাচক পদের স্থলে বাংলা গুণবাচক পদের ইংরেজী বানানের প্রথম বর্ণ ( বড় হাতের ) ব্যবহার করব। প্রতীকীকৃত রূপে গুণসূচক বর্ণ আগে ও ব্যক্তিসূচক বর্ণ পরে বসবে। উপরের বচনগুলোর প্রতীকী রূপ হবে,

(1) $Ms$ ( মানুষ—**Manush**)
(2) $Gc$ ( ঘোড়া—**Ghoda**)
(3) $Bk$ ( বা $Bc$ ; বৃহৎ—**Brihat**)
(4) $Nk$ ( নোংরা—**Nongra**)
(5) $Cr$ ( চলছে, চলমান—**Chalchhe**)

কখনও কখনও একই বর্ণ উদ্দেশ্য ও বিধেয় পদের স্থলে ব্যবহৃত হতে পারে। বড়ো হাতের ও ছোট হাতের বর্ণের পার্থক্য থেকে বোঝা যাবে, কোনটি ব্যক্তিসূচক, কোনটি গুণসূচক।

সক্রেটিস ( হয় ) সুন্দর,

এই বচনের প্রতীকীরূপ হবে,

$$Ss$$[1]

ইংরেজী বর্ণমালার *a* থেকে *w* পর্যন্ত যে কোন বর্ণ ব্যক্তিবাচক পদের স্থলে, এবং A থেকে W পর্যন্ত যে কোন বর্ণ গুণবাচক পদের স্থলে ব্যবহৃত হতে পারে।[2] এই প্রকারে ব্যবহৃত বর্ণগুলো নির্দিষ্ট ব্যক্তি বা গুণের নামের স্থলে ব্যবহৃত হয় বলে এরা গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ নয়, যে কোন মান গ্রহণ করে না। *a* থেকে *w* পর্যন্ত বর্ণ ব্যক্তিনামসূচক ধ্রুবক বর্ণ বা সংক্ষেপে ব্যক্তি-ধ্রুবক, A থেকে W পর্যন্ত বর্ণ গুণনাম-সূচক ধ্রুবক বর্ণ বা সংক্ষেপে গুণ-ধ্রুবক হিসেবে ব্যবহৃত হয়।)

কোন কোন বিশিষ্ট বচনের উদ্দেশ্যপদ ব্যক্তিনাম নয়, যেমন,

ইনি ভারতের শ্রেষ্ঠ বীণাবাদক,

বচনের উদ্দেশ্যপদ একটি নির্দেশক সর্বনাম। ব্যক্তিনামের উল্লেখ না করে নির্দেশক সর্বনামের সাহায্যে বিশেষ ব্যক্তিকে নির্দেশ করা যায়। এই প্রকার বচনকে প্রতীকীরূপ দেওয়ার জন্য উদ্দেশ্যপদটিকে একটি ব্যক্তিবাচক পদ হিসেবে ধরে নেওয়াই সমীচীন।

(বলা বাহুল্য, M*s*, G*c*, B*k*, N*k*, C*r*, S*s*, এই ধরণের প্রতীক-পরম্পরার প্রত্যেকটি বচন, এবং সত্য বা মিথ্যা। এগুলো বাচনিক ন্যায়ে আলোচিত বচনগ্রাহকপ্রতীক *p*, *q*, *r*, ইত্যাদি বর্ণের স্থলে ব্যবহার করা যায়। বচনের আভ্যন্তরীণ গঠন দেখাবার উদ্দেশ্যে এদের প্রতীকপাতন কৌশল ভিন্ন মাত্র।)

---

1 যতদূর জানা যায়, বচনটি মিথ্যা।

2 যে বচনে কোন পদ একাধিক শব্দ দ্বারা গঠিত, যেমন

কলিকাতা (হয়) পশ্চিমবঙ্গের রাজধানী,

সেখানে পদের অন্তর্গত প্রধান শব্দটির ইংরেজী বানানের প্রথম বর্ণ ব্যবহার করাই সমীচীন,

$$Rk$$

যদি একই প্রসঙ্গে R বর্ণ অন্য গুণের স্থলে ব্যবহৃত হয়ে থাকে, তবে P*k* লিখলেও ক্ষতি নেই, শুধু মনে রাখতে হবে, P "পশ্চিম বঙ্গের রাজধানীর" স্থলে ব্যবহৃত হয়েছে। প্রয়োজন স্থলে অভিধান দিয়ে দিতে হবে।

এবার নীচের বচনগুলো দেখুন,

(1) সক্রেটিস দেবতা নয়,
(2) সক্রেটিস ( হয় ) মানুষ ও নশ্বর,
(3) হয় সক্রেটিস নশ্বর, বা তিনি মানুষ নয়,
(4) যদি সক্রেটিস মানুষ হয়, তবে তিনি নশ্বর,

এগুলোর প্রতীকীরূপ হবে,

(1) $\sim Ds$
(2) $Ms . Ns$
(3) $Ns \vee \sim Ms$
(4) $Ms \supset Ns$

এগুলো যৌগিক বচন, শুধু প্রতীকপাতন ভিন্ন রকমের।

## 5·3 ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ও বচনাপেক্ষক

নীচের বচনগুলো দেখুন,

অমল ( হয় ) মানুষ,
বিমলা ( হয় ) মানুষ,
চন্দননগর ( হয় ) মানুষ,
দিল্লী ( হয় ) মানুষ।

লক্ষ্য করলেই বোঝা যাবে, বচনগুলোর কাঠামো এক, উদ্দেশ্যপদ ব্যক্তিবাচক, বিধেয়পদ নির্দিষ্ট একটি গুণবাচক। "মানুষ" গুণবাচক পদের সাহায্যে এরূপ অসংখ্য সত্য বা মিথ্যা বচন তৈরী করা যাবে। বলা যেতে পারে,

— ( হয় ) মানুষ,

এই সমস্ত সম্ভাব্য বচনের কাঠামো।[1] শূন্যস্থানে যে কোন ব্যক্তিনাম ব্যবহার করলে একটি সত্য বা মিথ্যা বচন তৈরী হবে। বচনগুলোর প্রতীকীরূপ $Ma$, $Mb$, $Mc$, $Md$ ; এদের কাঠামো M—, শূন্যস্থানে যে কোন ব্যক্তিধ্রুবক ব্যবহার করলে একটি বচন তৈরী হবে। ব্যক্তিধ্রুবক ব্যবহার না করে যদি একটি ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার

1 শব্দটি Gilbert Ryle এর। তিনি এগুলোকে Sentence frame বলেছেন।

করা যায়, তবে অন্যভাবে কাঠামোটিই দেখান হয়, কারণ গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ $x$ আসলে ব্যক্তিনামের জন্য সংরক্ষিত স্থানসূচক। যদি লিখি,

$$Mx$$

তবে বুঝতে হবে, $x$ এর স্থলে যে কোন ব্যক্তিধ্রুবক ব্যবহার্য। $Mx$ এর অর্থ,

$x$ ( হয় ) মানুষ।

$x$ একটি ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ, অর্থাৎ $x$ এর স্থলে যে কোন ব্যক্তিনাম বা ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপনীয়।

লক্ষণীয় যে, "$Mx$" বা "$x$ ( হয় ) মানুষ" বচন নয়, কারণ $x$ কি তা আমরা বলিনি। সুতরাং এগুলোকে সত্যমিথ্যা বলা চলে না। যদি $x$ এর স্থলে ব্যক্তিনাম "অমল" বসাই, তবে "$x$ ( হয় ) মানুষ" হবে "অমল ( হয় ) মানুষ", একটি সত্য বচন। যদি ব্যক্তিনাম "দিল্লী" বসাই, তবে বচন হবে "দিল্লী ( হয় ) মানুষ", এবং মিথ্যা হবে। ব্যক্তিধ্রুবক ব্যবহার করলে $Mx$ হবে $Ma$ ও $Md$, এগুলোও বচন, $Ma$ সত্য, $Md$ মিথ্যা।

"$Mx$" বা "$x$ ( হয় ) মানুষ" কে বচনাপেক্ষক বলা হয়। এই প্রসঙ্গে গণিতের "অপেক্ষক" শব্দটি তুলনীয়। গণিতে $x^2$ একটি অপেক্ষক, সংখ্যা নয়, এর কোন নিজস্ব সংখ্যামান নেই। এর সংখ্যামান $x$ এর মানের উপর নির্ভরশীল, কারণ গণিতে $x$ একটি সংখ্যাগ্রাহকপ্রতীক বর্ণ। $x$ এর স্থলে কোন সংখ্যা সংস্থাপন করলে $x^2$ এরও সংখ্যামান হবে। অনুরূপভাবে, "$Mx$" বা "$x$ ( হয় ) মানুষ" বচন-অপেক্ষক, বচন নয়, $x$ এর স্থলে ব্যক্তিধ্রুবক বা ব্যক্তিনাম সংস্থাপন করলে বচন তৈরী হবে, এবং তার সত্যমান বা মিথ্যামান হবে।

5·2 অনুচ্ছেদের শেষের চারটি বচনে ব্যক্তিনাম "সক্রেটিস" ও ব্যক্তিধ্রুবক "$s$" ব্যবহৃত হয়েছে। এগুলোতে ব্যক্তিনাম ও ব্যক্তি-ধ্রুবকের বদলে ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক ব্যবহার করলে বচনাপেক্ষকগুলো দাঁড়াবে,

(1) $x$ দেবতা নয়,
(2) $x$ ( হয় ) মানুষ ও নশ্বর,
(3) $x$ ( হয় ) নশ্বর বা $x$ মানুষ নয়,
(4) যদি $x$ মানুষ হয় তবে $x$ নশ্বর,

গুণন্যাসসূচক ধ্রুবকবর্ণ ব্যবহার করে,

(1) $\sim Dx$
(2) $Mx \,.\, Nx$
(3) $Nx \vee \sim Mx$
(4) $Mx \supset Nx$

এগুলোও বচনাপেক্ষক, বচন নয়।

এবার আমরা বচনাপেক্ষকের একটা প্রাথমিক সংজ্ঞা দিতে পারি। যে বচন-কাঠামো বা প্রতীকপরম্পরায় ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার করা হয়, এবং ঐ বর্ণের স্থলে ব্যক্তিনাম বা ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন করলে বচন উৎপন্ন হয়, তাকে বচনাপেক্ষক বলে[1]। উৎপন্ন বচন বচনাপেক্ষকের দৃষ্টান্ত বচন। বচনাপেক্ষক থেকে দৃষ্টান্ত বচন উৎপন্ন করাকে নিদর্শন বলে। এই অনুচ্ছেদের প্রথম চারটি বচন "$x$ (হয়) মানুষ" বচনাপেক্ষকের দৃষ্টান্ত বচন। $Ma, Mb, Mc, Md, \ldots$ $Mx$ এর দৃষ্টান্ত বচন। "$x$ (হয়) মানুষ" বচনাপেক্ষকে $x$ ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণের স্থলে ব্যক্তিনাম সংস্থাপন করে "অমল (হয়) মানুষ" বচন উৎপাদন করা, বা $Mx$ বচনাপেক্ষকে $x$ এর স্থলে ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন করে $Ma$ বচন উৎপাদন করা নিদর্শন। এইভাবে উৎপন্ন সমস্ত বচন বিশিষ্ট বচন।

লক্ষণীয় যে, প্রতীকপরম্পরা গঠিত বচনাপেক্ষক বা বচন বাচনিক ন্যায়ের সত্যাপেক্ষকের মত। $Mx, Nx, Dx, Ma, Na, Da$, ইত্যাদি $p, q, r$, ইত্যাদির সমতুল্য। এইগুলোকে যে কোন সংযোজকের দ্বারা যুক্ত করলে বচনাপেক্ষক বা বচনই উৎপন্ন হবে। $\sim Mx$, $Nx$ বচনাপেক্ষক। বৈকল্পিক সংযোজক দ্বারা যুক্ত করলে হবে $\sim Mx \vee Nx$। বাস্তব প্রকল্পন বিধি অনুসারে $(\sim Mx \vee Nx) \equiv (Mx \supset Nx)$, যদি $x$ মানুষ হয়, তবে $x$ নশ্বর। যে কোন সত্যাপেক্ষকে $p, q$ ইত্যাদির স্থলে $Mx, Nx, Dx$, ইত্যাদি সংস্থাপন করা চলে। $p \vee q$ সত্যাপেক্ষকে $p$ এর স্থলে $\sim Mx$, $q$ এর স্থলে $Nx$ সংস্থাপন করলে $\sim Mx \vee Nx$ বচনাপেক্ষক উৎপন্ন হবে। উৎপন্ন বচনাপেক্ষক $Mx \supset Nx$ বচনাপেক্ষকের সমমান হবে। এইভাবে উৎপন্ন বচনাপেক্ষকের উপর বাচনিক ন্যায়ের সমস্ত অনুমানবিধি প্রযোজ্য হবে। অনুরূপভাবে, $\sim Ma$, $Na$,

---

1 সংজ্ঞাটির সামান্য সংশোধনের জন্য 5.4 ও 5.6 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য।

$\sim Ma \vee Na$, $Ma \supset Na$, $\sim (Ma \cdot \sim Na)$, ইত্যাদি বচন। তৃতীয় বচন প্রথম দুটির বৈকল্পিক সত্যাপেক্ষক, এবং চতুর্থ ও পঞ্চম বচনের ন্যায়তঃ সমমান।

আরও লক্ষণীয় $Mx \cdot Na$ একটি বচনাপেক্ষক, কারণ এই প্রতীক-পরম্পরায় ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহৃত হয়েছে। এটিকে পড়া যেতে পারে,

$x$ (হয়) মানুষ এবং অমল (হয়) নশ্বর।

কিন্তু $Ma \cdot Na$ বচন, এতে ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ নেই। এটিকে পড়া যেতে পারে,

অমল (হয়) মানুষ এবং অমল (হয়) নশ্বর।)

## 5·4 মাপক

পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি, বচনাপেক্ষক থেকে বচন উৎপন্ন করার একটি উপায় ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীকের স্থলে ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন। $Sx$ একটি বচনাপেক্ষক, $x$ এর স্থলে $s$ সংস্থাপন করলে $Ss$ বচন উৎপন্ন হবে। $Sa$, $Sb$, ইত্যাদি বিশিষ্ট বচন, অমল সুন্দর, বিমলা সুন্দর, ইত্যাদি। ধরুন আমরা বলতে চাই, যে কোন ব্যক্তি[1] (হয়) সুন্দর, বা সব কিছু (হয়) সুন্দর। এটিও বচন, কিন্তু সার্বিক বচন, বিশিষ্ট বচন নয়, কারণ এর উদ্দেশ্যপদ ব্যক্তিনাম নয়। $Sx$ বচনাপেক্ষকে $x$ এর স্থলে ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন করলে বিশিষ্ট বচন পাওয়া যায়, কিন্তু সার্বিক বচন পাওয়ার উপায় কি? উপরের সার্বিক বচনটিকে এভাবেও প্রকাশ করা যায়,

যে কোন ব্যক্তির (কিছুর) ক্ষেত্রে এ সত্য যে, ঐ ব্যক্তি (হয়) সুন্দর।

অর্থাৎ যে কোন ব্যক্তির উল্লেখ করা হোক না কেন, এ সত্য যে ঐ ব্যক্তি সুন্দর। কোন বিশেষ ব্যক্তির নাম না করে, বা ব্যক্তিধ্রুবক ব্যবহার না করে, এখানে আমরা একটি ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার করতে পারি। নির্দেশক বিশেষণ "ঐ" এর ব্যবহার বলে দিচ্ছে, "ঐ" এর পরের "ব্যক্তি" শব্দের স্থলে যে গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার করা হবে, পূর্বগামী "ব্যক্তি" শব্দের স্থলে সেটিই ব্যবহার করতে হবে। তাহলে বচনটি দাঁড়াচ্ছে,

---

1 পূর্বোক্ত অর্থে, মানুষ অর্থে নয়।

যে কোন $x$ এর ক্ষেত্রে এ সত্য যে $x$ ( হয় ) সুন্দর।

"এ সত্য যে" বাক্যাংশটি অনায়াসে বাদ দেওয়া যায়, কারণ কোন উক্তি করা আর উক্তিটিকে সত্য বলে ঘোষণা করা একই কথা। সুতরাং, আরও সংক্ষেপে বচনটি দাঁড়ায়,

যে কোন $x$ এর ক্ষেত্রে, $x$ ( হয় ) সুন্দর।

"$x$ ( হয় ) সুন্দর" এর প্রতীকীরূপ $Sx$, সুতরাং পূর্বোক্ত বচনকে এভাবে লেখা যায়,

যে কোন $x$ এর ক্ষেত্রে, $Sx$।

"যে কোন $x$ এর ক্ষেত্রে" কে বলা হয় সার্বিক মাণক, এর জন্য "$(x)$" প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। এবার "যে কোন ব্যক্তি ( কিছু ) ( হয় ) সুন্দর" বচনের সম্পূর্ণ প্রতীকীরূপ দাঁড়াল,

$$(x)\ Sx \qquad (1)$$

$Sx$ বচনাপেক্ষককে সার্বিক মাণক সহযোগে বচনে পরিণত করাকে সার্বিক মাণকবদ্ধ করা বলে।[1]

Existential

আর এক প্রকার মাণক আছে, তাকে বলে সত্তামাণক। প্রাচীন ন্যায়ে যাকে বিশেষ বচন বলা যায় এমন একটি বচন নিন,

কোন কোন ব্যক্তি ( হয় ) সুন্দর।

ন্যায়ে "কোন কোন" বললে "অন্তত একটি" বোঝায়, কিন্তু বিশেষ কোন একটিকে বোঝায় না। বচনটির বক্তব্য, সমস্ত ব্যক্তির মধ্যে অন্তত একটি সুন্দর, কিন্তু কোনটি তা নির্দিষ্ট করে বলা হচ্ছে না। এই প্রকার বচনের উদ্দেশ্যপদের বাচ্যার্থ কোন নির্দিষ্ট ব্যক্তি নয়, সমস্ত ব্যক্তিবর্গের মধ্যে অনির্দিষ্ট একটি বা কয়েকটি অর্থাৎ উদ্দেশ্যপদ পরোক্ষভাবে সমস্ত ব্যক্তিবর্গকেই অনির্দিষ্টভাবে নির্দেশ করছে, সব ব্যক্তির মধ্যে অন্তত একটি। সেজন্য নব্যন্যায়ে এই প্রকার বচনকেও সামান্য[2] বচন বলা হয়। কিন্তু বচনটির প্রতীকীকরণের রীতি ভিন্ন। এটি এইভাবে প্রকাশ করা যায়,

অন্তত এমন একটি ব্যক্তি ( কিছু ) আছে, যা ( হয় ) সুন্দর।

---

1 প্রাচীন ন্যায়ে যাকে বচনের পরিমাণ বলা হয়, মাণক তাই নির্দেশ করে।

2 General, Universal ( সার্বিক ) ও Particular ( বিশেষ ) বচন দুইই নব্যন্যায় মতে general ( সামান্য ) বচন।

গ্রাহকপ্রতীক ব্যবহার করলে দাঁড়াবে,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ ( হয় ) সুন্দর ।

"$x$ ( হয় ) সুন্দরের" প্রতীকীরূপ $Sx$; সুতরাং পূর্বোক্ত বচনকে এভাবে লেখা যায়,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে $Sx$ ।

"অন্তত এমন একটি $x$ আছে" কে বলা হয় সত্তামাণক, কারণ, এর দ্বারা একটি কিছুর সত্তা বা অস্তিত্ব ঘোষণা করা হচ্ছে। এর জন্য "$(\exists x)$" প্রতীকচিহ্ন ব্যবহার করা হয়। এবার "কোন কোন ব্যক্তি ( হয় ) সুন্দর" এর প্রতীকীরূপ দাঁড়াল,

$$(\exists x)\, Sx \qquad (2)$$

$Sx$ বচনাপেক্ষককে সত্তামাণক সহযোগে বচনে পরিণত করাকে সত্তামাণক-বদ্ধ করা বলে।

লক্ষ্যণীয় যে $Sx$ বচন নয়, কিন্তু $(x)\, Sx$ বা $(\exists x)\, Sx$ বচন এবং সত্য বা মিথ্যা। $(x)\, Sx$ এ আমাদের বক্তব্য, সব ব্যক্তির মধ্যে $S$ গুণ আছে, $(\exists x)\, Sx$ এ বক্তব্য, কোন কোন ব্যক্তির মধ্যে $S$ গুণ আছে। কিন্তু $Sx$ দেখায় বচন কাঠামোটি, $S$ — । $x$ বিশেষ কোন ব্যক্তি, বা সব ব্যক্তি, বা কোন কোন ব্যক্তি, কিছুই বোঝায় না, যতক্ষণ না $x$ এর স্থলে ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন করা হচ্ছে, বা $Sx$ কে মাণকবদ্ধ করা হচ্ছে। বিশিষ্ট বচন পেতে হলে $Sx$ এর $x$ এর স্থলে ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন করতে হবে, সামান্য বচন পেতে হলে $Sx$ এর আগে সার্বিক মাণক বা সত্তামাণক উপস্থাপিত করতে হবে।

বচনাপেক্ষকের সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য হলে তার সার্বিক মাণকবদ্ধ-করণ সত্য হবে, একটি দৃষ্টান্ত বচন মিথ্যা হলেই সার্বিক মাণকবদ্ধকরণ মিথ্যা হবে। বচনাপেক্ষকের অন্তত একটি দৃষ্টান্ত বচন সত্য হলেই তার সত্তামাণকবদ্ধকরণ সত্য হবে, একটিও দৃষ্টান্ত বচন সত্য না হলে সত্তামাণকবদ্ধকরণ মিথ্যা হবে।

## 5·5 মাণকদ্বয়ের পরস্পর সম্পর্ক

আমরা দেখেছি, প্রতীকপরম্পরাগঠিত যে কোন বচনাপেক্ষক বা বচন সংযোজক দ্বারা যোজ্য। নিষেধক সংযোজক সহযোগে $Sx$ হয়

$\sim Sx$, $x$ সুন্দর নয়, $Sa$ হয় $\sim Sa$, অমল সুন্দর নয়। ধরুন আমরা বলতে চাই,

কোন ব্যক্তি সুন্দর নয়,

এর অর্থ,

যে কোন $x$ এর ক্ষেত্রে, $x$ সুন্দর নয়,

প্রতীকীরূপে,

$$(x) \sim Sx \quad (3)$$

কোন কোন ব্যক্তি সুন্দর নয়,

এর অর্থ,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ সুন্দর নয়,

প্রতীকীরূপে,

$$(\exists x) \sim Sx \quad (4)$$

(3) বচনকে নিষেধ করা যাক,

$$\sim (x) \sim Sx \quad (5)$$

এর অর্থ,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে এ সত্য নয় যে, $x$ সুন্দর নয়,

অর্থাৎ,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ সুন্দর,

বা,

$$(\exists x)\, Sx$$

সুতরাং আমরা বলতে পারি, ( 5.4 অনুচ্ছেদের (2) দেখুন )

$$(\exists x)\, Sx \equiv \sim (x) \sim Sx \quad (2) \text{ ও } (5)$$

(4) বচনকে নিষেধ করা যাক,

$$\sim (\exists x) \sim Sx \quad (6)$$

এর অর্থ,

এমন একটিও $x$ নাই যে $x$ সুন্দর নয়,

অর্থাৎ,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $x$ সুন্দর,

বা

$$(x)\ Sx$$

সুতরাং আমরা বলতে পারি, (5.4 অনুচ্ছেদের (1) দেখুন)

$$(x)\ Sx \equiv \sim (\exists x) \sim Sx \qquad (1)\ ও\ (6)$$

আবার দেখুন, (3) বচন, $(x) \sim Sx$, বললে বোঝায়,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $x$ সুন্দর নয়,

অর্থাৎ,

এমন একটিও $x$ নাই যে, $x$ সুন্দর,

বা,

$$\sim (\exists x)\ Sx \qquad (7)$$

সুতরাং আমরা বলতে পারি,

$$(x) \sim Sx \equiv \sim (\exists x)\ Sx \qquad (3)\ ও\ (7)$$

(4) বচন, $(\exists x) \sim Sx$, বললে বোঝায়,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ সুন্দর নয়,

অর্থাৎ,

যে কোন $x$ এর ক্ষেত্রে এ সত্য নয় যে, $x$ সুন্দর

বা,

$$\sim (x)\ Sx \qquad (8)$$

সুতরাং আমরা বলতে পারি,

$$(\exists x) \sim Sx \equiv \sim (x)\ Sx \qquad (4)\ ও\ (8)$$

সবগুলো মাণক সমমানতার সূত্র একসঙ্গে,

$$(x)\ Sx \equiv \sim (\exists x) \sim Sx$$
$$(\exists x)\ Sx \equiv \sim (x) \sim Sx$$
$$(x) \sim Sx \equiv \sim (\exists x)\ Sx$$
$$(\exists x) \sim Sx \equiv \sim (x)\ Sx$$

পরিষ্কার বোঝা যাচ্ছে, যে কোন একটি মাণক দিয়েই দুই প্রকার মাণকের কাজ চলে। উপরের চারটি সমমানতা সূত্র লক্ষ্য করলে দেখা যাবে, একটি মাণককে অপর মাণকে পরিবর্তিত করতে হলে

(ক) প্রথমে প্রদত্ত মাণকের স্থলে অপর মাণকটি সংস্থাপন করতে হবে,

(খ) তারপর, পরিবর্তিত মাণকের পূর্বে "$\sim$" নিষেধক চিহ্ন বসাতে হবে,

(গ) তারপর, বচনাপেক্ষকের পূর্বে "$\sim$" নিষেধক চিহ্ন বসাতে হবে।

প্রথম দুটি সূত্রে মাণক পরিবর্তন বিধির প্রয়োগ সহজেই বোঝা যায়। তৃতীয় সূত্রে

$$(x) \sim Sx \equiv \sim (\exists x) \sim \sim Sx \equiv \sim (\exists x)\, Sx$$

চতুর্থ সূত্রে

$$(\exists x) \sim Sx \equiv \sim (x) \sim \sim Sx \equiv \sim (x)\, Sx$$

সংক্ষেপে বলা যায়,

$$(x) \equiv \sim (\exists x) \sim \ldots.$$
$$(\exists x) \equiv \sim (x) \sim \ldots.$$

ডান দিকের সূত্রকে বাঁ দিকের সূত্রে পরিবর্তিত করে দেখান হচ্ছে,

$$\begin{aligned}
&\sim (\exists x) \sim Sx &&\equiv \sim \sim (x) \sim \sim Sx &&\equiv (x)\, Sx \\
&\sim (x) \sim Sx &&\equiv \sim \sim (\exists x) \sim \sim Sx &&\equiv (\exists x)\, Sx \\
&\sim (\exists x)\, Sx &&\equiv \sim \sim (x) \sim Sx &&\equiv (x) \sim Sx \\
&\sim (x)\, Sx &&\equiv \sim \sim (\exists x) \sim Sx &&\equiv (\exists x) \sim Sx
\end{aligned}$$

আমাদের মূল চারটি বচনে আবার ফিরে আসা যাক।

| | |
|---|---|
| সব ব্যক্তি ( হয় ) সুন্দর, | $(x)\, Sx$ |
| কোন কোন ব্যক্তি ( হয় ) সুন্দর, | $(\exists x)\, Sx$ |
| কোন ব্যক্তি সুন্দর নয়, | $(x) \sim Sx$ |
| কোন কোন ব্যক্তি সুন্দর নয়, | $(\exists x) \sim Sx$ |

এবার এদের পরস্পরবিরোধিতা সম্বন্ধগুলো দেখা যাক। জগতে যদি অন্তত একটি বস্তুও থাকে, তবে

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $Sx$, বা $(x)\, Sx$, এবং

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে $\sim Sx$ বা $(\exists x) \sim Sx$

বচন দুটি একসঙ্গে সত্য বা মিথ্যা হতে পারে না। একটি সত্য হলে অপরটি মিথ্যা হবে, একটি মিথ্যা হলে অপরটি সত্য হবে। আবার,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $\sim Sx$, বা $(x) \sim Sx$, এবং
অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে $Sx$, বা $(\exists x) Sx$

দুটি বচন একসঙ্গে সত্য বা মিথ্যা হতে পারে না। অন্যভাবে দেখান যায়, $(x) Sx$-এর নিষেধ $\sim (x) Sx$, $\sim (x) Sx \equiv (\exists x) \sim Sx$, সুতরাং $(x) Sx$ ও $(\exists x) \sim Sx$ বিরুদ্ধ বচন। $(x) \sim Sx$-এর নিষেধ $\sim (x) \sim Sx$, $\sim (x) \sim Sx \equiv (\exists x) Sx$, সুতরাং $(x) \sim Sx$ ও $(\exists x) Sx$ বিরুদ্ধ বচন। তারপর,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $Sx$, বা $(x) Sx$, এবং
যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $\sim Sx$, বা $(x) \sim Sx$

বচন দুটি একসঙ্গে সত্য হতে পারে না, যদিও একসঙ্গে মিথ্যা হতে পারে। সুতরাং এই দুটি বিপরীত বচন। তারপর,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $Sx$, বা $(\exists x) Sx$, এবং
অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $\sim Sx$, বা $(\exists x) \sim Sx$

একসঙ্গে মিথ্যা হতে পারে না, যদিও একসঙ্গে সত্য হতে পারে। সুতরাং এই দুটি অধীন-বিপরীত বচন। তারপর,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $Sx$, বা $(x) Sx$, এবং
অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $Sx$, বা $(\exists x) Sx$

এবং

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $\sim Sx$, বা $(x) \sim Sx$, এবং
অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $\sim Sx$ বা $(\exists x) \sim Sx$

বচন জোড়ায় প্রথমটি সত্য হলে দ্বিতীয়টি সত্য হবে, কিন্তু দ্বিতীয়টি সত্য হলেই প্রথমটি সত্য হবে বলা যায় না। অর্থাৎ $(x) Sx$ ও $(\exists x) Sx$ এবং $(x) \sim Sx$ ও $(\exists x) \sim Sx$ অধীনবিরোধী।

এ যাবৎ আমরা গুণধ্রুবক ব্যবহার করে আসছি, গুণনাম গ্রাহক-প্রতীক বর্ণ ব্যবহার করিনি।

অমল (হয়) সুন্দর,
বিমলা (হয়) সুন্দর,
চন্দননগর (হয়) সুন্দর,

বচনে উদ্দেশ্যপদ ভিন্ন, বিধেয়পদ একই, তাই উদ্দেশ্যপদের স্থলে ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার করেছি, বিধেয়পদের স্থলে গুণধ্রুবক

ব্যবহার করেছি। এগুলো $Sx$ বচনাপেক্ষকের দৃষ্টান্ত বচন। নীচের বচনগুলো ধরুন,

সক্রেটিস ( হয় ) জ্ঞানী,
সক্রেটিস ( হয় ) দার্শনিক,
সক্রেটিস ( হয় ) গ্রীক।

বচনে বিধেয়পদ ভিন্ন, উদ্দেশ্যপদ একই। সুতরাং এদের প্রতীকীকরণে ব্যক্তিধ্রুবক $s$ ব্যবহার করে একটি গুণনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার করতে পারি। গ্রীক বর্ণমালার $\Phi$ অক্ষরটি গুণনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ হিসেবে ব্যবহার করলে বচনগুলো দাঁড়াবে $\Phi s$। $\Phi$-এর স্থলে আমরা যে কোন গুণনাম সংস্থাপন করতে পারি, ফলে সক্রেটিস সম্বন্ধে কতগুলো সত্য, কতগুলো মিথ্যা বচন উৎপন্ন হবে।

এবার নীচের বচনগুলো দেখুন,

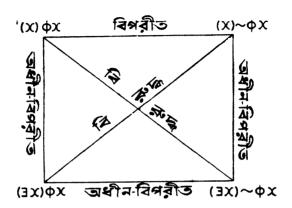
সক্রেটিস ( হয় ) জ্ঞানী,
প্লেটো ( হয় ) দার্শনিক,
কলিকাতা ( হয় ) নদী,
ব্রহ্মপুত্র ( হয় ) দেবতা,

বচনে উদ্দেশ্যপদ ও বিধেয় পদ উভয়ই ভিন্ন। সুতরাং আমরা ব্যক্তিনাম ও গুণনাম দুইয়েরই স্থলে গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার করতে পারি, $\Phi x$, অর্থাৎ $x$ ( হয় ) $\Phi$। $x$-এর স্থলে যে কোন ব্যক্তিনাম ও $\Phi$-এর স্থলে যে কোন গুণনাম সংস্থাপন করলে সত্য বা মিথ্যা বচন উৎপন্ন হবে। $x\ \Phi$ একটি বচনাপেক্ষক, এটি $Sx$ বা $\Phi s$-এর চেয়েও বেশী বিমূর্ত, এতে ব্যক্তিনাম গুণনাম কোনটাই নেই। $\Phi x$ নীচের কাঠামোটি বোঝাচ্ছে,

— ( হয় ) —

$\Phi$ গুণনামের জন্য সংরক্ষিত স্থানসূচক, $x$ ব্যক্তিনামের জন্য সংরক্ষিত স্থানসূচক। $\Phi x$ বচনাপেক্ষককে মাণকবদ্ধ করলে বচন চারটি হবে,

$(x) \quad \Phi x$
$(\exists x) \quad \Phi x$
$(x) \sim \Phi x$
$(\exists x) \sim \Phi x$

বিরোধ চতুষ্কোণের সাহায্যে এদের পরস্পরবিরোধিতা এইভাবে দেখান যায়।

যখন দুটি বচনের বিরোধিতা সম্বন্ধ দেখাতে হবে, তখন *φ x*-এর স্থলে দুটি বচনে একই গুণনাম সংস্থাপন করতে হবে।

## 5.6 প্রাচীন ন্যায়ের চারপ্রকার বচন

প্রাচীন ন্যায়ে চারপ্রকার বচনকে প্রাধান্য দেওয়া হয়েছে,

A—সার্বিক সদর্থক,
E—সার্বিক নঞর্থক,
I—বিশেষ সদর্থক,
O—বিশেষ নঞর্থক।

এদের দৃষ্টান্ত,

A—সব মানুষ (হয়) নশ্বর,
E—কোন মানুষ নির্দোষ নয়,
I—কোন কোন মানুষ (হয়) জ্ঞানী,
O—কোন কোন মানুষ স্বার্থপর নয়।

বচনগুলোতে "মানুষ" উদ্দেশ্য পদ, "নশ্বর", "নির্দোষ", "জ্ঞানী", "স্বার্থপর" বিধেয়পদ। মনে রাখতে হবে, "মানুষ" পদ ব্যক্তিবাচক নয়, "মানুষ" কোন ব্যক্তি নয়, সক্রেটিস, প্লেটো, ব্যক্তি। বচন সব সময়ই কোন ব্যক্তি, বা এক বর্গের সব বা কোন কোন ব্যক্তি সম্পর্কে কোন না কোন উক্তি। সুতরাং, উপরের A বচনের বক্তব্য,

> যে কোন ব্যক্তির ( কিছুর ) ক্ষেত্রে এ সত্য যে, যদি ঐ ব্যক্তি মানুষ ( মনুষ্যোচিত গুণসম্পন্ন ) হয়, তবে ঐ ব্যক্তি নশ্বর,

অর্থাৎ, যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, যদি $x$ মানুষ হয় তবে $x$ নশ্বর,

বা, যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, $x$ ( হয় ) মানুষ $\supset$ $x$ ( হয় ) নশ্বর,

বা, $(x)\ (Mx \supset Nx)$

বচনটি $Mx \supset Nx$ বচনাপেক্ষকের সার্বিকমাণকবদ্ধ রূপ, এর দৃষ্টান্ত বচন $Ma \supset Na$, $Mb \supset Nb$, ইত্যাদি, অর্থাৎ অমল মানুষ হলে অমল নশ্বর, বিমলা মানুষ হলে বিমলা নশ্বর, ইত্যাদি। দৃষ্টান্তবচনগুলো প্রাকল্পিক বচন, যার পূর্বগ ও অনুগ বিশিষ্ট বচন।

উপরের E বচনের বক্তব্য,

> যে কোন ব্যক্তির ( কিছুর ) ক্ষেত্রে এ সত্য যে, যদি ঐ ব্যক্তি মানুষ হয়, তবে ঐ ব্যক্তি নির্দোষ নয়,

বা, যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, যদি $x$ মানুষ হয় তবে $x$ নির্দোষ নয়,

বা, যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে $x$ ( হয় ) মানুষ $\supset$ $x$ নির্দোষ নয়,

বা, $(x)\ (Mx \supset \sim Nx)$

উপরের I বচনের বক্তব্য,

> অন্তত এমন একটি ব্যক্তি আছে যে, ঐ ব্যক্তি মানুষ এবং ঐ ব্যক্তি জ্ঞানী,

বা, অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ ( হয় ) মানুষ এবং $x$ ( হয় ) জ্ঞানী,

বা, $(\exists x)\ (Mx \,.\, Jx)$

উপরের O বচনের বক্তব্য,

> অন্তত এমন একটি ব্যক্তি আছে যে, ঐ ব্যক্তি মানুষ এবং ঐ ব্যক্তি স্বার্থপর নয়,

বা, অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ ( হয় ) মানুষ এবং $x$ স্বার্থপর নয়,

বা, $(\exists x)(Mx \,.\, \sim Sx)$

সুতরাং প্রাচীন ন্যায়ের A, E, I ও O এই চারিপ্রকার বচনের নব্যন্যায়সম্মত রূপ দাঁড়াল ( গুণধ্রুবকের স্থানে গ্রীক বর্ণমালার $\Phi$ ও $\Psi$ এই দুইটি বর্ণকে গুণনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ হিসেবে ব্যবহার করে ),

$$\text{A}—(x)(\Phi x \supset \Psi x)$$
$$\text{E}—(x)(\Phi x \supset \sim \Psi x)$$
$$\text{I}—(\exists x)(\Phi x \,.\, \Psi x)$$
$$\text{O}—(\exists x)(\Phi x \,.\, \sim \Psi x)$$

লক্ষণীয় যে মাণক সব সময় বন্ধনীর অন্তর্গত। মাণকের পরবর্তী বন্ধনী মাণকের প্রভাব সূচিত করে। মাণকের প্রভাব "$\sim$"-এর প্রভাবের মত। যে কোন মাণকের প্রভাব তার অব্যবহিত পরবর্তী বচনাপেক্ষক পর্যন্ত বিস্তৃত হবে। $(x)\ Mx$ এ $(x)$-এর প্রভাব $Mx$ পর্যন্ত বিস্তৃত তাই $Mx$ কে বন্ধনীর অন্তর্ভুক্ত করা হয়নি, যেমন আমরা $\sim p$ এতে "$\sim$" এর প্রভাব বোঝাতে $p$-কে বন্ধনীভুক্ত করি না। কিন্তু যদি লিখি,

$$(x)\ Mx \supset Nx$$

তাহলে $Nx$ $(x)$-এর প্রভাবের অন্তর্গত হবে না, যেমন $\sim p \supset q$ এতে "$\sim$"-এর প্রভাব $q$ পর্যন্ত বিস্তৃত নয়। যদি লিখি,

$$(x)(Mx \supset Nx)$$

তাহলে $(x)$-এর প্রভাব $Mx \supset Nx$ সবটার উপরে বিস্তৃত, যেমন $\sim(p \supset q)$ এতে "$\sim$" এর প্রভাব $p \supset q$ পর্যন্ত বিস্তৃত।

আরও লক্ষণীয় যে $(x)\ Mx$ একটি বচন, $Nx$ একটি বচনাপেক্ষক, সুতরাং $(x)\ Mx \supset Nx$ একটি বচনাপেক্ষক, বচন নয়, কারণ $Nx$-এর $x$ মাণকবদ্ধ নয়। কিন্তু $(x)\ Mx \supset Na$ বচন, কারণ $(x)\ Mx$ ও $Na$ দুই-ই বচন। $(x)\ Mx$ এতে $Mx$-এর $x$-কে বলা হয় বদ্ধ গ্রাহকপ্রতীক, কারণ এটি সার্বিক মাণক $(x)$-এর প্রভাবের অন্তর্গত। $(x)\ Mx$ এতে $Mx$-এর $x$ সার্বিক মাণক $(x)$-এর দ্বারা বদ্ধ হয়েছে বলেই $(x)\ Mx$ বচন, তার অর্থ সবকিছু M গুণসম্পন্ন, একটি সত্য বা মিথ্যা উক্তি। অনুরূপভাবে, $(\exists x)\ Mx$ ও বচন, কারণ এতে $Mx$-এর $x$ সত্তামাণক

$(\exists x)$ দ্বারা বদ্ধ হয়েছে, এর অর্থ, অন্তত একটি ব্যক্তি M গুণসম্পন্ন, একটি সত্য বা মিথ্যা উক্তি। কিন্তু N$x$ বচন নয়, কারণ এতে কোন উক্তি নেই, একে সত্যমিথ্যা বলা চলে না। কোন উক্তি করতে হলে, কোন বক্তব্য রাখতে হলে, বলতে হবে, সব কিছু, বা অন্তত একটি কিছু, বা $a$ বা $b$ বা ..... ( হয় ) N। N$x$-এর $x$ মুক্ত গ্রাহকপ্রতীক, যে গ্রাহকপ্রতীক মাণকবদ্ধ নয় তাকে মুক্ত গ্রাহকপ্রতীক বলে। এইবার আমরা স্পষ্টতরভাবে বচনাপেক্ষকের সংজ্ঞা দিতে পারি, যে বচনকাঠামো বা প্রতীকপরম্পরায় মুক্ত গ্রাহকপ্রতীক বর্ণের ব্যবহার আছে, তাই বচনাপেক্ষক। সুতরাং, $(x)$ M$x$ বা $(x)$ (M$x \supset$ N$x$) বচন, কিন্তু N$x$ বা $(x)$ M$x \supset$ N$x$ বচনাপেক্ষক। N$x$ এতে $x$ মুক্ত, $(x)$ M$x \supset$ N$x$ এতে N$x$-এর $x$ মুক্ত। $(x)$ M$x$ বলছে, M$x$ বচনাপেক্ষকের সব দৃষ্টান্ত বচন, M$a$, M$b$, ইত্যাদি, সত্য। $(x)$ (M$x \supset$ N$x$) বলছে, M$x \supset$ N$x$ বচনাপেক্ষকের সব দৃষ্টান্ত বচন, M$a \supset$ N$a$, M$b \supset$ N$b$, ইত্যাদি, সত্য। $(x)$ (M$x \supset$ N$x$)-কে নিম্নরূপে লিখলে,

> যে কোন ব্যক্তির ক্ষেত্রে, যদি ঐ ব্যক্তি M হয় তবে ঐ ব্যক্তি হয় N,

নির্দেশক বিশেষণ "ঐ" এর ব্যবহার সূচিত করে, M$x$ ও N$x$ উভয়েরই $x$-এর স্থলে একই ব্যক্তি ধ্রুবক সংস্থাপন করতে হবে। কিন্তু $(x)$ M$x \supset$ N$x$-এর অর্থ

> যদি যে কোন ব্যক্তির ক্ষেত্রে এ সত্য যে ঐ ব্যক্তি ( হয় ) M, তবে $x$ ( হয় ) N।

"$x$ ( হয় ) N"-এর $x$ নির্দেশক বিশেষণ "ঐ" দ্বারা নির্দিষ্ট নয়। পূর্বগ বলছে, M$x$-এর সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য, সুতরাং M$a$, M$b$, ইত্যাদি সত্য। অনুগ N$x$ বচন নয়, বচনাপেক্ষক, এর থেকে যে কোন বচন, N$a$, N$b$, ইত্যাদি উৎপন্ন করা যায়। এদের কোন্‌টি সত্য, কোন্‌টি মিথ্যা, সে সম্বন্ধে N$x$ কিছু বলে না, এদের সত্যমিথ্যাত্ব N$x$-এর বক্তব্য নয়। সুতরাং, $(x)$ M$x \supset$ N$x$ থেকে M$a \supset$ N$a$, M$b \supset$ N$a$, M$a \supset$ N$b$, M$b \supset$ N$b$, ইত্যাদি দৃষ্টান্ত বচন উৎপন্ন করা যায়। $(x)$ M$x \supset$ N$x$ এতে N$x$-এর $x$ $(x)$ দ্বারা বদ্ধ নয় বলে M$x$ ও N$x$-এর $x$ এর স্থলে ভিন্ন ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন করা যেতে পারে, কিন্তু $(x)$ (M$x \supset$ N$x$) এতে M$x$ ও N$x$-এর $x$-এর স্থলে একই ব্যক্তিধ্রুবক সংস্থাপন করতে হবে, কারণ উভয়ই $(x)$ সার্বিকমাণক দ্বারা বদ্ধ।

মাণক পরিবর্তন বিধির সাহায্যে A ও E বচন সত্তামাণক সহযোগে, এবং I ও O বচন সার্বিক মাণক সহযোগে লেখা যায়।

$$
\begin{aligned}
A\text{—}(x)(\Phi x \supset \Psi x) &\equiv \sim(\exists x) \sim (\Phi x \supset \Psi x)\\
&\equiv \sim(\exists x) \sim \sim (\Phi x \,.\, \sim \Psi x)\\
&\equiv \sim(\exists x)(\Phi x \,.\, \sim \Psi x)\\
E\text{—}(x)(\Phi x \supset \sim \Psi x) &\equiv \sim(\exists x) \sim (\Phi x \supset \sim \Psi x)\\
&\equiv \sim(\exists x) \sim \sim (\Phi x \,.\, \sim \sim \Psi x)\\
&\equiv \sim(\exists x)(\Phi x \,.\, \Psi x)\\
I\text{—}(\exists x)(\Phi x \,.\, \Psi x) &\equiv \sim(x) \sim (\Phi x \,.\, \Psi x)\\
&\equiv \sim(x) \sim (\Phi x \,.\, \sim \sim \Psi x)\\
&\equiv \sim(x)(\Phi x \supset \sim \Psi x)\\
O\text{—}(\exists x)(\Phi x \,.\, \sim \Psi x) &\equiv \sim(x) \sim (\Phi x \,.\, \sim \Psi x)\\
&\equiv \sim(x)(\Phi x \supset \Psi x)
\end{aligned}
$$

## 5.7 A, E, I, O বচনের বিশ্লেষণ

সাধারণতঃ বলা হয়, A ও I বচন সদর্থক, E ও O বচন নঞর্থক। নীচের বচনটি দেখুন,

(1) অনধিকার প্রবেশকারীরা দণ্ডিত হবে।

পরিমাণসূচক "সব" বা "যে কোন" শব্দের প্রয়োগ না থাকলেও বচনটির অর্থ,

সব অনধিকার প্রবেশকারী দণ্ডিত হবে,

অর্থাৎ, যে কেহ অনধিকার প্রবেশ করবে, সেই দণ্ডিত হবে,

অর্থাৎ, যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে যদি $x$ অনধিকার প্রবেশকারী হয় তবে $x$ দণ্ডিত হবে,

অর্থাৎ, $(x)(Ax \supset Dx)$

এখন ধরুন, কেউ অনধিকার প্রবেশ করল না, কেউ দণ্ডিত হল না। বচনটি কি মিথ্যা হবে? নিশ্চয়ই নয়। পরিষ্কার বোঝা যায়, "অনধিকার প্রবেশকারীরা দণ্ডিত হবে" বচনের সত্যতা অনধিকার প্রবেশকারী ও দণ্ডিত ব্যক্তির অস্তিত্বের উপর নির্ভর করে না।

প্রাচীন ন্যায় বলে, A সত্য হলে I সত্য হবে, অর্থাৎ $A \supset I$, অর্থাৎ,

$$(x)\ (Ax \supset Dx) \supset (\exists x)\ (Ax.Dx),$$

অর্থাৎ পূর্বগ সত্য হলে অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে $x$ অনধিকার প্রবেশকারী ও $x$ দণ্ডিত। কিন্তু এইমাত্র আমরা দেখলাম, $(x)\ (Ax \supset Dx)$ সত্য হলেও $(\exists x)\ (Ax.Dx)$ মিথ্যা হতে পারে।

এই বিভ্রান্তির কারণ, প্রাচীন ন্যায়ে যখন "সব মানুষ নশ্বর", "সব রাজা বিলাসী", এই সব বচন ব্যবহার করা হত, তখন সঙ্গে সঙ্গে এও ধরে নেওয়া হত, মানুষ আছে, রাজা আছে। অর্থাৎ এটা ধরে নেওয়া হত যে, যে কোন সার্বিক বচনের উদ্দেশ্যপদবাচ্য ব্যক্তি বা বস্তু আছে। কিন্তু উপরের সার্বিক বচনটি থেকেই প্রাচীন মত যে সম্পূর্ণ গ্রহণীয় নয় তা সহজেই আমরা বুঝতে পারি। বেছে বেছে "মানুষ", "রাজা", "গ্রীক", ইত্যাদি পদ ব্যবহার করলে এরূপ ভ্রান্তি উৎপাদন হওয়া বিচিত্র নয়। নিউটনের গতিবিষয়ক প্রথম সূত্রটি দেখুন,

> (2) সব বহির্বলপ্রভাবমুক্ত পদার্থের স্থিরাবস্থা বা সমবেগে সরল রেখায় গতি অব্যাহত থাকে।

যদি A বচনের প্রাচীন ব্যাখ্যা ঠিক হয়, তবে বহির্বলপ্রভাবমুক্ত পদার্থ আছে। কিন্তু পদার্থবিদ্যা বহির্বলপ্রভাবমুক্ত পদার্থের অস্তিত্বই স্বীকার করে না। আর একটি বচন দেখুন,

> (3) সব ব্যাক্‌টিরিয়ামুক্ত নরদেহ (হয়) রোগহীন।

বচনটি সত্য, কিন্তু ব্যাক্‌টিরিয়ামুক্ত নরদেহ নেই। তাহলে যে বস্তুর অস্তিত্ব নেই, তাকে সার্বিক বচনের উদ্দেশ্যপদ হিসেবে ব্যবহার করা কেন? আসলে সার্বিক বচন সদর্থক নয়, এবং কোন বস্তুর অস্তিত্ব ঘোষণা করে না। উপরের তিনটি সার্বিক বচনের বক্তব্য, যথাক্রমে

> (1) এমন একটিও $x$ নেই যে, $x$ অনধিকার প্রবেশকারী এবং $x$ দণ্ডিত নয়,
>
> (2) এমন একটিও $x$ নেই যে, $x$ বহির্বলপ্রভাবমুক্ত পদার্থ এবং $x$ এর স্থিরাবস্থা বা সমবেগে সরলরেখায় গতি অব্যাহত থাকে না,

(3) এমন একটিও $x$ নেই যে, $x$ ব্যাক্‌টিরিয়ামুক্ত নরদেহ এবং $x$ রোগহীন নয়,

অর্থাৎ, (1) $\sim (\exists x)(Ax \,.\, \sim Dx)$

(2) $\sim (\exists x)(Bx \,.\, \sim Ax)$

(3) $\sim (\exists x)(Bx \,.\, \sim Rx)$[1]

অর্থাৎ, সাবিক বচন নঞর্থক। E বচনের বেলায়ও তাই।

(4) কোন মানুষ নির্দোষ নয়,

(5) কোন ভূত নিরামিষাশী নয়,

বচনগুলোর অর্থ,

(4) এমন একটিও $x$ নেই যে, $x$ মানুষ এবং $x$ নির্দোষ,

(5) এমন একটিও $x$ নেই যে, $x$ ভূত এবং $x$ নিরামিষাশী,

বা, (4) $\sim (\exists x)(Mx \,.\, Nx)$

(5) $\sim (\exists x)(Bx \,.\, Nx)$

মানুষ আছে, ভূত নেই, কিন্তু এখানে আমরা বচনাকার নিয়ে আলোচনা করছি, মানুষ, ভূত নিয়ে নয়। সর্বপ্রকার সাবিক বচনের আকার দেখাতে হলে উদ্দেশ্যপদবাচ্য ব্যক্তি বা বস্তু আছে এ কথা বলা চলবে না, কারণ কোন কোন ক্ষেত্রে আমরা স্পষ্টই জানি যে এ রকম কোন কিছু নেই। এ অবস্থায় সাবিক বচনের ন্যূনতম অর্থই গ্রহণযোগ্য। অবশ্য "সব রাজা বিলাসী" বচন সত্য, এবং "রাজা আছে"-এও সত্য, কিন্তু "রাজা আছে" এ কথা সাবিক বচনটির বক্তব্য নয়। তার বক্তব্য,

এমন একটিও $x$ নেই যে, $x$ রাজা এবং $x$ বিলাসী নয়।

যদি প্রাচীন মত ঠিক হত, তবে

(2) (ক) সব বহির্বলপ্রভাবমুক্ত পদার্থ স্থিরাবস্থা বা সমবেগে সরলরেখায় গতি অব্যাহত রাখে, কিন্তু কোন বহির্বলপ্রভাবমুক্ত পদার্থ নেই,

(5) (ক) কোন ভূত নিরামিষাশী নয়, কিন্তু কোন ভূত নেই,

বচনগুলো স্ববিরোধী হত। কিন্তু এই বচনগুলো স্ববিরোধী নয়। (2) বচন $Bx \supset Ax$ বচনাপেক্ষকের সাবিক মাণকবদ্ধ রূপ,

$$(x)(Bx \supset Ax)$$

1 পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য।

যদি কোন বহির্বলপ্রভাবমুক্ত পদার্থ না থাকে, তবে $Bx$ বচনাপেক্ষকের সব দৃষ্টান্ত বচন মিথ্যা হবে, অর্থাৎ $\sim(\exists x)\ Bx$। ফলে $Bx \supset Ax$ এর সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য হবে, কারণ দৃষ্টান্তবচনগুলো যেমন $Ba \supset Aa$, $Bb \supset Ab$, ইত্যাদি পূর্বগ মিথ্যা হওয়ার জন্যই সত্য হবে। সুতরাং $Bx \supset Ax$-এর সার্বিক মাণকবদ্ধকরণ সত্য। (2) (ক) বচনের প্রতীকীরূপ হবে,

$$(x)\ (Bx \supset Ax)\ .\ \sim(\exists x)\ Bx$$

এটি সম্পূর্ণ সঙ্গত। (5) (ক)-এর প্রতীকীরূপ হবে,

$$(x)\ (Bx \supset \sim Nx)\ .\ \sim(\exists x)\ Bx$$

এটিও সম্পূর্ণ সঙ্গত।

"সব রাজা বিলাসী" বলে যদি আমরা "রাজা আছে" এও বোঝাতে চাই, তবে বলতে হবে,

সব রাজা বিলাসী এবং রাজা আছে,

বা, $(x)\ (Rx \supset Bx)\ .\ (\exists x)\ Rx$

রাজা না থাকলেও, অর্থাৎ $\sim(\exists x)\ Rx$ সত্য হলেও, $(x)\ (Rx \supset Bx)$ সত্য হবে, কারণ $Rx$-এর কোন দৃষ্টান্ত বচন সত্য না হওয়ায় $Rx \supset Bx$ এর সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য হবে, এবং এর সার্বিক মাণকবদ্ধকরণ সত্য হবে।

পরিষ্কার বোঝা যায়, $(x)\ (\Phi x \supset \Psi x)$ বচন থেকে $(\exists x)\ \Phi x$-এর সত্যতা অনুসৃত হয় না, সুতরাং $(\exists x)\ (\Phi x\ .\ \Psi x)$-এর সত্যতাও অনুসৃত হয় না।

উপরের আলোচনা থেকে এই সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায় যে সার্বিক বচন তার উদ্দেশ্য পদাভিহিত কোন বস্তুর অস্তিত্ব সম্পর্কে কিছু বলে না। সার্বিক বচন নঞর্থক। A বচন

সব S ( হয় ) P

বলে, এমন একটিও ব্যক্তি নেই যা S এবং $\sim$ P

E বচন, কোন S নয় P

বলে, এমন একটিও ব্যক্তি নেই যা S এবং P

অর্থাৎ
$$A \equiv \sim(\exists x)\ (\Phi x\ .\ \sim\Psi x)$$
$$E \equiv \sim(\exists x)\ (\Phi x\ .\ \Psi x)$$

দ্বিতীয়তঃ, $\sim(\exists x)\,\Phi x$ সত্য হলে A ও E বচন একসঙ্গে সত্য হতে পারে। $\sim(\exists x)\,\Phi x$ সত্য হলে $\Phi x$-এর সব দৃষ্টান্ত বচন মিথ্যা, পূর্বগ মিথ্যা হওয়ায় $\Phi x \supset \Psi x$-এর সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য। অতএব $(x)(\Phi x \supset \Psi x)$ সত্য। অন্যভাবে বলা যায়, একটি $x$ ও $\Phi$ না হলে, কোন $x$ ই $\Phi . \sim \Psi$ ও হতে পারবে না, অর্থাৎ $\sim(\exists x)(\Phi x . \sim \Psi x)$ সত্য। আবার, $\sim(\exists x)\,\Phi x$ সত্য হলে অনুরূপভাবে $\Phi x \supset \sim \Psi x$-এর সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য হবে, এবং $(x)(\Phi x \supset \sim \Psi x)$ সত্য হবে। অন্যভাবে, একটি $x$ ও $\Phi$ না হলে, কোন $x$ ই $\Phi . \Psi$ ও হতে পারবে না, অর্থাৎ $\sim(\exists x)(\Phi x . \Psi x)$ সত্য হবে। A ও E বচনের মধ্যে বিপরীত-বিরোধিতা সম্বন্ধ নেই।

তৃতীয়তঃ, যেহেতু $(x)(\Phi x \supset \Psi x)$ বা $(x)(\Phi x \supset \sim \Psi x)$ থেকে $(\exists x)\,\Phi x$ অনুসৃত হয় না, এদের থেকে $(\exists x)(\Phi x . \Psi x)$ বা $(\exists x)(\Phi x . \sim \Psi x)$ ও অনুসৃত হবে না। সত্তামাণকবদ্ধ বচন অন্তত একটি বস্তুর অস্তিত্ব স্বীকার করে। এ দিক থেকে I ও O বচন উভয়ই সদর্থক, কারণ I বচনের বক্তব্য,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ ( হয় ) $\Phi$ এবং $x$ ( হয় ) $\Psi$,

এবং O বচনের বক্তব্য,

অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ ( হয় ) $\Phi$ এবং $x$ নয় $\Psi$,

সুতরাং, $A \supset I$ বা $E \supset O$ সত্য নয়। সার্বিক বচন থেকে সত্তাসূচক বচন অনুসৃত হয় না। A ও I এবং E ও O-এর মধ্যে অধীন-বিরোধিতা সম্বন্ধ নেই।

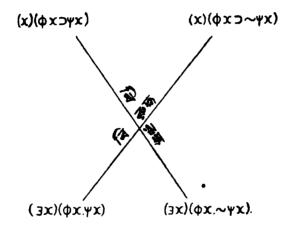
চতুর্থতঃ, I ও O বচন উভয়ই মিথ্যা হতে পারে, যদি উদ্দেশ্যপদ-বাচ্য কোন ব্যক্তি বা বস্তু না থাকে।

I—কোন কোন ভূত ( হয় ) নিরামিষাশী
O—কোন কোন ভূত নয় নিরামিষাশী,

বা, I—$(\exists x)(Bx . Nx)$
O—$(\exists x)(Bx . \sim Nx)$

উভয়ই মিথ্যা হবে যদি কোন $x$ ভূত না হয়, অর্থাৎ $\sim(\exists x)\,Bx$। অর্থাৎ, ভূত না থাকলে $Bx$-এর সব দৃষ্টান্ত বচন মিথ্যা হবে, ফলে $Bx . Nx$ বা $Bx . \sim Nx$ এর সব দৃষ্টান্ত বচন মিথ্যা হবে, কারণ একটি সংযোগী মিথ্যা। সুতরাং এদের সত্তামাণকবদ্ধকরণ মিথ্যা হবে। অর্থাৎ,

$\sim(\exists x)\ Bx$ সত্য হলে দুটি বচনই মিথ্যা। $\sim(\exists x)\ Bx$ সত্য হতে বাধা কোথায়? $(\exists x)\ Bx$ সত্য হবেই একথা কি বলা যায়? আমাদের কি ভূতের অস্তিত্ব অস্বীকার করার স্বাধীনতাও নেই?

বিরোধ চতুষ্কোণের একমাত্র কর্ণ দুটি ছাড়া আর কিছুই থাকছে না।

A ও O, E ও I এর মধ্যে বিরুদ্ধ সম্বন্ধ ক্ষুণ্ণ হয় না।

A—যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, যদি $x$ $\Phi$ হয় তবে $x$ $\Psi$ হয়,
O—অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ $\Phi$ হয় এবং $x$ $\Psi$ নয়,
এবং E—যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, যদি $x$ $\Phi$ হয় তবে $x$ $\Psi$ নয়,
I—অন্তত এমন একটি $x$ আছে যে, $x$ (হয়) $\Phi$ এবং $x$ (হয়) $\Psi$,

এগুলো পরস্পর বিরুদ্ধ, কখনও একসঙ্গে সত্য হতে পারে না।

মাণক পরিবর্তন বিধি, বাস্তব প্রকল্পনের সংজ্ঞা ও দ্বিনিষেধ বিধির সাহায্যে এদের বিরুদ্ধ সম্বন্ধ দেখান যায়।

$$\begin{aligned} \text{O}—(\exists x)(\Phi x\, .\sim\Psi x) &\equiv \sim(x)\sim(\Phi x\, .\sim\Psi x)\\ &\equiv \sim(x)(\Phi x \supset \Psi x)\\ &\equiv \text{A বচনের নিষেধক}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A—}(x)(\Phi x \supset \Psi x) &\equiv \sim (\exists x) \sim (\Phi x \supset \Psi x) \\ &\equiv \sim (\exists x) \sim \sim (\Phi x \,.\, \sim \Psi x) \\ &\equiv \sim (\exists x)(\Phi x \,.\, \sim \Psi x) \\ &\equiv \text{O বচনের নিষেধক} \end{aligned}$$

সুতরাং, $O \equiv \sim A$, এবং $A \equiv \sim O$

$$\begin{aligned} \text{I—}(\exists x)(\Phi x \,.\, \Psi x) &\equiv \sim (x) \sim (\Phi x \,.\, \Psi x) \\ &\equiv \sim (x) \sim (\Phi x \,.\, \sim \sim \Psi x) \\ &\equiv \sim (x)(\Phi x \supset \sim \Psi x) \\ &\equiv \text{E বচনের নিষেধক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{E—}(x)(\Phi x \supset \sim \Psi x) &\equiv \sim (\exists x) \sim (\Phi x \supset \sim \Psi x) \\ &\equiv \sim (\exists x) \sim \sim (\Phi x \,.\, \sim \sim \Psi x) \\ &\equiv \sim (\exists x)(\Phi x \,.\, \Psi x) \\ &\equiv \text{I বচনের নিষেধক} \end{aligned}$$

সুতরাং, $I \equiv \sim E$, এবং $E \equiv \sim I$

এখানে একটা প্রশ্ন উঠতে পারে, I ও O বচনের প্রতীকীরূপে $\Phi x$ ও $\Psi x$-এর মধ্যে সংযৌগিক সম্বন্ধ স্থাপন করা হয়েছে, অথচ A ও E বচনের প্রতীকীরূপে $\Phi x$ ও $\Psi x$-এর মধ্যে প্রাকল্পিক সম্বন্ধ স্থাপন করা হয়েছে। এই বৈষম্যের কারণ কি? A যদি $(x)(\Phi x \supset \Psi x)$ হতে পারে, I তবে $(\exists x)(\Phi \supset \Psi x)$ হতে বাধা কি? একটি I বচন নিন,

কোন কোন মাংসবিক্রেতা ( হয় ) ধার্মিক,

বা, অন্তত এমন একটি ব্যক্তি আছে যে, ঐ ব্যক্তি মাংস বিক্রেতা এবং ঐ ব্যক্তি ধার্মিক

বা, $(\exists x)(Mx \,.\, Dx)$

যদি বলা হয়,

$$(\exists x)(Mx \supset Dx)$$

তবে এর অর্থ হয়,

অন্তত এমন একটি ব্যক্তি আছে যে, যদি সে মাংসবিক্রেতা হয় তবে সে ধার্মিক।

যদি জগতে অন্তত একটি ব্যক্তি থাকে, এবং সেই (কোন) ব্যক্তি মাংস বিক্রেতা না হয়, তবে $Mx$-এর সব দৃষ্টান্ত বচন মিথ্যা হবে, এবং $Mx \supset Dx$ এর সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য হবে, $(\exists x)(Mx \supset Dx)$ ও সত্য হবে। অর্থাৎ জগতে কোন মাংস বিক্রেতা না থাকলেও বচনটি সত্য হবে। কিন্তু I বচনের বক্তব্য তা নয়। I বচনটির বক্তব্য, মাংস বিক্রেতা ও ধার্মিক এমন কেউ আছে। অনুরূপভাবে O বচনকে $(\exists x)(Mx \supset \sim Dx)$ রূপ দিলে মাংসবিক্রেতা কেউ না থাকলেও $(\exists x)(Mx \supset \sim Dx)$ সত্য হবে, কিন্তু O বচনের বক্তব্য, মাংসবিক্রেতা কিন্তু ধার্মিক নয় এমন কেউ আছে। এইজন্য সত্তাবাচক বচনকে প্রাকল্পিক সম্বন্ধ দ্বারা প্রকাশ করা যায় না।

## 5.8 জটিলতর সামান্য বচন

প্রাচীন ন্যায়ের A, E, I, O-এর চেয়েও জটিলতর সামান্য বচন হতে পারে, এবং আমরা সাধারণ ভাষায় ব্যবহারও করে থাকি।

(1) সব কর্মচারী পেন্‌সন ও গ্র্যাচুয়িটি পাওয়ার যোগ্য,

বচনটিকে প্রতীকীরূপ দেওয়া যাক। এর ক্রমিক রূপান্তর লক্ষ্য করুন,

যে কোন ব্যক্তির ক্ষেত্রে, যদি ঐ ব্যক্তি কর্মচারী হয় তবে ঐ ব্যক্তি পেন্‌সন ও গ্র্যাচুয়িটি পাওয়ার যোগ্য,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, যদি $x$ কর্মচারী হয় তবে $x$ পেন্‌সন ও গ্র্যাচুয়িটি পাওয়ার যোগ্য,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, যদি $x$ কর্মচারী হয় তবে $x$ পেন্‌সন পাওয়ার যোগ্য এবং $x$ গ্র্যাচুয়িটি পাওয়ার যোগ্য,

$$(x)[Kx \supset (Px . Gx)]$$

(2) সব স্থায়ী কর্মচারী পেন্‌সন ও গ্র্যাচুয়িটি পাওয়ার যোগ্য,

যে কোন ব্যক্তির ক্ষেত্রে, যদি ঐ ব্যক্তি কর্মচারী হয় এবং ঐ ব্যক্তি স্থায়ী হয়, তবে ঐ ব্যক্তি পেন্‌সন পাওয়ার যোগ্য এবং ঐ ব্যক্তি গ্র্যাচুয়িটি পাওয়ার যোগ্য,

যে কোন $x$-এর ক্ষেত্রে, যদি $x$ কর্মচারী হয় এবং $x$ স্থায়ী হয়, তবে $x$ পেন্‌সন পাওয়ার যোগ্য এবং $x$ গ্র্যাচুয়িটি পাওয়ার যোগ্য,

$$(x)[(Kx . Sx) \supset (Px . Gx)]$$

(3) কোন কোন হাট্টিমাটিমটিম ডিম পাড়ে কিন্তু উড়ে না,

অন্তত এমন একটি ব্যক্তি আছে যে, ঐ ব্যক্তি হাট্টিমাটিমটিম, এবং ঐ ব্যক্তি ডিম পাড়ে ও ঐ ব্যক্তি উড়ে না,

$(\exists x) [ Hx . (Dx . \sim Ux) ]$

(4) সব অভিভাবক ও শিক্ষক অভিভাবক-শিক্ষকসংঘের সদস্য

অভিধান—$Ax$ # $x$ হয় অভিভাবক

$S'x$ # $x$ হয় শিক্ষক

$Sx$ # $x$ হয় অভিভাবক-শিক্ষকসংঘের সদস্য

এটিকে দুটি সার্বিক বচনের সংযোগ ধরা যায়,

সব অভিভাবক ( হয় ) অভিভাবক-শিক্ষকসংঘের সদস্য,

সব শিক্ষক ( হয় ) অভিভাবক-শিক্ষকসংঘের সদস্য ।

প্রতীকীরূপে,

$(x) (Ax \supset Sx) . (x) (S'x \supset Sx)$

কিন্তু সাধারণ ভাষায় বচনটির মধ্যে একটি উক্তিই আছে, দুইটি নয়। দেখা যাক, সে ভাবেই এর প্রতীকীকরণ সম্ভব কি না ।

যে কোন ব্যক্তির ক্ষেত্রে, যদি ঐ ব্যক্তি অভিভাবক ও শিক্ষক হয় তবে ঐ ব্যক্তি অভিভাবক-শিক্ষক সংঘের সদস্য,

$(x) [ (Ax . S'x) \supset Sx ]$

দুর্ভাগ্যবশতঃ বচনটির অর্থ পাল্‌টে গেছে। এতে বোঝাচ্ছে, যাঁরা অভিভাবক ও শিক্ষক উভয়ই, কেবল তাঁরাই অভিভাবক-শিক্ষকসংঘের সদস্য। অনেক অভিভাবক শিক্ষক নয়, কোন কোন শিক্ষক অভিভাবক নয়, যাঁরা উভয়ই নয় তাঁরা কেউ অভিভাবক-শিক্ষকসংঘের সদস্য নয়। আমাদের বক্তব্য এরূপ ছিল না। বচনটির প্রকৃত রূপ হবে,

যে কোন ব্যক্তির ক্ষেত্রে, যদি ঐ ব্যক্তি অভিভাবক হয় বা ঐ ব্যক্তি শিক্ষক হয়, তবে ঐ ব্যক্তি অভিভাবক-শিক্ষক-সংঘের সদস্য,

$(x) [ (Ax \vee S'x) \supset Sx ]$

## 5.9 মাণকনিয়ামক অনুমানবিধি ও প্রমাণ গঠন

যে ন্যায়ের অবয়বভুক্ত মাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক আছে, তার প্রমাণ

গঠনের জন্য বাচনিক ন্যায়ের অনুমানবিধি যথেষ্ট নয়, আরও কয়েকটি নূতন অনুমানবিধি আমাদের গ্রহণ করতে হবে। সেই বিখ্যাত ন্যায়টি নিন,

সব মানুষ ( হয় ) নশ্বর,
সক্রেটিস ( হয় ) মানুষ,

∴ সক্রেটিস ( হয় ) নশ্বর ।

প্রতীকীরূপে,

$$(x)(Mx \supset Nx)$$
$$Ms$$
$$\therefore Ns$$

আমরা জানি,

$$Ms \supset Ns$$
$$Ms$$
$$\therefore Ns$$

এই ন্যায় বৈধ, কিন্তু মাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক সহযোগে গঠিত পূর্বের ন্যায়টি থেকে এটি কি ভাবে পাব? এই প্রকার ন্যায়ের প্রমাণ গঠনের জন্য এখানে আমরা নূতন চারটি অনুমানবিধি উপস্থাপিত করব।[1]

**সার্বিক নিদর্শন।** কোন বচনাপেক্ষকের সার্বিক মাণকবদ্ধকরণ সত্য হবে, যদি এবং কেবল যদি তার সব দৃষ্টান্ত বচন সত্য হয়। সুতরাং, সার্বিকমাণকবদ্ধ কোন বচনাপেক্ষক থেকে তার যে কোন দৃষ্টান্ত বচন অনুমেয়। বচনাপেক্ষক থেকে দৃষ্টান্ত বচন উৎপাদন করাকে নিদর্শন বলে। এই বিধি সার্বিক মাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক থেকে যে কোন দৃষ্টান্ত বচনের অনুমান অনুমোদন করে বলে একে সার্বিক নিদর্শন অনুমান-বিধি বলে। এর সংক্ষিপ্ত ইংরেজী নাম U I ( U—Universal, সার্বিক, I—Instantiation, নিদর্শন )।

এই বিধির সাহায্যে উপরের ন্যায়টির প্রমাণ গঠন করা যাক। প্রমাণ লেখার পদ্ধতি বাচনিক ন্যায়ের প্রমাণ লেখার পদ্ধতির মত। এই বিধির প্রয়োগ প্রণালী এককথায় বলা যায়, সার্বিক মাণকটি উঠিয়ে দিন,

1. এখানে নূতন অনুমানবিধিগুলোর প্রাথমিক রূপ দেওয়া হবে। পরবর্তী গ্রন্থে এদের বিশেষ আলোচনা ও সংপরিবর্তন করা হবে।

এবং ঐটি বচনাপেক্ষকের যে সব ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীককে বদ্ধ করে রেখেছিল তাদের স্থলে একটি ব্যক্তিধ্রুবক বসিয়ে দিন।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)\ (Mx \supset Nx)$ | |
| (2) | $Ms$ | $/\therefore\ Ns$ |
| (3) | $Ms \supset Ns$ | 1, U I |
| (4) | $Ns$ | 3, 2, M. P. |

এই ধরণের ন্যায়ের ন্যায়াকার কিরূপ হবে? লক্ষণীয় যে, দ্বিতীয় পঙক্তির $Ms$ একটি বিশিষ্ট বচন, $s$ একটি ব্যক্তিধ্রুবক। কিন্তু দ্বিতীয় পঙক্তি $Mp$ (প্লেটো), $Ma$ (এরিষ্টট্‌ল), $Mk$ (কপিল), $Mg$ (গৌতম) হতে পারত, এবং তদনুসারে সিদ্ধান্ত $Np$, $Na$, $Nk$, $Ng$ হতে পারত। সুতরাং, বিধিটির প্রতীকীরূপে কোন ব্যক্তিধ্রুবকের ব্যবহার সমীচীন হবে না। $s$-এর স্থলে এমন একটি প্রতীক ব্যবহার করা দরকার যা যে কোন ব্যক্তিধ্রুবকের কাজ করতে পারে। এই প্রকার প্রতীককে বলা হয় ব্যক্তিপ্রতীক, এটি ব্যক্তিধ্রুবকও হতে পারে, আবার যে কোন ব্যক্তিধ্রুবকের স্থলে (কার্যতঃ ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীকের মত) ব্যবহৃত হতে পারে। ব্যক্তিপ্রতীক বোঝাতে আমরা গ্রীক বর্ণমালার $\nu$ (উচ্চারণ—নিউ) অক্ষরটি ব্যবহার করব।

উপরের ন্যায়ে বচনাপেক্ষক $Mx \supset Nx$। গুণ ধ্রুবকের স্থলে গুণনাম গ্রাহকপ্রতীক বর্ণ ব্যবহার সমীচীন, কারণ, "সব রাজা বিলাসী" বা $(x)\ (Rx \supset Bx)$, "সব গুম্ফধারী পুরুষ আত্মম্ভরি" বা $(x)\ (Gx \supset Ax)$, এগুলোও আমাদের অন্যান্য ন্যায়ে যুক্তিবচন হিসেবে ব্যবহার করতে হবে। অর্থাৎ, যে কারণে ব্যক্তিধ্রুবকের ব্যবহার অসমীচীন, সেই কারণেই গুণধ্রুবকের ব্যবহারও অসমীচীন। গুণনাম গ্রাহকপ্রতীক ব্যবহার করে বচনাপেক্ষকটি দাঁড়াল $\Phi x \supset \Psi x$। কিন্তু বচনাপেক্ষক অন্য আকারেরও হতে পারে, $\Phi x \vee \Psi x$, $\Phi x . \Psi x$, $\Phi x . \sim \Psi x$, $\Phi x \supset \sim \Psi x$, ইত্যাদি। এই সবগুলোই বোঝাতে পারে এমন একটি প্রতীক বচনাপেক্ষকের জন্য গ্রহণ করা দরকার। যে কোন বচনাপেক্ষকে অন্তত একটি মুক্ত $x$ থাকলেই তাকে আমরা $\Phi x$ প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করব। $\Phi x$ নীচের যে কোন বচনাপেক্ষককে বোঝাবে,

$$Mx,\ Mx . Nx,\ \sim Mx \vee Ax,\ Aa \supset Mx,$$
$$(Ax \vee S'x) \supset Sx, \text{ ইত্যাদি।}$$

এবার আমরা সার্বিক নিদর্শন বিধির প্রতীকীরূপ দিতে পারি,[1]

$$\frac{(x)\ \Phi x}{\therefore\ \Phi \nu}$$ ( $\nu$-কে যে কোন ব্যক্তিপ্রতীক ধরে )

[ $\Phi x$ এতে $x$-এর সব অবস্থানক্ষেত্রে $\nu$ সংস্থাপন করতে হবে । ]

(2) **সার্বিক সামান্যীকরণ** । নীচের বচনটি দেখুন,

(1) যদি রাম ও শ্যাম অংশীদার হয়, তবে তাদের অংশীদারী সংস্থার যাবতীয় ঋণের জন্য রাম ও শ্যাম যৌথভাবে দায়ী থাকবে,

এই বচনের নামগুলো কোন ব্যক্তিবিশেষের নাম নয়, বচনটির অর্থ,

(1) (ক) যদি যে কোন দুই ব্যক্তি একটি অংশীদারী সংস্থা গঠন করে, তবে অংশীদারী সংস্থার যাবতীয় ঋণের জন্য ঐ দুই ব্যক্তি যৌথভাবে দায়ী থাকবে,

অর্থাৎ "রাম" ও "শ্যাম" নাম দুটি প্রকৃত নাম নয়, যে কোন দুজন ব্যক্তি বোঝাবার জন্য ব্যবহৃত একপ্রকার অবিশেষ নাম । বচনটি "রাম", "শ্যাম" সম্পর্কে যেমন সত্য, "যদু", "মধু" সম্পর্কেই তেমনি সত্য । অথচ, "রাম", "শ্যাম" ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীকও নয়, কারণ তা হলে (1) বচন না হয়ে বচনাপেক্ষক হত । কিন্তু (1) একটি বচন, বচনাপেক্ষক নয় । আসলে এই বচনে "রাম", "শ্যাম" অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত দুটি ব্যক্তি, অর্থাৎ যে কোন দুই ব্যক্তি ।

নীচের ন্যায়টি দেখুন,

সব মানুষ ( হয় ) নশ্বর,
সব গ্রীক ( হয় ) মানুষ,

---

∴ সব গ্রীক ( হয় ) নশ্বর ।

প্রতীকীরূপে,

$$(x)\ (Mx \supset Nx)$$
$$(x)\ (Gx \supset Mx)$$

---

$$\therefore\ (x)\ (Gx \supset Nx)$$

---

1 এখানে ন্যায়াকার ও অনুমানবিধি পৃথক করে দেখান হচ্ছে না ।

যদি একটি ব্যক্তিধ্রুবক ব্যবহার করে যুক্তিবচন দুটির উপর UI প্রয়োগ করা হয়, তবে ন্যায়টি দাঁড়াবে,

$$Ms \supset Ns$$
$$Gs \supset Ms$$

$$\therefore\ Gs \supset Ns$$

কিন্তু, $Gs \supset Ns$ থেকে $(x)\ (Gx \supset Nx)$ পাব কি করে? একজন ব্যক্তি সম্বন্ধে যা সত্য তা যে কোন ব্যক্তি সম্বন্ধেও সত্য, এ কথা বলার উপায় কি? উপায়, যদি ঐ ব্যক্তি অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত কেউ হয়। জ্যামিতিতে একটি ত্রিভুজ এঁকে তার তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান প্রমাণ করে তারপর বলা হয়, অতএব, যে কোন ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান। সার্বিক জ্যামিতিক সিদ্ধান্তের ভিত্তি, যা একটি অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ত্রিভুজ সম্বন্ধে সত্য, তা সব ত্রিভুজ সম্বন্ধে সত্য। কোন অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ত্রিভুজ সম্পর্কে ত্রিভুজটি সমবাহু, সমদ্বিবাহু বা অসমবাহু, সমকোণী, সূক্ষ্মকোণী বা স্থূলকোণী, কিছুই বলা চলে না, কিন্তু বলা চলে, এর তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান, কারণ, এখানে অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ত্রিভুজের একমাত্র ত্রিভুজত্বই অঙ্গীকার করে নেওয়া হচ্ছে, তার অন্য কোন বৈশিষ্ট্য অঙ্গীকার করে নেওয়া হচ্ছে না। অনুরূপভাবে, একজন অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ব্যক্তি সম্বন্ধে তিনি গ্রীক বা ভারতীয়, দার্শনিক বা মুমুক্ষু, দীর্ঘদেহ বা খর্বদেহ, কিছুই বলা চলে না, কিন্তু বলা চলে, তিনি নশ্বর। আপাতত আমরা যে কোন একটি অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ব্যক্তির স্থলে $y$ বর্ণটি প্রতীক হিসেবে ব্যবহার করব। $(x)\ \Phi x$ থেকে $\Phi y$ বৈধভাবেই নিঃসৃত হয়, কারণ যা সব ব্যক্তি সম্বন্ধে সত্য তা অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত যে কোন ব্যক্তি সম্বন্ধেও সত্য। আবার, $\Phi y$ থেকে $(x)\ \Phi x$ বৈধভাবে অনুমান করা যাবে, কারণ যা যে কোন একটি অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ব্যক্তি সম্বন্ধে সত্য তা সব ব্যক্তি সম্বন্ধে সত্য। কিন্তু যদি ব্যক্তিধ্রুবক ব্যবহার করে $(x)\ \Phi x$ থেকে UI দ্বারা $\Phi a$ আনয়ন করি, তবে $\Phi a$ থেকে পুনরায় $(x)\ \Phi x$ অনুমান করা সম্ভব হবে না, কারণ $a$ একটি নির্দিষ্ট ব্যক্তিনামের প্রতীক। $\Phi a$ বললে বোঝাবে, কোন বিশেষ ব্যক্তির $\Phi$ গুণ আছে, বোঝাবে না, যে কোন অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ব্যক্তির $\Phi$ গুণ আছে। $y$ বর্ণটি

ঐ প্রকার অবিশেষ নামের প্রতীক বলেই $y$ এর ব্যবহার মাণক ছাড়াই বচনের সার্বিকত্ব প্রকাশ করতে পারে, এবং $\Phi y$ থেকে $(x) \Phi x$ বৈধভাবে অনুমান করা যেতে পারে। $\Phi a$ ও $\Phi y$ দুইই $(x) \Phi x$ এর দৃষ্টান্ত বচন, এবং এর থেকে অনুমেয়। UI বিধিতে $y$ প্রতীক $a$-ও বোঝাতে পারে, $y$-ও বোঝাতে পারে।

সার্বিক সামান্যীকরণ বিধির প্রতীকীরূপ,

$$\frac{\Phi y}{\therefore \ (x) \Phi x}$$

( $y$ কে যে কোন একটি অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত ব্যক্তির প্রতীক ধরে )

এই বিধির প্রয়োগ প্রণালী এক কথায় বলা যায়, $y$ অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত বক্তির প্রতীক হলে, $\Phi y$ বচনাপেক্ষক থেকে তার সার্বিক মাণকবদ্ধ বচন বা সূত্র অনুমান করা যায়। এই বিধির সাহায্যে সার্বিক মাণকবদ্ধ সামান্য বচন অনুমান করা হয় বলে একে সার্বিক সামান্যীকরণ বিধি বলে। এর সংক্ষিপ্ত ইংরেজী নাম UG ( U—Universal, সার্বিক, G—Generalization, সামান্যীকরণ )।

এবার উপরের ন্যায়টির প্রমাণ গঠন করা যাক,

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)(Mx \supset Nx)$ | |
| (2) | $(x)(Gx \supset Mx)$ | $/\therefore \ (x)(Gx \supset Nx)$ |
| (3) | $My \supset Ny$ | 1, UI |
| (4) | $Gy \supset My$ | 2, UI |
| (5) | $Gy \supset Ny$ | 4, 3, H.S. |
| (6) | $(x)(Gx \supset Nx)$ | 5, UG |

**সত্তাসামান্যীকরণ।** আমরা জানি, বচনাপেক্ষকের সত্তামাণকবদ্ধকরণ সত্য হবে, যদি এবং কেবল যদি তার অন্তত একটিও দৃষ্টান্ত বচন সত্য হয়। অর্থাৎ, যদি জানি, কোন বিশেষ ব্যক্তির একটি গুণ আছে, তবে বলতে পারি, কোন কোন ব্যক্তির ঐ গুণ আছে। যদি জানি "সক্রেটিস দার্শনিক" বা $Ds$ সত্য, তবে বলতে পারি। "কোন কোন ব্যক্তি দার্শনিক" বা $(\exists x) Dx$। সুতরাং, আমাদের তৃতীয় অনুমানবিধি হচ্ছে, কোন বচনাপেক্ষকের কোন একটি দৃষ্টান্ত বচন সত্য হলেই ঐ

বচনাপেক্ষকের সত্তামাণকবদ্ধ বচন বা সূত্র অনুমান করা যেতে পারে। এই বিধির সাহায্যে সত্তামাণকবদ্ধ সামান্য বচন অনুমান করা হয় বলে একে সত্তাসামান্যীকরণ বলে। এর সংক্ষিপ্ত ইংরেজী নাম EG (E—Existential, সত্তা (সূচক), G—Generalization, সামান্যীকরণ)। এর প্রতীকীরূপ,

$$\frac{\Phi y}{\therefore\ (\exists x)\ \Phi x}$$

(*y* কে যে কোন ব্যক্তি প্রতীক ধরে)

(৭) **সত্তা নিদর্শন।** গোয়েন্দা কাহিনীতে আমরা পড়ি, হত্যাকারী হাতে দস্তানা পরে এসেছিল, জানালার গরাদে ফাঁক করে ঘরে ঢুকে যদুবাবুকে তাঁরই পিস্তল দিয়ে গুলি করে ঘরের দরজা খুলে বেরিয়ে সিঁড়ি দিয়ে নেমে যায়। এখানে কোন একজন লোক সম্বন্ধে কিছু বলা হচ্ছে, কিন্তু জানা নেই লোকটি কে, শুধু জানা আছে, সে আছে এবং হত্যাকারী। অনেক সময় আমরা বলি, ঐ যে সেদিন পার্টিতে যিনি আমার ডানদিকে বসেছিলেন, কি যেন তাঁর নাম? এই "কি যেন তাঁর নাম" ও আগের "রাম", "শ্যামের" মধ্যে পার্থক্য বিশেষভাবে অনুধাবনীয়। "রাম", "শ্যাম" যে কোন ব্যক্তি, এগুলোকে সামান্য অবিশেষ নাম বলা যায়। কিন্তু "কি যেন তাঁর নাম" কোন এক বিশেষ ব্যক্তি, যে কোন ব্যক্তি নয়। সুতরাং "কি যেন তাঁর নাম" বোঝাতে *y* প্রতীকবর্ণ ব্যবহার করা চলবে না, কারণ *y* অবিশেষ নামের প্রতীক হলেও কোন ব্যক্তিবিশেষের নামের প্রতীক নয়, অপরিকল্পিতভাবে নির্বাচিত যে কোন ব্যক্তির নামের প্রতীক। "কি যেন তাঁর নাম" ব্যক্তিবিশেষের নামের স্থলে ব্যবহৃত হয়েছে।

যিনি আমার পাশে বসেছিলেন, কি যেন তাঁর নাম,

বচনের অর্থ,

একজন কেউ আছেন, যিনি আমার পাশে বসেছিলেন,

প্রতীকীরূপে,

$$(\exists x)\ Bx$$

"কি যেন তাঁর নাম" লোকটিকে একটি ব্যক্তিধ্রুবক দ্বারা নির্দেশ করতে হবে, অথচ তাঁর নামটাই জানা নেই যে আদ্যক্ষরটি ব্যক্তিধ্রুবক হিসেবে ব্যবহার করব, শুধু জানা আছে, তিনি ঐদিন আমার পাশে বসেছিলেন।

এরূপ ক্ষেত্রে আমরা *w* অক্ষরটি ঐ "কি যেন তাঁর নাম" লোকটির নামের স্থলে ব্যক্তিধ্রুবক হিসেবে ব্যবহার করব। সুতরাং, আমরা অনুমান করতে পারি,

$$\frac{(\exists x)\ Bx}{\therefore\ Bw}$$

*w* কে? না, যিনি আমার পাশে বসেছিলেন।

এবার আমরা চতুর্থ ও শেষ অনুমানবিধিটি এভাবে উপস্থাপিত করতে পারি। কোন সত্তামাণকবদ্ধ বচন কোন ব্যক্তির সত্তা ঘোষণা করে। বচনবর্ণিত কোন একজন ব্যক্তি আছে, এইটুকুই শুধু জানি, $(\exists x)\ \Phi x$। ব্যক্তিনাম গ্রাহকপ্রতীকের স্থলে *ν* কে ব্যক্তিধ্রুবকরূপে ব্যবহার করে, সত্তামাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক $(\Phi x)$ থেকে *ν* সম্পর্কে তার একটি দৃষ্টান্তবচন অনুমান করা যায়, $\Phi \nu$।

$$\frac{(\exists x)\ \Phi x}{\therefore\ \Phi \nu}$$

এই বিধি দ্বারা সত্তামাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক থেকে দৃষ্টান্ত বচনের অনুমান অনুমোদিত হয় বলে একে সত্তানিদর্শন বিধি বলে। এর সংক্ষিপ্ত ইংরেজী নাম EI ( E—Existential, সত্তা ( সূচক ), I—Instantiation, নিদর্শন )।

এই বিধির প্রয়োগে একটি শর্ত পালন করতে হবে, কখনও লঙ্ঘন করা চলবে না। শর্তটি এই, একই ন্যায়ে *w* কে দুবার EI দ্বারা উপস্থাপিত করা চলবে না। *w* একটি ব্যক্তিধ্রুবক, একবার EI দ্বারা উপস্থাপিত হয়ে থাকলে একটি বিশেষ ব্যক্তির নামের প্রতীক হিসেবে ইতঃপূর্বেই ব্যবহৃত হয়েছে। সুতরাং আর একবার আর একটি ব্যক্তির নামের প্রতীক হিসেবে একই ন্যায়ে EI দ্বারা উপস্থাপিত হতে পারবে না। ব্যক্তিধ্রুবক হওয়ায় *w* একই ন্যায়ে একাধিকবার EI দ্বারা অনুমোদিত হয় না।

E I এর প্রতীকীরূপ,

$$\frac{(\exists x)\ \Phi x}{\therefore\ \Phi \nu}$$

( *ν*-কে EI দ্বারা পূর্বে অনুপস্থাপিত একটি ব্যক্তিধ্রুবক ধরে )

শর্ত ভঙ্গ করে E I-এর অবৈধ প্রয়োগ করলে সত্য যুক্তিবচন থেকে স্বতোমিথ্যা সিদ্ধান্ত আনয়ন খুব সহজ হয়।

একজন কেউ (হয়) ধনী,
একজন কেউ (হয়) দরিদ্র,

∴ একজন কেউ (হয়) ধনী ও দরিদ্র।

প্রমাণ,

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(\exists x)\, Dx$ | |
| (2) | $(\exists x) \sim Dx$ | $/\therefore\ (\exists x)\,(Dx \,.\, \sim Dx)$ |
| (3) | $Dw$ | 1, E I |
| (4) | $\sim Dw$ | 2, E I (অবৈধ) |
| (5) | $Dw \,.\, \sim Dw$ | 3, 4, Conj. |
| (6) | $(\exists x)\,(Dx \,.\, \sim Dx)$ | 5, EG |

ন্যায়টি অবৈধ, কারণ ধনী ব্যক্তি ও দরিদ্র ব্যক্তি, অর্থাৎ D *w* এর *w* ব্যক্তি ও ~ D *w* এর *w* ব্যক্তি একই ব্যক্তি না হওয়াই তো সম্ভব। কিন্তু *w* এর সাহায্যে দুবার EI প্রয়োগ করার অর্থ, এই দুই ব্যক্তি একই ব্যক্তি এরূপ অঙ্গীকার করা, যার কোন ভিত্তি নেই।

প্রাচীন ন্যায়ের একটি অবৈধ মূর্তি ধরুন,

কোন কোন মানুষ (হয়) শ্বেতবর্ণ,
কোন কোন ভল্লুক (হয়) শ্বেতবর্ণ,

∴ কোন কোন মানুষ (হয়) ভল্লুক।

EI-এর অবৈধ প্রয়োগ করলে প্রদত্ত যুক্তিবচন থেকে সিদ্ধান্ত প্রমাণ করা যায়।

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(\exists x)\,(Mx \,.\, Sx)$ | |
| (2) | $(\exists x)\,(Bx \,.\, Sx)$ | $/\therefore\ (\exists x)\,(Mx \,.\, Bx)$ |
| (3) | $Mw \,.\, Sw$ | 1, E I |
| (4) | $Bw \,.\, Sw$ | 1, E I (অবৈধ) |
| (5) | $Mw$ | 3, Simp. |
| (6) | $Bw$ | 4, Simp. |
| (7) | $Mw \,.\, Bw$ | 5, 6, Conj. |
| (8) | $(\exists x)\,(Mx \,.\, Bx)$ | 7, EG |

EI প্রয়োগের শর্তটি এই প্রকার ভুল প্রমাণ নিবারণের উদ্দেশ্যে আরোপিত হয়েছে। শ্বেতবর্ণ মানুষ ও শ্বেতবর্ণ ভল্লুক দুই ব্যক্তি হতে পারে বলেই ন্যায়টি অবৈধ।

এবার শেষ দুটি নিয়মের বৈধ প্রয়োগের দৃষ্টান্ত দেখা যাক্।

সব কুকুর (হয়) মাংসাশী,
কোন কোন জন্তু (হয়) কুকুর,

∴ কোন কোন জন্তু (হয়) মাংসাশী।

প্রমাণ,

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) | $(x)(Kx \supset Mx)$ | | |
| (2) | $(\exists x)(Jx \,.\, Kx)$ | /∴ | $(\exists x)(Jx \,.\, Mx)$ |
| (3) | $Jw \,.\, Kw$ | | 2, E I |
| (4) | $Kw \,.\, Jw$ | | 3, Com. |
| (5) | $Kw$ | | 4, Simp. |
| (6) | $Kw \supset Mw$ | | 1, U I |
| (7) | $Mw$ | | 6, 5, M.P. |
| (8) | $Jw$ | | 3, Simp. |
| (9) | $Jw \,.\, Mw$ | | 8, 7, Conj. |
| (10) | $(\exists x)(Jx \,.\, Mx)$ | | 9, EG |

মাণকনিয়ামক অনুমানবিধির সঙ্গে প্রাকল্পিক প্রমাণবিধির প্রয়োগ করা যেতে পারে।

সব সৎ-স্বভাব ও স্ত্রী-অনুরাগী স্বামী বৈকালিক চা-পানের জন্য গৃহ প্রত্যাবর্তনকারী ও স্ত্রীর আজ্ঞানুবর্তী হয়।

∴ সব সৎ স্বভাব স্বামী স্ত্রীর আজ্ঞানুবর্তী হয়।

অভিধান,

$Sx$ # $x$ (হয়) সৎস্বভাব স্বামী
$Ax$ # $x$ (হয়) স্ত্রী-অনুরাগী স্বামী
$Cx$ # $x$ (হয়) বৈকালিক চা-পানের জন্য গৃহপ্রত্যাবর্তনকারী স্বামী
$Bx$ # $x$ (হয়) স্ত্রীর আজ্ঞানুবর্তী স্বামী

প্রমাণ

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)\,[(Sx \vee Ax) \supset (Cx \,.\, Bx)]$ | $/\therefore\ (x)\,(Sx \supset Bx)$ |
| →(2) | $Sy$ | |
| (3) | $(Sy \vee Ay) \supset (Cy \,.\, By)$ | 1, U I |
| (4) | $Sy \vee Ay$ | 2, Add. |
| (5) | $Cy \,.\, By$ | 3, 4 M.P. |
| (6) | $By \,.\, Cy$ | 5 Com. |
| (7) | $By$ | 6 Simp. |
| (৮) | $Sy \supset By$ | 2—7, C.P. |
| (9) | $(x)\,(Sx \supset Bx)$ | 8, UG |

আর একটি,

সব অধ্যাপক ( হয় ) পণ্ডিত,
সব পণ্ডিত অধ্যাপক ( হয় ) অন্যমনস্ক,

∴ সব অধ্যাপক ( হয় ) পণ্ডিত ও অন্যমনস্ক ।

অভিধান $Mx$ # $x$ ( হয় ) অন্যমনস্ক

প্রমাণ,

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)\,(Ax) \supset Px)$ | |
| (2) | $(x)\,[(Px \,.\, Ax) \supset Mx]$ | $/\therefore\ (x)\,[Ax \supset (Px . Mx)]$ |
| (3) | $Ay \supset Py$ | 1, U I |
| (4) | $(Py \,.\, Ay) \supset My$ | 2, U I |
| →(5) | $Ay$ | |
| (6) | $Py$ | 3, 5, M.P. |
| (7) | $Py \,.\, Ay$ | 6, 5, Conj. |
| (8) | $My$ | 4, 7, M.P. |
| (9) | $Py \,.\, My$ | 6, 8, Conj. |
| (10) | $Ay \supset (Py \,.\, My)$ | 5—9, C.P. |
| (11) | $(x)\,[Ax \supset (Px \,.\, Mx)]$ | 10, UG |

[illegible]

(1) এই বিধিগুলো কেবল সমগ্র পঙক্তির উপর প্রযোজ্য ।
(2) কোন মাণকের আগে নিষেধক চিহ্ন "~" থাকবে না ।
(3) একই অনুমানে U I ও E I প্রয়োগ করতে হলে আগে E I প্রয়োগ করতে হবে ।

## 5.10 অবৈধতা প্রমাণ

প্রদত্ত ন্যায়ের অবৈধতা প্রমাণের উদ্দেশ্যে বাচনিক ন্যায়ে আমরা কয়েকটি পদ্ধতি অবলম্বন করেছি। মাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক সহযোগে গঠিত ন্যায়ের অবৈধতা প্রমাণের উদ্দেশ্যে সংক্ষিপ্ত সত্যসারণী কৌশলের অনুরূপ একটি পদ্ধতি এখানে দেখানো হবে। ন্যায় অবৈধ হবে, যদি এমনভাবে উপাদান বচনের মানশর্ত নিবেশন সম্ভব হয় যে যুক্তিবচন সত্য কিন্তু সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়। মাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষকের বেলায় কি ভাবে ঐ কৌশলটি প্রয়োগ করা যেতে পারে, তাই এবার দেখান হবে।

প্রথমে আমরা একটি অঙ্গীকার করব যে, জগতে অন্ততপক্ষে একটি ব্যক্তি আছে। দুইটি, তিনটি, ...., $k$-সংখ্যক ব্যক্তি থাকলেও এই অঙ্গীকার পূর্ণ হয়। ধরা যাক্, জগতে একটি মাত্র ব্যক্তি আছে, তার নাম "অজয়"। এই প্রকার জগতে

সব ব্যক্তি ( হয় ) নশ্বর,

এবং অজয় ( হয় ) নশ্বর,

এই দুটি বচন ন্যায়তঃ সমমান হবে, কারণ এই জগতে অজয় একমাত্র ব্যক্তি যে নশ্বর হতে পারে। দ্বিতীয় বচনটি প্রথম বচনের একমাত্র দৃষ্টান্ত বচন। আবার, এই জগতে

কোন কোন ব্যক্তি ( হয় ) নশ্বর,

এবং অজয় ( হয় ) নশ্বর,

এই দুটি বচনও একই কারণে ন্যায়তঃ সমমান হবে। সূত্রাকারে,

$$(x)\,\Phi x \equiv \Phi a$$
$$(\exists x)\,\Phi x \equiv \Phi a$$

সুতরাং, $(x)\,\Phi x \equiv (\exists x)\,\Phi x$

যদি জগতে দুইটি ব্যক্তি থাকে, এবং তাদের নাম যথাক্রমে "অজয়" ও "বিজয়" হয়, তবে

সব ব্যক্তি ( হয় ) নশ্বর,

এবং অজয় ও বিজয় ( হয় ) নশ্বর,

এই দুইটি বচন ন্যায়তঃ সমমান, কারণ কেবল অজয় ও বিজয় এই দুই ব্যক্তি এই জগতের বাসিন্দা। "অজয় ( হয় ) নশ্বর" ও "বিজয় ( হয় ) নশ্বর", কেবল এই দুটি বচনই "সব ব্যক্তি ( হয় ) নশ্বর" বচনের দৃষ্টান্ত বচন। আবার

কোন কোন ব্যক্তি ( হয় ) নশ্বর,
এবং অজয় বা বিজয় ( হয় ) নশ্বর,

এই দুটি বচনও ন্যায়তঃ সমমান, কারণ, কোন কোন ব্যক্তি নশ্বর হবে, যদি এবং কেবল যদি অজয় ও বিজয়ের মধ্যে অন্তত একজন নশ্বর হয়। সূত্রাকারে,

$$(x)\,\Phi x \equiv \Phi a \,.\, \Phi b$$
$$(\exists x)\,\Phi x \equiv \Phi a \vee \Phi b$$

যে জগতে একাধিক বাসিন্দা আছে, সে জগতে $(x)\,\Phi x$ ও $(\exists x)\,\Phi x$ ন্যায়তঃ সমমান নয়। যদি জগতে $k$-সংখ্যক বাসিন্দা থাকে, তবে

$$(x)\,\Phi x \equiv (\Phi a \,.\, \Phi b \,.\, \ldots \,.\, \Phi k)$$
$$(\exists x)\,\Phi x \equiv (\Phi a \vee \Phi b \vee \ldots \vee \Phi k)$$

সার্বিকমাণক ও সত্তামাণকের ধারণা থেকেই এই বচনগুলোর সমমানতা পরিস্ফুট হয়। যার ব্যক্তিসংখ্যা অন্তত একটি কিন্তু অনন্ত নয়, এমন যে কোন সম্ভাব্য জগতের ক্ষেত্রে, যে কোন সামান্য বচন ব্যক্তিসংখ্যার সমসংখ্যক বিশিষ্ট উপাদানবচন গঠিত একটি সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচনের সমমান। সুতরাং, এইরূপ জগতের ক্ষেত্রে যে কোন মাণকবদ্ধ বচনাপেক্ষক সহযোগে গঠিত ন্যায়, বিশিষ্ট উপাদান বচন ও তাদের সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচনের সহযোগে গঠিত একটি ন্যায়ের সমমান। মাণক গঠিত ন্যায় বৈধ হবে, যদি এবং কেবল যদি বিশিষ্ট উপাদান বচনের সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচন গঠিত সমমান ন্যায়টি এইরূপ সমস্ত সম্ভাব্য জগতের ক্ষেত্রে বৈধ হয়। মাণকগঠিত ন্যায় অবৈধ হবে, যদি এবং কেবল যদি এমন একটিও সম্ভাব্য জগতের নমুনা দেখান যায়, যে জগতে এক বা একাধিক ব্যক্তি আছে ( কিন্তু অনন্তসংখ্যক নয় ) এবং যার ক্ষেত্রে ঐ ন্যায়টির সমমান সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচন গঠিত ন্যায়টি অবৈধ। কোন মাণকগঠিত ন্যায়ের অবৈধতা প্রমাণ করতে হলে নমুনা জগতের ব্যক্তিসংখ্যা অনুযায়ী প্রথমে তাকে সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচন গঠিত ন্যায়ে রূপান্তরিত করতে হবে, এবং তারপর এমনভাবে বিশিষ্ট উপাদান বচনগুলোর মানশর্ত নিবেশন করতে হবে যাতে যুক্তিবচন সত্য অথচ সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়। একটি ন্যায় নিন,

সব দেবতা ( হয় ) জ্ঞানী,
সব মানুষ ( হয় ) জ্ঞানী,

∴ সব মানুষ ( হয় ) দেবতা।

প্রতীকীরূপে,

$$(x)(Dx \supset Jx)$$
$$(x)(Mx \supset Jx)$$
$$\therefore\ (x)(Mx \supset Dx)$$

একটি মাত্র ব্যক্তি আছে এমন জগতের ক্ষেত্রে মাণকগঠিত ন্যায়টি

$$Da \supset Ja$$
$$Ma \supset Ja$$
$$\therefore\ Ma \supset Da$$

বিশিষ্ট উপাদান বচনের সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচন গঠিত এই ন্যায়ের সমমান। ন্যায়টি অবৈধ, কারণ, $Ma$ ও $Ja$ সত্য, $Da$ মিথ্যা হলে যুক্তিবচন দুটিই সত্য কিন্তু সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়। মানশর্ত নিবেশন করা আর প্রকারান্তরে আমাদের নমুনা জগতের (যে জগতে ন্যায়টি অবৈধ) বর্ণনা দেওয়া একই কথা। মানশর্ত নিবেশনে করে আমরা বললাম, আমাদের নমুনা জগতের একমাত্র বাসিন্দা $a$ মানুষ ও জ্ঞানী, কিন্তু দেবতা নয়। মাণকগঠিত মূল ন্যায় এক ব্যক্তি অধ্যুষিত জগতের ক্ষেত্রে বৈধ নয়, সুতরাং অবৈধ।

এখানে মাণকগঠিত ন্যায়ের অবৈধতা প্রমাণে আমরা মাণকনিয়ামক বিধির সাহায্য নিচ্ছি না, কারণ আমরা $(x)(Dx \supset Jx)$ থেকে UI প্রয়োগ করে $Da \supset Ja$ অনুমান করছি না। আমরা শুধু $(x)(Dx \supset Jx)$ কে $Da \supset Ja$ তে রূপান্তরিত করছি, কারণ যে জগতে একটিমাত্র ব্যক্তি, $a$, আছে, সেই জগতের ক্ষেত্রে $Da \supset Ja$ "$Dx \supset Jx$" বচনাপেক্ষকের একমাত্র দৃষ্টান্ত বচন, অর্থাৎ এই দুটি ন্যায়তঃ সমমান।

মাণকগঠিত কোন ন্যায় একব্যক্তি অধ্যুষিত জগতের ক্ষেত্রে বৈধ হয়েও একাধিক ব্যক্তি অধ্যুষিত জগতের ক্ষেত্রে অবৈধ হতে পারে। যেমন,

কোন কোন মানুষ (হয়) জ্ঞানী,
সব দেবতা (হয়) জ্ঞানী,

∴ সব দেবতা (হয়) মানুষ।

প্রতীকীরূপে,

$$(\exists x)(Mx \,.\, Jx)$$
$$(x)(Dx \supset Jx)$$
$$\therefore\ (x)(Dx \supset Mx)$$

একটি মাত্র ব্যক্তি, $a$, আছে এমন জগতের ক্ষেত্রে মাণকগঠিত ন্যায়

$$Ma \,.\, Ja$$
$$Da \supset Ja$$
$$\therefore\ Da \supset Ma$$

এই ন্যায়ের সমমান। ন্যায়টি বৈধ, কারণ, সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে হলে $Da$ সত্য, $Ma$ মিথ্যা হতে হবে। কিন্তু প্রথম যুক্তিবচন সত্য হতে হলে $Ma$ সত্য হতে হবে। $Ma$ এর বিরুদ্ধ মান নিবেশন না করলে ন্যায়টি অবৈধ হয় না, সুতরাং ন্যায় বৈধ।

কিন্তু বিশেষ একটি জগতের ক্ষেত্রে কোন ন্যায় বৈধ হলেই তাকে বৈধ বলা চলে না। কোন ন্যায়কে বৈধ প্রমাণ করতে শুধু এইটুকু দেখালেই চলে না যে, কোন বিশেষ একটি জগতের ক্ষেত্রে যুক্তিবচন সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা এরূপ হওয়া সম্ভব নয়, দেখাতে হবে, কোন জগতের ক্ষেত্রেই এরূপ হওয়া সম্ভব নয়। দুই ব্যক্তি, $a$, $b$, অধ্যুষিত জগতের ক্ষেত্রে মাণকগঠিত ন্যায়

$$(Ma \,.\, Ja) \vee (Mb \,.\, Jb)$$
$$(Da \supset Ja) \,.\, (Db \supset Jb)$$
$$\therefore\ (Da \supset Ma) \,.\, (Db \supset Mb)$$

এই ন্যায়ের সমমান। $Da$, $Db$, $Ja$, $Jb$, ও $Mb$ সত্য এবং $Ma$ মিথ্যা হলে যুক্তিবচন দুটি সত্য কিন্তু সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়। মূল ন্যায়টি অবৈধ, কারণ এটি সমস্ত সম্ভাব্য জগতের ক্ষেত্রে বৈধ নয়।

EI এর অবৈধ প্রয়োগের দ্বিতীয় দৃষ্টান্তটি ধরুন,

$$(\exists x)(Mx \,.\, Sx)$$
$$(\exists x)(Bx \,.\, Sx)$$
$$\therefore\ (\exists x)(Mx \,.\, Bx)$$

একটি মাত্র ব্যক্তি, *a*, আছে এমন জগতের ক্ষেত্রে ন্যায়টি দাঁড়ায়,

$$Ma \,.\, Sa$$
$$Ba \,.\, Sa$$
$$\therefore\ Ma \,.\, Ba$$

অর্থাৎ যদি এই ব্যক্তি, *a*, একাধারে মানুষ, ভল্লুক ও শ্বেতবর্ণ হয়, তবে ন্যায় বৈধ। কিন্তু দুই ব্যক্তি, *a*, *b*, অধ্যুষিত জগতের ক্ষেত্রে ন্যায়টি দাঁড়াবে,

$$(Ma \,.\, Sa)\ v\ (Mb \,.\, Sb)$$
$$(Ba \,.\, Sa)\ v\ (Bb \,.\, Sb)$$
$$\therefore\ (Ma \,.\, Ba)\ v\ (Mb \,.\, Bb)$$

*Sa*, *Sb*, *Ma*, *Bb* সত্য এবং *Mb*, *Ba* মিথ্যা হলে, অর্থাৎ *a* যদি মানুষ হয় কিন্তু ভল্লুক না হয়, এবং *b* যদি ভল্লুক হয় কিন্তু মানুষ না হয়, তবে *a* ও *b* উভয়েই শ্বেতবর্ণ হলেও যুক্তিবচন সত্য কিন্তু সিদ্ধান্ত মিথ্যা হবে। মূল ন্যায় অবৈধ, কারণ সমস্ত সম্ভাব্য জগতের ক্ষেত্রে বৈধ নয়।

আর একটি ন্যায় নিন,

সব ভেড়া (হয়) নিরীহ,
কোন কোন জন্তু (হয়) নিরীহ,
কোন কোন জন্তু নিরীহ নয়,

∴ সব ভেড়া (হয়) জন্তু।

প্রতীকীরূপে,

$$(x)\ (Bx \supset Nx)$$
$$(\exists x)\ (Jx \,.\, Nx)$$
$$(\exists x)\ (Jx \,.\, \sim Nx)$$
$$\therefore\ (x)\ (Bx \supset Jx)$$

তিন ব্যক্তি, *a*, *b*, *c*, অধ্যুষিত জগতের ক্ষেত্রে এই ন্যায় দাঁড়াবে,

$$(Ba \supset Na) \,.\, (Bb \supset Nb) \,.\, (Bc \supset Nc)$$
$$(Ja \,.\, Na)\ v\ (Jb \,.\, Nb)\ v\ (Jc \,.\, Nc)$$
$$(Ja \,.\, \sim Na)\ v\ (Jb \,.\, \sim Nb)\ v\ (Jc \,.\, \sim Nc)$$
$$\therefore\ (Ba \supset Ja) \,.\, (Bb \supset Jb) \,.\, (Bc \supset Jc)$$

*Ba*, *Bc*, *Na*, *Nc*, *Jb*, *Jc*, সত্য এবং *Bb*, *Nb*, *Ja* মিথ্যা হলে যুক্তিবচন সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়। সুতরাং মূল ন্যায় অবৈধ।

# অনুশীলনী

## 1[1]

1 (ক) ন্যায়ের একটি সংজ্ঞা দিন, এবং ন্যায় নয় এরূপ বচন সমষ্টি থেকে ন্যায়ের পার্থক্য বুঝিয়ে দিন।

(খ) যে কোন লেখা বা বক্তৃতা থেকে যুক্তি দ্বারা সমর্থিত কয়েকটি বক্তব্য বার করুন, এবং ন্যায়রূপে প্রকাশ করুন।

2 বাক্য ও বচনের পার্থক্য বুঝিয়ে দিন।

3 "ন্যায়ের বৈধতা আকারগত।" ব্যাখ্যা করে বুঝিয়ে দিন।

4 (ক) যে কোন বই থেকে কয়েকটি বচন সংগ্রহ করুন। সেগুলো ... পদ, বা যৌগিক বচন (প্রাকল্পিক, বৈকল্পিক বা অন্য প্রকারের) হলে অন্তর্গত বচন, বন্ধনীর মধ্যে রেখে আকারটি পৃথক করে দেখান।

(খ) বিষয়জ্ঞাননিরপেক্ষ আকারগত অবরোহণের ধারণা দৃষ্টান্তের সাহায্যে বুঝিয়ে দিন।

5 ন্যায়শাস্ত্রকে কি অর্থে বিমূর্ত বিজ্ঞান বলা হয়?

6 (ক) ন্যায়শাস্ত্র কি আমাদের অনুমানকুশলতা বাড়াতে পারে? ন্যায়শাস্ত্রপাঠের উপযোগিতা কি?

(খ) ন্যায়শাস্ত্রকে কি অর্থে আদর্শনিষ্ঠ বিজ্ঞান বলা হয়?

(গ) ন্যায়শাস্ত্রকে চিন্তার নিয়ামক বিজ্ঞান বলা চলে কি?

(ঘ) ন্যায়শাস্ত্রের একটি উপযুক্ত সংজ্ঞা দিন। কি অর্থে একে সব বিজ্ঞানের সেরা বিজ্ঞান বলা যায়?

7 ন্যায়শাস্ত্র ও মনোবিদ্যার দৃষ্টিভঙ্গীর মধ্যে পার্থক্যটি বুঝিয়ে দিন।

8 ন্যায়শাস্ত্রে প্রতীক ব্যবহারের উপযোগিতা কি? দৃষ্টান্ত সহযোগে বুঝিয়ে দিন।

---

1 এই ক্রমিক সংখ্যাগুলো অধ্যায় সূচিত করে। অনুশীলনীর বাঁ দিকের অঙ্ক অনুচ্ছেদসংখ্যা সূচিত করে।

৭ (ক) বাচনিক ন্যায় কাকে বলে ?

(খ) "গঙ্গা যদি মহাদেবের জটার মধ্যে আট্‌কে না থাকতেন, তবে ভগীরথ তাকে মর্ত্যে আনলেন কোথা থেকে ?" যুক্তিটি বিচার করুন।

(গ) শ্যামবাবু যদি অহিংসপন্থী হন, তবে যদি তিনি মাছ খান তবে মাংস খাবেন না, এবং যদি মাংস খান তবে শিকার করবেন না ; শ্যামবাবু মাছ মাংস খান এবং শিকার করেন।

শ্যামবাবু অহিংসপন্থী কি ? আপনার যুক্তি দিন।

(ঘ) কমল পরীক্ষায় প্রথম হবার আশা রাখে ; যদি সে পরীক্ষায় প্রথম হবার আশা করে তবে সে রাত জেগে খাটবে ; হয় সে রাত জেগে খাটবে না, নয় পরীক্ষার সময় অসুস্থ হয়ে পড়বে ; যদি সে পরীক্ষার সময় অসুস্থ হয়ে পড়ে তবে পরীক্ষায় প্রথম হতে পারবে না ; সুতরাং কমল পরীক্ষায় প্রথম হতে পারবে না।

যুক্তিটি বিচার করুন।

(ঙ) একজন নৈয়ায়িক এক দ্বীপে বেড়াতে গেছেন। সেই দ্বীপে দুইটি আদিবাসী জাতি বাস করে। এক জাতির সবাই সব সময় সত্য কথা বলে, আর এক জাতির সবাই সব সময় মিথ্যা কথা বলে। তিনি বেড়াতে বেড়াতে এক জায়গায় এসে দেখলেন রাস্তাটা দুভাগ হয়ে দুদিকে চলে গেছে। তিনি এক গ্রামে যাবেন, কিন্তু কোন রাস্তায় যেতে হবে তা জানেন না। মোড়ে একজন আদিবাসী দাঁড়িয়ে আছে, কিন্তু সে সত্যবাদী জাতির না মিথ্যাবাদী জাতির লোক তাও তিনি জানেন না। নৈয়ায়িক একটু ভেবে তাকে একটাই প্রশ্ন করলেন, এবং তার উত্তর শুনে ঠিক রাস্তায় চলে গেলেন।

তিনি কি প্রশ্ন করেছিলেন, এবং কি যুক্তিতে ঠিক রাস্তা কোন্‌টি বুঝে নিলেন ?

(চ) A, B ও C নামে তিনজন লোককে চোখ বেঁধে বলা হল, তাদের প্রত্যেকের মাথায় একটা লাল বা সবুজ টুপি পরিয়ে দেওয়া হবে। তারপর তাদের চোখ খুলে দেওয়া হবে।

চোখ খুলে দিলে যদি তারা কারো মাথায় লাল টুপি দেখে তবে হাত তুলবে, এবং নিজের মাথার টুপির রং ধরতে পারলে ঘর ছেড়ে চলে যেতে হবে। (সবগুলো টুপিই লাল ছিল) চোখ খুলে দেওয়ার পর সবাই হাত তুলল। কিছুক্ষণ ভেবে C ঘর ছেড়ে চলে গেল।

C কি যুক্তিতে নিজের মাথার টুপির রং জানল? A, B ও C-এর মধ্যে কে ভাল নৈয়ায়িক?

1 সরল ও যৌগিক বচনের পার্থক্য বুঝিয়ে দিন। যে কোন বই থেকে দশটি যৌগিক বচন সংগ্রহ করুন, এবং তাদের উপাদান বচন আলাদা করে লিখুন।

2 (ক) সত্যাপেক্ষ যৌগিক বচন কাকে বলে? দৃষ্টান্ত সহযোগে বুঝিয়ে দিন।

(খ) সত্যাপেক্ষ সংযোজকের একটি সংজ্ঞা তৈরী করুন।

3 (1) অনুশীলনীতে সংগৃহীত বচনগুলোর অন্তর্গত সরল বচনের স্থলে বচনবর্ণ ব্যবহার করুন।

4 সংযৌগিক অপেক্ষক কাকে বলে? সংযৌগিক অপেক্ষকের মান কি ভাবে নিরূপিত হয়? সংযৌগিক অপেক্ষকে "." সংযোজকপ্রতীক কেন ব্যবহার করা হয়?

5 বচনবর্ণে গঠিত যে কোন একটি সংযৌগিক বচনের সত্যসারণী প্রণয়ন করুন।

6 (ক) বৈকল্পিক অপেক্ষক কাকে বলে? বৈকল্পিক অপেক্ষকের মান কি ভাবে নিরূপিত হয়? বৈকল্পিক অপেক্ষকে "$v$" সংযোজক-প্রতীক কেন ব্যবহার করা হয়?

(খ) বচনবর্ণে গঠিত যে কোন একটি বৈকল্পিক বচনের সত্যসারণী প্রণয়ন করুন।

(গ) বিসংবাদী ও অবিসংবাদী বিকল্পের পার্থক্য বুঝিয়ে দিন।

7 নিষেধক অপেক্ষক কাকে বলে? যৌগিক বচনের নিষেধকের সত্যসারণী কি ভাবে প্রণয়ন করতে হয়?

8 বন্ধনী ব্যবহারের বিধিগুলো উপস্থাপিত করুন। মূল সংযোজক কাকে বলে? বন্ধনী ব্যবহারের উপযোগিতা কি?

9 (ক) প্রাকল্পিক অপেক্ষক কাকে বলে? "$\supset$" সংযোজকপ্রতীক কেন ব্যবহার করা হয়? এই সংযোজকের অর্থ কি? সারণীর সাহায্যে প্রমাণ করুন, অনুরূপ মানশর্তে $p \supset q$ ও $\sim(p \,.\, \sim q)$-এর মান এক।

(খ) কার্যকারণ সম্বন্ধ "$\supset$" সংযোজকের দ্বারা কি ভাবে প্রকাশ করা যায় ? সাধারণ ভাষার "কেবল যদি" সংযোজককে "$\supset$" দ্বারা কিভাবে প্রকাশ করা যায় ?

(গ) বচনবর্ণ, সংযোজকপ্রতীক এবং প্রয়োজনস্থলে বন্ধনী ব্যবহার করে নীচের বচনগুলোর আকার প্রকাশ করুন ( কোন্ বচনের স্থলে কোন্ বর্ণ ব্যবহার করছেন, প্রত্যেক ক্ষেত্রে বলে দিন ) ।

(1) নরেশ বোকা তো বটেই, তার উপর আবার কুঁড়ে ।

(2) নরেশ হয় বোকা নয় কুঁড়ে ।

(3) নরেশ কুঁড়ে হতে পারে, কিন্তু বোকা নয় ।

*(4) নরেশ বোকা কুঁড়ে দুই-ই নয় ।

(5) আজ সকালে আমাদের বাড়ীতে প্রতাপবাবু ও সুনীলবাবু এসেছিলেন ।

(6) তুমি খেলার অভ্যাস না রাখলে জিতবে কি করে ?

(7) যদি খেলার আগে বা খেলার সময় বৃষ্টি হয়, তবে ইষ্টবেঙ্গল জিতবে ।

*(8) অধ্যক্ষ চায়ের সঙ্গে চিনি বা লেবু কিছুই নেন না ।

(9) এ নয় যে অধ্যক্ষ চায়ের সঙ্গে চিনি ও লেবু নেন ।

(10) যদি আপনি এই বচনগুলোর প্রতীকীরূপ না দিতে পারেন তবে এই অধ্যায় আবার পড়ুন ।

(11) মোহনবাগান আজকের খেলায় জিতবে, এবং ফাইন্যালে ইষ্টবেঙ্গল বা স্পোর্টিং ক্লাবের সঙ্গে খেলবে ।

(12) মোহনবাগান বা ইষ্টবেঙ্গল ফাইন্যালে যাবে, এবং স্পোর্টিং ক্লাব হারবে ।

*(13) মোহনবাগান ফাইন্যালে জিতবে, যদি এবং কেবল যদি ইষ্টবেঙ্গল সেমি-ফাইন্যালে হেরে যায় ।

---

* তারকা চিহ্নিত প্রশ্নের উত্তর সমাধান অংশে দেওয়া হয়েছে ।

(14) যদি অশরীরী কাছেই থাকে এবং তার অনুচরেরা সংবাদ পায়, তবে এক্ষুণি আমরা আটকা পড়ব বা বিষাক্ত তীরে আমাদের প্রাণ যাবে।

*(15) যদি দীপককুমারের হাতে এই কেস্‌টা দেওয়া হয়, তবে পুলিশ অসন্তুষ্ট হবে এবং কালোমাণিক ধরা পড়বে বা পালিয়ে যাবে।

(ঘ) বচনবর্ণের স্থলে বচন ব্যবহার করে সাধারণ ভাষায় যৌগিক বচন তৈরী করুন।

(1) $p \vee \sim q$
(2) $\sim p \cdot q$
(3) $\sim p \cdot \sim q$
(4) $(p \cdot q) \vee r$
*(5) $(p \cdot \sim q) \vee r$
(6) $\sim (p \cdot q) \vee r$
(7) $p \cdot (q \vee r)$
(8) $p \cdot (\sim q \vee r)$
(9) $p \supset (q \vee r)$
(10) $\sim (p \supset q) \cdot r$
(11) $\sim p \supset (q \supset r)$
*(12) $\sim p \vee (q \supset \sim r)$

## 3

1 নীচের বচনগুলো সূত্রাকারে প্রকাশ করুন। কোন্ উপাদান বচনের স্থলে কোন্ বচনবর্ণ ব্যবহার করছেন বলে দিন।

(1) সুরমা যদি পরীক্ষায় ভাল লেখে এবং তার পরীক্ষকরা যদি খাতা ঠিকভাবে দেখেন, তবে সুরমা ভাল ফল করবে।

(2) যদি জ্ঞানী ও আকাট মূর্খরা জ্ঞানাণ্বেষী না হয়, তবে কেবল যারা নিজের অজ্ঞতা বোঝে তারাই জ্ঞানাণ্বেষী।

(3) যদি আমি লেখাপড়া করি তবে জ্ঞানী হব, আর যদি লেখাপড়া না করি তবে চালাক হব, কিন্তু আমি লেখাপড়া করি না।

(4) আমি, সুরেশ ও পরেশ আজ খেলব, আর যদি পরেশ না খেলে তবে নরেশ খেলবে।

*(5) আমি বা সুরেশ, ও পরেশ আজ খেলব, কিন্তু যদি আমি না খেলি তবে নরেশ খেলবে।

(6) আমি প্রথম হব, বা সুরেশ বা পরেশ প্রথম হবে, কিন্তু সুরেশ প্রথম হতে পারবে না।

(7) নরেশ বাড়ীর দিকে বা পরেশের কাছে যাচ্ছিল ; যদি সে বাড়ী না গিয়ে থাকে, তবে যদি তার গাড়ীর কোন গোলমাল না হয়ে থাকে তবে পরেশের বাড়ী গেছে।

*(8) সুইডেনের দল হয় 3 নম্বর সুইটে নয় 18 ও 19 নম্বর ঘরে থাকবে, কিন্তু 3 নম্বর সুইট বন্ধ থাকায় তারা 19 নম্বর ঘরে থাকবে।

2 সত্যসারণী দ্বারা নীচের সূত্রগুলোর স্বতঃসত্যতা, স্বতোমিথ্যাত্ব বা অনিৰ্দিষ্টমানতা নির্ণয় করুন।

(1) $p \supset (p \vee q)$

*(2) $p \cdot (p \vee \sim p)$

(3) $p \vee (p \vee \sim p)$

(4) $p \cdot (\sim p \cdot q)$

(5) $p \supset (p \vee q)$
(6) $p \supset \sim p$
(7) $p \supset (p \cdot p)$
(8) $(p \cdot q) \supset p$
(9) $p \supset p$
*(10) $(p \supset \sim p) \supset \sim p$
(11) $p \supset (q \supset p)$
(12) $\sim p \supset (p \supset q)$
(13) $q \supset (p \supset q)$

3 (ক) সত্যসারণী দ্বারা নীচের সূত্রগুলোর স্বতঃসত্যতা, স্বতোমিথ্যাত্ব বা অনির্দিষ্টমানতা নির্ণয় করুন।

*(1) $(p \supset q) \cdot (p \cdot \sim q)$
(2) $[p \supset (p \cdot q)] \vee p$
(3) $p \supset [p \supset (q \vee \sim p)]$
(4) $p \cdot [(q \vee r) \supset (\sim p \supset p)]$
*(5) $[(p \cdot q) \cdot p] \supset q$
(6) $[(p \cdot q) \cdot \sim q] \supset \sim p$
(7) $[(p \vee q) \cdot \sim p] \supset q$
(8) $[(p \supset q) \cdot \sim p] \supset \sim q$
(9) $[(p \supset q) \cdot q) \supset p$
(10) $[(p \vee q) \cdot p] \supset \sim q$
(11) $(p \cdot \sim p) \vee \sim (p \cdot \sim p)$
(12) $(p \vee \sim p) \cdot \sim (p \vee \sim p)$

(খ) $p$ সত্য, $q$ মিথ্যা, $r$ মিথ্যা হলে নীচের সূত্রগুলোর মান নির্ণয় করুন।

*(1) $[p \supset (q \vee r)] \vee [q \supset (p \vee r)]$
(2) $[p \supset (q \cdot r)] \supset [(p \cdot q) \cdot r]$
(3) $[p \cdot (q \vee r)] \vee \sim [(p \cdot q) \vee \sim (p \cdot r)]$
(4) $[p \supset (q \supset r)] \supset [(p \supset q) \supset r]$
*(5) $[(p \cdot r) \supset (q \cdot r)] \supset (p \supset q)$

4 (ক) সত্যসারণীর দ্বারা পরীক্ষা করুন, নীচের সূত্রগুলো ন্যায়তঃ সমমান কি না।

*(1) $(p \cdot q) \equiv p$

(2) $(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$
(3) $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$
(4) $p \equiv (p \cdot p)$
(5) $p \equiv (p \vee p)$
*(6) $[(p \supset q) \cdot p] \equiv q$
(7) $[(p \vee q) \cdot \sim p] \equiv q$
(8) $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$
(9) $p \equiv [p \cdot (p \vee q)]$
(10) $p \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot \sim q)]$
(11) $p \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee \sim q)]$
*(12) $[p \cdot (q \vee r)] \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot r)]$
(13) $[p \vee (q \cdot r)] \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$
(14) $(p \equiv q) \equiv [(p \cdot q) \vee (\sim p \cdot \sim q)]$
(15) $(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$

(খ) নীচের সূত্রগুলো ন্যায়ত: সমমান। 3.4 অনুচ্ছেদে ও 4 (ক) অনুশীলনীতে যে সব ন্যায়ত: সমমান সূত্র পেয়েছেন তার সাহায্যে বাঁ দিকের সূত্রটিকে ডানদিকের সূত্রে রূপান্তরিত করুন।

*(1) $(\sim p \supset \sim q) \equiv (p \vee \sim q)$
(2) $(p \cdot \sim q) \equiv \sim (p \supset q)$
(3) $(\sim p \supset \sim q) \equiv \sim (\sim p \cdot q)$
(4) $\sim [p \vee (q \cdot \sim r)] \equiv [\sim p \cdot (\sim q \vee r)]$
*(5) $(\sim p \equiv q) \equiv (\sim q \equiv p)$

(গ) নীচে কয়েকটি বচন-জোড়া দেওয়া আছে। প্রত্যেক জোড়াকে প্রতীকী রূপ দিন, ও সত্যসারণীর সাহায্যে পরীক্ষা করুন এরা ন্যায়ত: সমমান কিনা। যদি ন্যায়ত: সমমান হয়, তবে (অ) কে (আ) এতে রূপান্তরিত করুন।

(1) (অ) যদি কেউ ইচ্ছে করে অন্যায় কাজ করে, তবে হয় সে ঈশ্বরে বিশ্বাস করে না, নয় সে বিশ্বাস করে না যে ঈশ্বর অন্যায়ের শাস্তি দেন।

(আ) যদি কেউ ঈশ্বরে বিশ্বাস করে এবং বিশ্বাস করে যে ঈশ্বর অন্যায়ের শাস্তি দেন, তবে সে ইচ্ছে করে অন্যায় কাজ করবে না।

*(2) (অ) যদি ঈশ্বর সৎ হন, তবে তিনি অন্যায় কাজের শাস্তি দেবেন যদি তিনি ন্যায়বিধাতা হন।

(আ) ঈশ্বর অন্যায় কাজের শাস্তি দেবেন, যদি না তিনি অসৎ হন বা ন্যায়বিধাতা না হন।

(3) (অ) যদি সব বস্তু আদিতে স্থির ছিল এবং কোন বস্তু নিজেকে গতিশীল করতে না পারত, তবে গতির উদ্ভব অসম্ভব।

(আ) যদি গতির উদ্ভব সম্ভব হয়ে থাকে, তবে সব বস্তু আদিতে স্থির থাকলেও কোন বস্তু নিজেকে গতিশীল করতে পারত।

*(4) (অ) যদি কোন বস্তুর প্রাণ থাকে তবে তার আত্মা আছে, এবং যদি কোন বস্তুর আত্মা থাকে তবে সে স্বতো-পরিবর্তনশীল হয়।

(আ) যদি কোন বস্তু স্বতোপরিবর্তনশীল হয়, তবে তার আত্মা আছে, এবং যদি কেন বস্তুর আত্মা থাকে তবে তার প্রাণ আছে।

(5) (অ) হয় একই আত্মা শিব ও অশিব উভয়েরই জনক, নয় এক আত্মা শিবের জনক এবং অন্য আত্মা অশিবের জনক।

(আ) যদি একই আত্মা শিব ও অশিব উভয়েরই জনক না হয়, তবে এক আত্মা শিবের জনক এবং অন্য আত্মা অশিবের জনক।

5 নীচের ন্যায়গুলোকে প্রতীকী রূপ দিন, এবং বৈধ কি অবৈধ বলুন। আপনার যুক্তি দিন।

*(1) রাণী ও এলিস দুজনেই জিততে পারে না ; রাণী জেতেন নি ;

∴ এলিস জিতেছে।

*(2) যদি ঈশ্বরেচ্ছা সম্পাদন ধর্মকার্য বলে বিবেচিত হয়, তবে একই কার্যকে ধর্ম ও অধর্ম বলতে হয় ;

∴ এ সত্য নয় যে ঈশ্বরেচ্ছা সম্পাদন ধর্মকার্য।

*(3) যদি ঈশ্বরারাধনা লেনদেনের ব্যাপার হয় তবে এর দ্বারা ঈশ্বর ও মানুষ দুইই লাভবান হয় ; কিন্তু যদি ঈশ্বর লাভবান হন তবে তিনি মানুষের দ্বারা উপকৃত হন ; কিন্তু মানুষ ঈশ্বরের উপকার করতে পারে না ;

∴ ঈশ্বরারাধনা লেনদেনের ব্যাপার নয় ।

*(4) যদি কেউ কপিলের মত জ্ঞানী না হন, তবে হয় কপিল মস্ত জ্ঞানী বা অন্যেরা যত দেখান তত জ্ঞানী নন ; কপিল মস্ত জ্ঞানী নন ;

∴ অন্যেরা যত দেখান তত জ্ঞানী নন ।

*(5) যদি কেউ কপিলের মত জ্ঞানী না হন, তবে হয় কপিল মস্ত জ্ঞানী বা অন্যেরা যত দেখান তত জ্ঞানী নন ; কেউ কপিলের মত জ্ঞানী নন, কিন্তু কপিলও মস্ত জ্ঞানী নন ;

∴ অন্যেরা যত দেখান তত জ্ঞানী নন ।

6 (ক) সত্যসারণী দ্বারা পরীক্ষা করুন নীচের ন্যায়াকারগুলো বৈধ কি না ।

(1) $p \cdot q$

$\therefore p$

(2) $p \supset (q \cdot r)$

$\sim q$

$\therefore \sim p$

*(3) $p \supset q$

$\therefore p \supset p$

(4) $p \vee \sim q$

$p \supset r$

$\therefore q \supset r$

*(5) $p \supset q$

$\sim (\sim p \cdot \sim q)$

$p \vee q$

(6) $p \supset (q \supset r)$
$p \supset q$

$\therefore\ p \supset r$

(7) $(p \supset q) \cdot (p \supset r)$
$p$

$\therefore\ q \vee r$

(8) $(p \vee q) \supset (p \cdot q)$
$\sim (p \vee q)$

$\therefore\ \sim (p \cdot q)$

(খ) সত্যসারণী দ্বারা পরীক্ষা করুন নীচের ন্যায়গুলো বৈধ কি না। বচনবর্ণ ব্যবহার করুন।

*(1) রবীন সন্ধ্যার আগে বাড়ী যাবে, নইলে তার মা ভাববেন ; যদি তার মা না ভাবেন তবে রবীন সন্ধ্যার আগে বাড়ী যায় ; তার মা ভাবেন ; সুতরাং রবীন সন্ধ্যার আগে বাড়ী যায় না।

(2) হয় ড্রাইভার সামনের গাড়ীটা দেখতে পায় নি নয় সে অসাবধান ছিল ; যদি সে সামনের গাড়ীটা না দেখে থাকে তবে সে অসাবধান ছিল ; এ হতেই পারে না যে সে সামনের গাড়ীটা দেখতেও পায়নি এবং অসাবধান ছিল ; সুতরাং ড্রাইভার সামনের গাড়ীটা দেখতে পেয়েছে।

(3) যদি বাবাকে পূজায় শাল দেওয়া হয় তবে মাকে গরদ দেওয়া হবে, এবং যদি বাবাকে পূজায় শাল দেওয়া হয় তবে বোনকে কট্‌কী শাড়ী দেওয়া হবে ; বাবাকে পূজায় শাল দেওয়া হবে ; সুতরাং হয় মাকে গরদ দেওয়া হবে বা বোনকে কট্‌কী শাড়ী দেওয়া হবে।

(4) যদি বিজ্ঞাপন সত্য হয়, তবে যদি জামাটি জল দিয়েও কাঁচা হয় তবু খাপবে না ; জামাটি ছোট হয়ে গেছে ; সুতরাং যদি জামাটি জল দিয়ে কাঁচা হয়ে থাকে তবে বিজ্ঞাপন সত্য নয়।

(5) যদি শীত কমে ও কুয়াসা না থাকে, তবে আমরা সকালে বেড়াতে যাব বা তিন মাইল হাঁটব ; কিন্তু আমরা সকালে বেড়াতে না গেলে কুয়াসা আছে তা নয় ; সুতরাং শীত কম বা আমরা তিন মাইল হাঁটব।

7 6 (খ)-এর ন্যায়গুলোর প্রতিষঙ্গী ন্যায়বচন স্বতঃসত্য কিনা পরীক্ষা করুন। ( *5 )

9 (ক) 6 (খ)-এর ন্যায়গুলোর বৈধতা সংক্ষিপ্ত কৌশলে পরীক্ষা করুন। ( *2, *4 )

(খ) অভিধান দিয়ে নীচের ন্যায়গুলোকে ন্যায়াকারে রূপান্তরিত করুন এবং সংক্ষিপ্ত কৌশলে বৈধতা পরীক্ষা করুন।

*(1) যদি পরেশ প্রথম হয় তবে তার বাবা সুখী হবেন ; হয় পরেশের বাবা সুখী হবেন বা নরেশ দ্বিতীয় হবে ; নরেশ দ্বিতীয় হলে পরেশ প্রথম হবে ; সুতরাং পরেশ প্রথম হবে।

(2) নরেশ ও পরেশ জীবনবাবুর চা-চক্রে যোগদান করবে ; পরেশ চা-চক্রে যোগদান করবে না যদি না জীবনবাবুর মেয়ে শেফালী তাকে অভ্যর্থনা করে ; সুতরাং জীবনবাবুর মেয়ে শেফালী পরেশকে অভ্যর্থনা করবে বা সুরেশ তার স্ত্রীকে সঙ্গে নিয়ে চা-চক্রে আসবে না।

(3) যদি বিশেষজ্ঞ চিকিৎসক সহরে থাকেন এবং ইন্‌জেকশনটা চব্বিশ ঘণ্টার মধ্যে পাওয়া যায়, তবে পরেশ বাঁচবে ; বিশেষজ্ঞ চিকিৎসক সহরে আছেন ; বিশেষজ্ঞ চিকিৎসক সহরে থাকলে ইনজেকশনটা পাওয়া যাবে ; সুতরাং পরেশ বাঁচবে।

(4) যদি এলিস শেষ ঘরে পৌঁছে থাকে, তবে সে ঐ দিকেই এগোচ্ছিল বা সে রাণীত্বে অভিষিক্ত হয়েছিল ; সে ঐ দিকে এগোচ্ছিল না ; হয় সে শেষ ঘরে পৌঁছে নি বা রাণীত্বে অভিষিক্ত হয় নি ; সুতরাং এলিস শেষ ঘরে পৌঁছায় নি।

*(5) যদি পরেশ প্রথম হয়, তবে সুরেশ দ্বিতীয় হয় বা নরেশ নিরাশ হয় ; সুরেশ দ্বিতীয় হবে না ; সুতরাং নরেশ নিরাশ হলে পরেশ প্রথম হবে না ।

(গ) সংক্ষিপ্ত কৌশলে বৈধতা পরীক্ষা করুন ।

(1)—(5) 5-এর (1)—*(5)

(6)
$p \supset (q \supset r)$
$q \supset (\sim r \supset s)$
$(r \vee s) \supset t$
$\therefore\ p \supset t$

*(7)
$(p.q) \supset r$
$r \supset \sim r$
$(s \supset p) . (t \supset q)$
$\therefore\ s \supset \sim t$

(8)
$(p \supset q) . (r \supset s)$
$(q \vee s) \supset t$
$\sim t$
$\therefore\ \sim (p \vee r)$

(9)
$p \supset (q \vee r)$
$r \supset (s \vee t)$
$\sim s$
$\therefore\ p \supset t$

(10)
$(p \vee q) \supset (r \supset s)$
$(\sim s \vee t) \supset (p.r)$

(ঘ) সংক্ষিপ্ত কৌশলে নীচের সূত্রগুলো স্বতঃসত্য, স্বতোমিথ্যা বা অনির্দিষ্টমান পরীক্ষা করুন ।

(1) $p \supset (p \supset p)$
*(2) $(p \supset p) \supset p$
(3) $p \supset \sim p$

(4) $p \supset (p \vee q)$
(5) $p \supset (q \supset p)$
(6) $p \supset [p \supset (p \vee \sim p)]$
*(7) $p \supset [p \supset (q \vee \sim p)]$
(8) $[(p \supset q) \supset q] \supset q$
(9) $(p \supset q) \supset [\sim (q . r) \supset \sim (r . p)]$
(10) $[(p \supset q) . (r \supset s)] \supset [(p \vee r) \supset (q \vee s)$

1 : স্বাভাবিক অবরোহণ পদ্ধতি কাকে বলে ? একে "স্বাভাবিক" বলার কারণ কি ? প্রমাণের সংজ্ঞা দিন এবং ব্যাখ্যা করে বুঝিয়ে দিন ।

(অ) নীচে কয়েকটি প্রমাণ দেওয়া আছে। অবরোহণের সমর্থনে যে যে পঙ্‌ক্তির উপর যে যে অনুমানবিধি প্রযুক্ত হয়েছে প্রত্যেক ধাপের ডানদিকে লিখুন ।

*(1)
(1) $p \supset (q \supset r)$
(2) $\sim r$ $\quad /\therefore \sim p \vee \sim q$
(3) $(p.q) \supset r$
(4) $\sim (p \cdot q)$
(5) $\sim p \vee \sim q$

*(2)
(1) $p \supset q$
(2) $(p \cdot q) \supset r$
(3) $\sim r$ $\quad /\therefore \sim p$
(4) $\sim (p \cdot q)$
(5) $p \supset (p \cdot q)$
(6) $\sim p$

(3)
(1) $p \supset (q \supset r)$
(2) $(s \supset q) \supset p$
(3) $q$ $\quad /\therefore r$
(4) $q \vee \sim s$
(5) $\sim s \vee q$
(6) $s \supset q$
(7) $p$
(8) $q \supset r$
(9) $r$

(4)
(1) $p \vee (q \vee r)$
(2) $(q \supset s) \cdot (r \supset t)$
(3) $(s \vee t) \supset (p \vee r)$
(4) $\sim p$ $\quad /\therefore r$
(5) $q \vee r$
(6) $s \vee t$
(7) $p \vee r$
(8) $r$

(5)
(1) $(p . q) \supset r$
(2) $\sim (s \vee r)$
(3) $p$ $\quad / \therefore \sim q$
(4) $\sim s . \sim r$
(5) $\sim r . \sim s$
(6) $\sim r$
(7) $\sim (p . q)$
(8) $\sim p \vee \sim q$
(9) $\sim \sim p$
(10) $\sim q$

(6)
(1) $p \vee q$
(2) $\sim [r \vee (s . t)]$
(3) $\sim t \supset \sim q$
(4) $p \supset r$ $\quad / \therefore \sim s$
(5) $\sim r . \sim (s . t)$
(6) $\sim r$
(7) $\sim p$
(8) $q$
(9) $\sim \sim q$
(10) $\sim \sim t$
(11) $\sim (s . t) . \sim r$
(12) $\sim (s . t)$
(13) $\sim s \vee \sim t$
(14) $\sim t \vee \sim s$
(15) $\sim s$

(7)
(1) $p \supset q$
(2) $r \supset s$
(3) $\sim q \vee \sim s$
(4) $\sim \sim p$
(5) $(t . u) \supset r$ $\quad / \therefore \sim (t . u)$
(6) $\sim q \supset \sim p$
(7) $\sim s \supset \sim r$
(8) $(\sim q \supset \sim p) . (\sim s \supset \sim r)$
(9) $\sim p \vee \sim r$
(10) $\sim r$
(11) $\sim (t . u)$

*(আ) 3 অনুশীলনীর 5-এর (2), (3) ও (5) ন্যায়ের প্রমাণ গঠন করুন।

*(ই) 3 অনুশীলনীর 6 (খ)-এর (2), (3) ও (4) ন্যায়ের প্রমাণ গঠন করুন।

*(ঈ) 3 অনুশীলনীর 9 (খ)-এর (2), (3) ও (4) ন্যায়ের প্রমাণ গঠন করুন।

*(ক) 3 অনুশীলনীর 9 (গ)-এর (7) ও (8) ন্যায়ের প্রমাণ গঠন করুন।

*(খ) নীচের ন্যায়গুলোর প্রতীকীরূপ দিন এবং প্রমাণ গঠন করুন।

(1) যদি লোককে ঠিকমত প্রশ্ন করা যায় তবে তারা এ জীবনে অনধিগত জ্ঞানের কথাও বলতে পারে ; তারা এরূপ বলতে পারত না যদি কোন পূর্বজীবনে ঐ জ্ঞান অধিগত না করত ; যদি পূর্বজীবনে ঐ জ্ঞান অধিগত করে থাকে তবে প্রমাণ হয় যে আত্মা বিদেহী অবস্থায় থাকতে পারে ; সুতরাং যদি লোককে ঠিকমত প্রশ্ন করা যায় তবে প্রমাণ হয় যে আত্মা বিদেহী অবস্থায় থাকতে পারে।

(2) যদি মৃত্যু আত্মার দেহমুক্তি হয় এবং দর্শন মুক্তিসাধনের উপায় নির্দেশ করে, তবে যদি আপনি প্রকৃত দার্শনিক হন তবে মৃত্যুভয়ে ভীত হবেন না ; মৃত্যু আত্মার দেহমুক্তি এবং দর্শন মুক্তি সাধনের উপায় নির্দেশক ; সুতরাং যদি আপনি মৃত্যুভয়ে ভীত হন তবে আপনি প্রকৃত দার্শনিক নন।

(3) সন্দীপবাবু শীতের আগে তার নূতন বাড়ীর পলস্তারা শেষ করতে চান ; যদি সন্দীপবাবুর হাতে পয়সা না থাকে এবং পলস্তারা শীতের আগে না করেন, তবে ব্যাংক প্রদত্ত ঋণ ফেরৎ চাইবে ; যদি শীতের আগে শেষ করেন তবে ব্যাংক ঋণ ফেরৎ চাইবে না ; সুতরাং যদি সন্দীপবাবুর হাতে পয়সা না থাকে তবে শীতের আগেই পলস্তারা করে ফেলবেন।

(4) যদি মৃত্যুতে আত্মার দেহসংযোগ বিচ্ছিন্ন হয়, তবে আত্মার বিদেহী অস্তিত্ব সম্ভব হলে মৃত্যুতে আত্মার দেহমুক্তি হয়; সুতরাং যদি মৃত্যুতে আত্মার দেহমুক্তি না হয়, তবে মৃত্যুতে আত্মার দেহসংযোগ বিচ্ছিন্ন হয় না বা আত্মার বিদেহী অস্তিত্ব সম্ভব নয়।

(5) যদি পণ্যের উৎপাদন না বাড়ে এবং লোকসংখ্যা বাড়ে, তবে পণ্যের দাম বাড়ে; যদি লোকসংখ্যা বাড়লে পণ্যের দাম বাড়ে, তবে পণ্যব্যবসায়ীদের লাভ হয়; পণ্যের উৎপাদন বাড়ে না; সুতরাং পণ্যব্যবসায়ীদের লাভ হয়।

(6) যদি আমরা জানি কোন কোন জিনিষ সমান ও কোন কোন জিনিষ অসমান, তবে আমরা জানি সমানত্ব কি; যদি প্রত্যক্ষের মধ্যে সমানত্ব বলে কিছু না থাকে, তবে আমরা সমানত্ব কি তা জানতে পারি না বা সমানত্বের জ্ঞান প্রত্যক্ষলব্ধ নয়; যদি সমানত্বের জ্ঞান প্রত্যক্ষলব্ধ না হয় তবে কোন কোন জ্ঞান সহজাত; আমরা জানি কোন কোন জিনিষ সমান ও কোন কোন জিনিষ অসমান; প্রত্যক্ষের মধ্যে সমানত্ব বলে কিছু নেই; সুতরাং কোন কোন জ্ঞান আমাদের সহজাত।

(7) আমার লটারীর টিকিটে প্রথম পুরস্কার উঠলে এক লক্ষ টাকা পাব, দ্বিতীয় পুরস্কার উঠলে বিশ হাজার টাকা পাব; আমি লাখ বিশহাজার কোনটাই পাই নি; সুতরাং আমার লটারীর টিকিটে প্রথম বা দ্বিতীয় পুরস্কার কোনটাই উঠে নি।

(8) যদি এলিস শেষ কোঠার দিকে না এগোত তবে সে শেষ কোঠাতে পৌছাত না; এলিস রাণীত্বে অভিষিক্ত হতে পারে যদি এবং কেবল যদি সে শেষ কোঠাতে পৌঁছায়; এলিস রাণীত্বে অভিষিক্ত হয়েছিল; সুতরাং এলিস শেষ কোঠার দিকে এগোচ্ছিল।

(9) পণ্য সরবরাহ কমলে দাম বাড়ে; প্রশাসনের পরিবর্তন হলে অর্থযোগানের উপর নিয়ন্ত্রণ উঠে যাবে। যদি

মুদ্রাস্ফীতি চলতে থাকে তবে অর্থযোগানের উপর নিয়ন্ত্রণ উঠবে না ; যদি উৎপাদন বাড়ে তবে দাম বাড়ে না ; হয় উৎপাদন বাড়বে বা প্রশাসনের পরিবর্তন হবে ; সুতরাং পণ্য সরবরাহ কমবে না বা মুদ্রাস্ফীতি থাকবে না।

(10) যদি জগহরিবাবু ঘুমিয়ে ছিলেন এবং তার ছেলে কোলকাতায় ছিল না, তবে গাড়ীটা সে রাত্রে চালানো হয় নি ; কিন্তু গাড়ীটা সে রাত্রে চালানো না হয়ে থাকলে গাড়ীটাতে অমন টোল পড়ত না ; সবাই দেখছে গাড়ীটাতে টোল পড়েছে ; সুতরাং যদি জগহরি-বাবু ঘুমিয়ে ছিলেন তবে তার ছেলে কোলকাতায়ই ছিল।

(11) যদি রাজা ঘর না বাঁধে এবং বড়ে এগিয়ে যায়, তবে হাতী বা নৌকা আটকে যায় ; যদি রাজা ঘর না বাঁধে, তবে হাতী আটকে গেলে খেলা ড্র হয়ে যাবে ; হয় রাজা ঘর বাঁধবে, নয় যদি নৌকা আটকে যায় তবে আর স্থান পরিবর্তন সম্ভব হবে না ; রাজা ঘর বাঁধল না এবং বড়ে এগিয়ে গেল ; সুতরাং খেলা ড্র হবে বা স্থান পরিবর্তন সম্ভব হবে না।

(12) হয় প্রতিশোধ নেবার জন্য বা তার সম্পত্তির লোভে ছাতুরামবাবুকে হত্যা করা হয়েছে ; যদি সম্পত্তির লোভে হত্যা করা হয়ে থাকে তবে বাবুলাল ও তার স্ত্রী হত্যা করেছে ; যদি প্রতিশোধ নেবার জন্য করে থাকে, তবে হয় ছাতুরামের চাকর বা বাবুলালের ভাই হত্যা করেছে ; বাবুলালের স্ত্রী এত ভীতু যে হত্যা-করার মত সাহস তার নেই, এবং বাবুলালের ভাই হত্যাকাণ্ডের সময় নবদ্বীপে ছিল তার প্রমাণ আছে ; সুতরাং ছাতুরামবাবুর চাকর হত্যা করেছে।

(13) যদি অনুসন্ধান চলে তবে নূতন প্রমাণ হস্তগত হবে ; যদি নূতন প্রমাণ হস্তগত হয় তবে অনেক উচ্চপদস্থ ব্যক্তি জড়িত হয়ে পড়বেন ; যদি অনেক উচ্চপদস্থ

ব্যক্তি জড়িত হন তবে খবরের কাগজে অনুসন্ধানের বিবরণ প্রকাশিত হবে না ; যদি অনুসন্ধান চললে খবরের কাগজে বিবরণ প্রকাশ বন্ধ হয় তবে নূতন প্রমাণ হস্তগত হলে বুঝতে হবে অনুসন্ধান চলছে ; অনুসন্ধান চলছে না ; সুতরাং নূতন প্রমাণ হস্তগত হচ্ছে না ।

(14) যদি আমি ন্যায়শাস্ত্র পড়ি, তবে আমি প্রদত্ত প্রমাণ বিচার করতে পারব কিন্তু যে কোন ন্যায়ের প্রমাণ উদ্ভাবন করতে পারব না ; সুতরাং যদি আমি ন্যায়-শাস্ত্র পড়ি তবে আমি যে কোন ন্যায়ের প্রমাণ উদ্ভাবন করতে পারলে প্রদত্ত প্রমাণ বিচার করতে পারব ।

(15) যদি আমি ন্যায়শাস্ত্র পড়ি, তবে যদি আমি যে কোন ন্যায়ের প্রমাণ উদ্ভাবন করতে পারি তবে প্রদত্ত প্রমাণ বিচার করতে পারব ; যদি আমি প্রদত্ত প্রমাণ বিচার করতে পারি, তবে আমি পরীক্ষায় ভাল করব এবং পুরস্কৃত হব ; সুতরাং যদি আমি ন্যায়শাস্ত্র পড়ি, তবে যদি আমি যে কোন ন্যায়ের প্রমাণ উদ্ভাবন করতে পারি তবে পরীক্ষায় ভাল করব ।

(16) যদি আমি রাজনীতি করি তবে দলনেতা হব ; যদি আমি রাজনীতি করি তবে ক্ষমতাশালী হব ; সুতরাং যদি আমি রাজনীতি করি তবে আমি দলনেতা ও ক্ষমতাশালী হব ।

(17) যদি আমি ব্যবসা করি তবে ভাল উপার্জন করব ; যদি রাজনীতি করি তবে ভাল উপার্জন করব ; সুতরাং ব্যবসা বা রাজনীতি করলে আমি ভাল উপার্জন করব ।

(18) যদি আমি পড়াশুনা করি তবে জ্ঞানলাভ করব, এবং যদি পড়াশুনা না করি তবে লীডার হব ; আমি পড়াশুনা করি বা করি না ; কিন্তু যদি আমি পড়াশুনা করি তবে লীডার হব না, এবং যদি আমি পড়াশুনা না করি তবে জ্ঞানলাভ করব না ; সুতরাং আমি লীডার হব যদি এবং কেবল যদি আমি জ্ঞানলাভ না করি ।

(19) যদি আমি পড়াশুনা করি তবে আমি জ্ঞানী হব, যদি আমি নকল করি তবে আমি চালাক হব ; সুতরাং যদি আমি পড়াশুনা বা নকল করি, তবে আমি জ্ঞানী বা চালাক হব ।

*(গ) নীচের ন্যায়গুলোর প্রমাণ গঠন করুন ।

(1) $p \supset (q \vee r)$
$\sim q$
$\sim r$
$\therefore \sim p$

(2) $p \cdot (q \vee r)$
$p \supset \sim q$
$\therefore r$

(3) $p \supset (q \supset r)$
$\sim r$
$p$
$\therefore \sim q$

(4) $p \supset (q \vee r)$
$q \supset s$
$r \supset s$
$s \supset \sim t$
$t$
$\therefore \sim p$

(5) $p \supset (q \supset r)$
$q \supset (r \supset s)$
$\therefore p \supset (q \supset s)$

(6) $\sim p \supset \sim q$
$p \supset r$
$\sim r$
$\therefore \sim q$

(7) $p \supset (\sim q \supset \sim r)$
$\sim q$
$\therefore \sim r \vee \sim p$

(8) $(p \cdot q) \supset r$
$\sim p \supset s$
$\sim (\sim p \cdot s)$
$\sim r$
$\therefore \sim q$

(9) $p \equiv q$
$q \equiv r$
$\therefore p \equiv r$

(10) $(p \vee q) \supset (r \vee s)$
$[(r \vee s) \vee t] \supset (u \vee v)$
$(u \vee v) \supset \sim r$
$s \supset \sim u$
$p$
$\therefore v$

(11) $p \supset q$
$r \vee \sim q$
$\sim (\sim p \vee s)$
$\therefore r$

(12) $p \supset q$
$p \vee q$
$\therefore q$

(ঘ) সংক্ষিপ্ত কৌশলে 1 (খ) এর *(1), *(3), *(5)—(13), এবং 1 (গ)-এর (1)—*(12) ন্যায়ের বৈধতা প্রমাণ করুন।

*2 প্রাকল্পিক পদ্ধতিতে প্রমাণ করুন।

(1) 3.9 অনুচ্ছেদের দাবা খেলাবিষয়ক ন্যায়, 4.1 অনুচ্ছেদের (অ) ন্যায়, 1 (খ)-এর (1), (3), (4), (10), (14), (15)—(17), (19) এবং 1 (গ)-এর (5) ন্যায়।

(2) তুমি "ডংশন" শব্দের অর্থ জান, বা যদি তুমি "কংশন" শব্দের অর্থ জান তবে তুমি আস্ত একটি গবুচন্দ্র ; তুমি গবুচন্দ্র নও ; সুতরাং যদি তুমি "কংশন" শব্দের অর্থ জান তবে "ডংশন" শব্দের অর্থও জান।

(3) যদি আমরা পূজায় বেড়াতে যাই তবে পুরী যাব ; যদি আমরা পূজায় বেড়াতে যাই, তবে যদি পুরী যাই, তবে সমুদ্রস্নান করব ; যদি পুরী যাই, তবে যদি সমুদ্রস্নান করি তবে নুলিয়ার হাত ধরে সাঁতার কাটব ; সুতরাং যদি আমরা পূজায় বেড়াতে যাই, তবে নুলিয়ার হাত ধরে সাঁতার কাটব।

(4) যদি মৃত্যুর পরে মহাত্মাদের সঙ্গে দেখা হয় তবে আমি তাঁদের সঙ্গে অধ্যাত্মতত্ত্ব আলোচনা করব ; যদি আমি তাঁদের সঙ্গে অধ্যাত্মতত্ত্ব আলোচনা করি তবে যদি তাঁরা বিরক্ত না হন তবে অনেক গুপ্তরহস্য জানতে পারব ; যদি অনেক গুপ্ত রহস্য জানতে পারি, তবে অনন্তকাল ঐ সন্ধানে কাটিয়া দেব এবং অনন্ত সুখ উপভোগ করব ; সুতরাং যদি তাঁরা বিরক্ত না হন, তবে যদি মৃত্যুর পর মহাত্মাদের সঙ্গে দেখা হয় তবে আমি অনন্ত সুখ উপভোগ করব।

(5) যদি গোলাপ লাগাও তবে বাগান সুন্দর দেখাবে, এবং যদি গ্যাঁদা লাগাও তবে অনেক ফুল ফুটবে ; সুতরাং যদি গোলাপ বা গ্যাঁদা লাগাও তবে বাগান সুন্দর দেখাবে বা অনেক ফুল ফুটবে।

(6) যদি তুমি আইনভঙ্গ কর এবং দেশ পরিত্যাগ কর, তবে তোমার আত্মীয় ও বন্ধুরা অসুবিধায় পড়বে ; যদি তুমি দেশ পরিত্যাগ কর, তবে যদি তুমি আইনভঙ্গ করে থাক তবে দেশের শত্রু বলে গণ্য হবে ; সুতরাং যদি দেশপরিত্যাগ করা আর আইনভঙ্গ করা এক হয়, তবে যদি তুমি দেশ পরিত্যাগ কর তবে তুমি দেশের শত্রু বলে গণ্য হবে বা তোমার আত্মীয় ও বন্ধুরা অসুবিধায় পড়বে।

*3 পরোক্ষ পদ্ধতিতে প্রমাণ করুন।

3 অনুশীলনীর 9 (খ)-এর (3) ও (4) ন্যায়।
3 অনুশীলনীর 9 (গ)-এর (3), (5) ও (10) ন্যায়।
1 (খ)-এর (5)—(8), (12) ও (13) ন্যায়।
1 (গ)-এর (1)—(4) ও (11) —(12) ন্যায়।
1 (অ)-এর (2)—(4), (5)—(7) ন্যায়।

4 প্রাকল্পিক পদ্ধতিতে নীচের সূত্রগুলো স্বতঃসত্য প্রমাণ করুন।

(1) $(p \supset q) \supset [p \supset (p.q)]$
(2) $(p \supset q) \supset [(q \supset r) \supset (p \supset r)]$
*(3) $p \supset (q \supset p)$
(4) $[(p \supset q) \supset q] \supset (p \vee q)$
*(5) $[(p \supset q) \supset p] \supset p$
(6) $[(p \supset q) . (p \supset r)] \supset [p \supset (q.r)]$
(7) $[(p \supset q) . (p \supset r)] \supset [p \supset (q \vee r)]$
*(8) $(p \supset q) \supset [(p.r) \supset (q.r)]$

5 (ক) 2-এর ন্যায়গুলো নূতন আকারের প্রাকল্পিক পদ্ধতিতে প্রমাণ করুন। (*2, *6)

(খ) 3-এর ন্যায়গুলো সিদ্ধান্তের নিষেধককে অঙ্গীকার করে নূতন আকারের প্রাকল্পিক পদ্ধতিতে প্রমাণ করুন। (*3.9 (গ) (5))

6 (ক) নীচে তিনটি ন্যায়ের যুক্তিবচনগুলো দেওয়া আছে। এরা মিলিতভাবে সত্য কিনা বিচার করুন।

*(1) $p. (q \vee r)$
$(p.r) \supset \sim (s \vee t)$
$(\sim s \vee \sim t) \supset \sim (p.q)$
$s \supset t$

*(2) $p. (p \vee q)$
$\sim q \supset \sim p$
$\sim r . \sim q$
$\sim (r \vee p)$

(3) $(p.q) \vee r$

$p \supset \sim q$

$s.q$

$r \supset \sim r$

(খ) নীচের ন্যায়গুলোর বৈধতা বিচার করুন

(1) $p \supset q$

$\sim(\sim p . \sim q)$

$\therefore\ p \vee q$

*(2) $p \supset (q\ r)$

$\sim q$

$\therefore\ \sim p$

(3) $(p . \sim q) \supset r$

$\sim q$

$\therefore\ r$

*(4) $\sim p \supset \sim q$

$p \vee r$

$\sim r$

$\therefore\ \sim p$

(5) $p \supset q$

$q \supset r$

$\sim q$

$\therefore\ \sim p \vee \sim r$

(6) $\sim p \supset \sim q$

$r$

$r \supset \sim p$

$\therefore\ \sim q . \sim p$

*(7) $\sim(p. \sim q)$

$\sim r \vee s$

$r \vee q$

$\therefore$ [illegible]

*(8) $(p . q) \supset r$
$r \supset \sim r$
$(s \supset p) . (t \supset q)$

$\therefore\ s \supset \sim t$

(9) $p \vee q$
$\sim [r \vee (s \vee t)]$
$\sim t \supset \sim q$
$p \supset r$

$\therefore\ \sim s$

(10) $p . (q . r)$
$(q \equiv r) \supset \sim (\sim p . \sim q)$

$\therefore\ q \vee p$

8 নীচের বচনগুলোকে প্রতীকীরূপ দিন (মা-কবদ্ধ বচনাপেক্ষক রূপে)। প্রয়োজনস্থলে অভিধান দিয়ে নিন।

*(1) ন মে ভক্তঃ প্রণশ্যতি।
(2) যো মদ্‌ভক্তঃ স মে প্রিয়ঃ।
(3) যাদৃশী ভাবনা যস্য সিদ্ধি র্ভবতি তাদৃশী।
(4) সর্বমত্যন্তগর্হিতম্‌।
*(5) বুদ্ধির্যস্য বলং তস্য।
(6) সব মেরুদণ্ডী জীব উষ্ণশোণিত নয়।
(7) কোন কোন রাজনীতিক বুদ্ধিমান।
(8) এমন লোক আছে যাদের যোগ্যতা অস্বীকৃত।
(9) উত্তম খাদ্য তৃপ্তিদায়ক।
*(10) কোন কোন বচনের সত্যতা নিরূপণ অভিজ্ঞতাসাপেক্ষ।
(11) বিলকু দুরন্ত কিন্তু পড়াশুনা করে।
(12) অনেক ছেলেই পড়াশুনা করে না।
(13) ছেলেরা উপস্থিত।
(14) কোন অতিথি খাওয়া পর্যন্ত অপেক্ষা করেন নি।
*(15) কোন কোন অতিথি খাওয়া পর্যন্ত অপেক্ষা করেন নি।
16) ঘরের কোন জিনিষ বাঁচেনি।
(17) যাহাই চক্‌চক্‌ করে তাহাই সোণা নয়।
(18) উদ্যোগী পুরুষেরাই লক্ষ্মীলাভ করে।
(19) কেউ বড় হতে পারে না, যদি না সে পরিশ্রম করে।
*(20) বৎসরের যে কোনদিন কারো না কারো জন্মদিন।
(21) কোন কোন ছাত্র বুদ্ধিমান ও পরিশ্রমী।
*(22) কোন কোন ঔষধ বেশীমাত্রায় খেলে বিপজ্জনক হয়।

*9 নীচের ন্যায়গুলোর প্রমাণ গঠন করুন। প্রয়োজন স্থলে প্রাকল্পিক প্রমাণবিধি ব্যবহার করতে পারেন।

(1) সব মানুষ ( হয় ) দার্শনিক,
ঝণ্টু ( হয় ) মানুষ,

∴ ঝণ্টু ( হয় ) দার্শনিক।

(2) সক্রেটিস ( হয় ) একজন জ্ঞানী দার্শনিক,

∴ কোন কোন দার্শনিক ( হয় ) জ্ঞানী।

(3) সব দার্শনিক ( হয় ) পণ্ডিত,
কোন কোন দার্শনিক ( হয় ) ধূমপানকারী,

∴ কোন কোন পণ্ডিত ( হয় ) ধূমপানকারী।

(4) কোন রাজনীতিক নীতিসর্বস্ব নয়,
কোন কোন লোক ( হয় ) নীতিসর্বস্ব,

∴ কোন কোন লোক রাজনীতিক নয়।

(5) কোন নীতিসর্বস্ব ব্যক্তি রাজনীতিক নয়,
সব দার্শনিক ( হয় ) নীতি সর্বস্ব,

∴ কোন দার্শনিক রাজনীতিক নয়।

(6) সব স্ত্রীর আজ্ঞানুবর্তী স্বামী ( হয় ) সৎস্বভাবসম্পন্ন,
কোন সৎস্বভাবসম্পন্ন স্বামী রাত্র্যাগমের পরে বাহিরে অবস্থান করে না,

∴ কোন রাত্র্যাগমের পরে বাহিরে অবস্থানকারী স্বামী স্ত্রীর আজ্ঞানুবর্তী নয়।

(7) কোন কোন ব্যবসায়ী কালোবাজারী নয়,
সব ব্যবসায়ী ( হয় ) মিষ্টভাষী,

∴ কোন কোন মিষ্টভাষী ব্যক্তি কালোবাজারী নয়।

(8) সব ভারতীয় ( হয় ) দার্শনিক,
সব দার্শনিক ( হয় ) নিস্ত্রৈগুণ্য,
ভবশঙ্কর ( হয় ) ভারতীয়,

ভবশঙ্কর ( হয় ) নিস্ত্রৈগুণ্য।

(9) সব ভারতীয় ও দার্শনিক ( হয় ) সত্যান্বেষী,
ভবশঙ্কর ( হয় ) ভারতীয়,

∴ ভবশঙ্কর ( হয় ) সত্যান্বেষী।

(10) সব ফল ( হয় ) সুস্বাদু,
সব ফল ( হয় ) পুষ্টিকর,

∴ সব ফল ( হয় ) সুস্বাদু ও পুষ্টিকর।

(11) সব রাজা ( হয় ) বিলাসী,
সব রাণী ( হয় ) বিলাসী,

∴ সব রাজা ও রাণী ( হয় ) বিলাসী।

(12) গরু ( হয় ) নিরীহ ও উপকারী,
কোন কোন গরু ( হয় ) কৃষ্ণবর্ণ,

∴ কোন কোন উপকারী ব্যক্তি (হয়) কৃষ্ণবর্ণ।

(13) সব হস্তীদন্তনির্মিত আসবাব ( হয় ) সুন্দর ও মহার্ঘ,
প্রাসাদের সব আসবাব ( হয় ) হস্তীদন্তনির্মিত,

∴ প্রাসাদের সব আসবাব ( হয় ) মহার্ঘ।

(14) উপযাচকেরা নির্বোধ বা শঠ হয়,
নির্বোধেরা সরল হয়,
সব উপযাচক সরল নয়,

∴ কোন কোন উপযাচক ( হয় ) শঠ।

(15) সব নোবেল পুরস্কার প্রাপক ( হয় ) প্রতিভাসম্পন্ন,
কুরী একজন মহিলা,
কুরী একজন নোবেল পুরস্কারপ্রাপক,

∴ কোন কোন মহিলা প্রতিভাসম্পন্ন।

(16) সব পেট্রোল রপ্তানীকারী ও আমদানীকারী দেশ এই সম্মেলনে আমন্ত্রিত এবং সর্বসম্মতভাবে পেট্রোলের মূল্য

নিয়ন্ত্রণের উদ্দেশ্যে পরিকল্পনা দাখিল করার জন্য বিশেষভাবে আহূত,

∴ সব পেট্রোল আমদানীকারী দেশ সর্বসম্মতভাবে পেট্রোলের মূল্য নিয়ন্ত্রণের উদ্দেশ্যে পরিকল্পনা দাখিল করার জন্য বিশেষভাবে আহূত।

*10 নীচের ন্যায়গুলোর অবৈধতা প্রমাণ করুন।

(1) সব ভারতীয় (হয়) দার্শনিক,
সক্রেটিস (হয়) একজন দার্শনিক,

∴ সক্রেটিস (হয়) একজন ভারতীয়।

(2) কোন কোন ভারতীয় (হয়) অদ্বৈতবাদী,
চার্বাক ভারতীয়,

∴ চার্বাক অদ্বৈতবাদী।

(3) আলু আনারস নয়,
আনারস সুস্বাদু,

∴ আলু সুস্বাদ নয়।

(4) সব রাজা মানুষ,
সব মানুষ নশ্বর,

∴ কোন কোন নশ্বর ব্যক্তি রাজা।

(5) কোন মানুষ নয় দোষহীন,
সব মানুষ নশ্বর,

∴ কোন কোন নশ্বর ব্যক্তি নয় দোষহীন।

(6) বেদনা ক্লান্তিকর,
বেদনা কখনও ঈপ্সিত নয়,

∴ ঈপ্সিত বস্তু কখনও ক্লান্তিকর নয়।

(7) কোন ছাত্র পণ্ডিত নয়,
কোন কোন অধ্যাপক পণ্ডিত,

কোন ছাত্র অধ্যাপক নয়।

(8) সব মানুষ ও তিমি স্তন্যপায়ী,
কোন কোন প্রাণী স্তন্যপায়ী,
কোন কোন প্রাণী স্তন্যপায়ী নয়,

---

∴ সব মানুষ প্রাণী।

(9) সব মানষ ( হয় ) দোষযুক্ত,
সব মানুষ ( হয় ) প্রাণী,

---

∴ কোন কোন প্রাণী ( হয় ) দোষযুক্ত।

# কয়েকটি নির্বাচিত প্রশ্নের সমাধান

## 2

9 (গ) (4) $\sim (p.q)$

(8) $\sim p . \sim q$

(13) $(p \supset q) . (q \supset p)$

(15) $p \supset [q . (r \vee s)]$

(ঘ) (5) উৎপাদন বাড়বে. এবং জিনিষের দাম বাড়বে না, বা দুর্মূল্য ভাতা বাড়ানো হবে।

(12) জিনিষের দাম বাড়বে না, বা দুর্মূল্য ভাতা বাড়ালেও সঞ্চয় বাড়বে না।

## 3

1 (5) $[(p \vee q) . r] . (\sim p \supset s)$

(8) $[p \vee (q.r)] . (\sim p . r)$

2 (2)

| $p$ | $\sim p$ | $p \vee \sim p$ | $p . (p \vee \sim p)$ |
|---|---|---|---|
| T | F | T | T |
| F | T | T | F |

অনির্দিষ্টমান

(10)

| $p$ | $\sim p$ | $p \supset \sim p$ | $(p \supset \sim p) \supset \sim p$ |
|---|---|---|---|
| T | F | F | T |
| F | T | T | T |

স্বতঃসত্য

3 (ক) (1)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $\sim q$ | $p . \sim q$ | $(p \supset q).(p . \sim q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | F | F |
| T | F | F | T | T | F |
| F | T | T | F | F | F |
| F | F | T | T | F | F |

স্বতোমিথ্যা

(5)

| $p$ | $q$ | $p.q$ | $(p.q).p$ | $[(p.q).p] \supset q$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | T |
| F | T | F | F | T |
| F | F | F | F | T |

স্বতঃসত্য

(খ) (1) সত্য

(5) মিথ্যা

4 (ক) (1)

| $p$ | $q$ | $(p.q)$ | $\equiv$ | $p$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | |
| T | F | F | F | T√ | |
| F | T | F | T | F | |
| F | F | F | T | F | না |

(6)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $(p \supset q).p$ | $\equiv$ | $q$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T | |
| T | F | F | F | T | F | |
| F | T | T | F | F | T√ | না |
| F | F | T | F | T | F | |

(12)

| $p$ | $q$ | $r$ | $p.q$ | $p.r$ | $(p.q) \vee (p.r)$ | $q \vee r$ | $p.(q \vee r)$ | $\equiv (p.q) \vee (p.r)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T | T | T | T | |
| T | T | F | T | F | T | T | T | T | |
| T | F | T | F | T | T | T | T | T | |
| T | F | F | F | F | F | F | F | T | |
| F | T | T | F | F | F | T | F | T | হ্যাঁ |
| F | T | F | F | F | F | T | F | T | |
| F | F | T | F | F | F | T | F | T | |
| F | F | F | F | F | F | F | F | T | |

(খ) (1)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $\sim p \supset \sim q$ | |
| (2) | $\sim(\sim p . \sim\sim q)$ | 1, সংজ্ঞা |
| (3) | $\sim(\sim p.q)$ | 2, দ্বিনিষেধ |
| (4) | $\sim\sim p \vee \sim q$ | 3, ডি মরগ্যান |
| (5) | $p \vee \sim q$ | 4, দ্বিনিষেধ |

(5) (1) $\sim p \equiv q$

(2) $(\sim p \supset q).(q \supset \sim p)$ — 3, অন্যোন্য বাস্তব প্রাকল্পিক সম্বন্ধ

(3) $(\sim q \supset \sim \sim p).(\sim \sim p \supset \sim q)$ — 2, 4 (ক)-এর (15) সূত্র

(4) $(\sim q \supset p).(p \supset \sim q)$ — 3, দ্বিনিষেধ

(5) $\sim q \equiv p$ — 4, সমমান সম্বন্ধ

(গ) (2) (অ) (1) $p \supset (q \supset r)$

(2) $\sim[p. \sim (q \supset r)]$ — 1, সংজ্ঞা

(3) $\sim [p. \sim \sim (q. \sim r)]$ — 2, সংজ্ঞা

(4) $\sim [p. (q. \sim r)]$ — 3, দ্বিনিষেধ

(5) $\sim p \vee \sim (q . \sim r)$ — 4, ডি মরগ্যান

(6) $\sim p \vee \sim q \vee r$ — 5, ডি মরগ্যান, দ্বিনিষেধ

(7) $(\sim p \vee \sim q) \vee r$ — 6, 2.8 অনুচ্ছেদের (16) ও (15) সূত্র

(8) $r \vee (\sim p \vee \sim q)$ (আ) — 7, 4 (ক)-এর (8) সূত্র

(4) সমমান মন্ত্র, সত্যসারণী প্রণয়ন করে দ্বিতীয়, চতুর্থ, পঞ্চম ও সপ্তম সারি দেখুন।

5 (1) অবৈধ

(2), (3) বৈধ

(4) অবৈধ

(5) বৈধ

9 (গ) ও 4 অনুশীলনীর (আ) দেখুন।

6 (ক) (3)

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ | $p \supset p$ | |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | |
| T | F | F | T | বৈধ |
| F | T | T | T | |
| F | F | T | T | |

(5)

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \supset q$ | $\sim p . \sim q$ | $\sim(\sim p . \sim q)$ | $(p \supset q) . \sim(\sim p . \sim q)$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | F | T | T | T |
| T | F | F | T | F | F | T | F | T |
| F | T | T | F | T | F | T | T | T |
| F | F | T | T | T | T | F | F | F |

বৈধ

(খ) (1)

| $p$ | $q$ | $\sim q$ | $p \vee q$ | $\sim q \supset p$ | $(p \vee q).(\sim q \supset p).q$ | $\sim p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T | T | F |
| T | F | T | T | T | F | F |
| F | T | F | T | T | T | T |
| F | F | T | F | F | F | T |

অবৈধ, প্রথম সারি দেখুন।

7 (5) $\{[(p. \sim q) \supset (r \vee s)]. \sim(\sim r \supset q)\} \supset (p \vee s)$

| $p$ | $\sim$ | $q$ | $\supset$ | $r$ | $\vee$ | $s$ | $\sim$ | $\sim$ | $r$ | $\supset$ | $q$ | $\supset$ | $(p \vee s)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | F | F | T | T | T | T | T | F | F | F | T | T | T |
| T | F | F | T | T | T | T | F | F | F | F | T | T | T |
| T | F | F | T | T | F | T | T | F | F | T | T | T | T |
| T | F | F | T | T | F | F | F | F | F | T | T | T | T |
| T | T | F | F | T | T | T | T | F | F | F | T | T | T |
| T | T | T | F | T | T | T | F | F | F | F | T | T | T |
| T | T | T | F | T | F | T | T | T | T | T | F | T | T |
| T | T | T | F | F | F | F | F | F | T | T | F | T | T |
| F | F | F | T | T | T | T | T | F | F | F | T | T | T |
| F | F | F | T | T | T | T | F | F | F | F | T | T | F |
| F | F | F | T | T | F | T | T | F | F | T | T | T | T |
| F | F | F | T | T | F | F | F | F | F | T | T | T | F |
| F | F | T | F | T | T | T | T | F | F | F | T | T | T |
| F | F | T | F | T | T | T | F | F | F | F | T | T | F |
| F | F | T | F | T | F | T | T | T | T | T | F | T | T |
| F | F | T | F | T | F | F | F | T | T | T | F | F | F |

অবৈধ, ষোড়শ সারি দেখুন।

9 (ক) (2)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| T | F | T✓ | T | |
| $\sim$ | $p$ | $\vee$ | $q$ | |
| T | F | T✓ | T | বৈধ |
| $\sim$ | $p$ | $\supset$ | $q$ | |
| T✓ | F | T✓ | T | T |
| $\sim$ | $(\sim$ | $p$ | $:$ | $q)$ |
| | F✓ | | | |
| $\therefore$ | $p$ | | | |

মূল সংযোজকগুলোর উপর "$\surd$" চিহ্ন আছে। এ ছাড়াও দেখুন, কোন একটি বর্ণেরও উপর "$\surd$" চিহ্ন দেওয়া রয়েছে। ঐ বর্ণটির বিরুদ্ধ মান নিবেশন না করলে যুক্তিবচন মিলিত-ভাবে সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয় না।

(4)

$$\begin{array}{llllll} T & \overset{\checkmark}{T} & T & T & T & \overset{\checkmark}{F} \\ p & \supset & (q & \supset & \sim & r) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \overset{\checkmark}{T} \\ r \end{array}$$

বৈধ

$$\begin{array}{lllll} & T & \overset{\checkmark}{F} & F & T \\ \therefore & q & \supset & \sim & p \end{array}$$

(খ) (1)

$$\begin{array}{lll} F & \overset{\checkmark}{T} & T \\ p & \supset & q \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} T & \overset{\checkmark}{T} & F \\ q & v & r \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} F & \overset{\checkmark}{T} & F \\ r & \supset & p \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} & \overset{\checkmark}{F} \\ \therefore & p \end{array}$$

অবৈধ

| $p$ | $q$ | $r$ |
|---|---|---|
| F | T | F |

(5)

$$\begin{array}{lllll} T & \overset{\checkmark}{T} & F & T & T \\ p & \supset & (q & v & r) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \overset{\checkmark}{T} & F \\ \sim & q \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} & T & \overset{\checkmark}{F} & F & T \\ \therefore & r & \supset & \sim & p \end{array}$$

অবৈধ

| $p$ | $q$ | $r$ |
|---|---|---|
| T | F | T |

(গ) (5)

$$\begin{array}{lllllll} F & \overset{\checkmark}{T} & \overset{\checkmark}{T} & F & F & F & T \\ \sim & p & \supset & (q & v & \sim & r) \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} T & F & \overset{\checkmark}{T} & T & F \\ \sim & p & . & \sim & q \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \overset{\checkmark}{F} & T \\ \sim & r \end{array}$$

বৈধ

(7) T T T $\overset{\surd}{\text{T}}$ T
$(p \; . \; q) \supset r$

T $\overset{\surd}{\text{T}}$ T $\overset{\surd}{\text{F}}$
$r \supset \sim r$

T T T $\overset{\surd}{\text{T}}$ T T T বৈধ
$(s \supset p) . (t \supset q)$

T $\overset{\surd}{\text{F}}$ F T
$\therefore \; s \supset \sim t$

(ঘ) (2 সূত্রটি মিথ্যা হোক্, অর্থাৎ অনুগ $p$ মিথ্যা হোক, পূর্বগ $p \supset p$ সত্য হোক। $p$ মিথ্যা হলে $p \supset p$ সত্য। স্বতঃসত্য নয়। $p$ সত্য হলে সত্য। সুতরাং অনির্দিষ্টমান।

(7) সূত্রটি মিথ্যা হোক্, অর্থাৎ পূর্বগ $p$ সত্য হোক্, অনুগ $p \supset (q \vee \sim p)$ মিথ্যা হোক্। $p \supset (q \vee \sim p)$ মিথ্যা হতে হলে $p$ সত্য, $q \vee \sim p$ মিথ্যা হতে হবে। $q$ মিথ্যা, $p$ সত্য হলে $q \vee \sim p$ মিথ্যা। স্বতঃসত্য নয়। $p, q$ দুই-ই সত্য হলে অনুগ এবং সূত্র দুই-ই সত্য হয়, সুতরাং অনির্দিষ্টমান।

1 (অ) 1) (1) $p \supset (q \supset r)$
(2) $\sim r$ $\quad / \therefore \sim p \vee \sim q$
(3) $(p . q) \supset r$ 1, Exp.
(4) $\sim (p . q)$ 3, 2, M. T.
(5) $\sim p \vee \sim q$ 4, De M.

(2) (1) $p \supset q$
(2) $(p . q) \supset r$
(3) $\sim r$ $\quad / \therefore \sim p$
(4) $\sim (p . q)$ 2, 3, M.T.
(5) $p \supset (p . q)$ 1, Abs.
(6) $\sim p$ 5, 4, M.T.

(আ) (2)

(1) $p \supset (q . \sim q)$ $/\therefore \sim p$
(2) $\sim p \vee (q . \sim q)$ 1, Impl.
(3) $(\sim p \vee q) . (\sim p \vee \sim q)$ 2, Dist.
(4) $(p \supset q) . (p \supset \sim q)$ 3, Impl.
(5) $p \supset q$ 4, Simp.
(6) $\sim q \supset \sim p$ 5, Trans.
(7) $(p \supset \sim q) . (p \supset q)$ 4, Com.
(8) $p \supset \sim q$ 7, Simp.
(9) $p \supset \sim p$ 8, 6, H.S.
(10) $\sim p \vee \sim p$ 9, Impl.
(11) $\sim p$ 10, Taut.

(3)

(1) $p \supset (q . r)$
(2) $q \supset s$
(3) $\sim s$ $/\therefore \sim p$
(4) $\sim q$ 2, 3, M.T.
(5) $\sim q \vee \sim r$ 4, Add.
(6) $\sim (q . r)$ 5, De M.
(7) $\sim p$ 1, 6, M.T.

(5)

(1) $\sim p \supset (q \vee \sim r)$
(2) $\sim p . \sim q$ $/\therefore \sim r$
(3) $\sim p$ 1, Simp.
(4) $q \vee \sim r$ 1, 3, M. P.
(5) $\sim q . \sim p$ 2, Com.
(6) $\sim q$ 5, Simp.
(7) $\sim r$ 4, 6, D.S.

(ই) (2)

(1) $\sim p \vee q$
(2) $\sim p \supset q$
(3) $\sim (\sim p . q)$ $/\therefore p$
(4) $p \supset q$ 1, Impl.
(5) $\sim q \supset \sim p$ 4, Trans.
(6) $\sim q \supset q$ 5, 2, H.S.
(7) $\sim \sim q \vee q$ 6, Impl.
(8) $q \vee q$ 7, D.N.
(9) $q$ 8, Taut.
(10) $\sim \sim q$ 9, D.N.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (11) | $\sim\sim p \vee \sim q$ | 3, De. M. |
| | (12) | $p \vee \sim q$ | 11, D.N. |
| | (13) | $\sim q \vee p$ | 12, Com. |
| | (14) | $p$ | 13, 10, D.S. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (3) | (1) | $(p \supset q) \cdot (p \supset r)$ | |
| | (2) | $p$ | $/ \therefore\ q \vee r$ |
| | (3) | $p \supset q$ | 1, Simp. |
| | (4) | $q$ | 3, 2, M.P. |
| | (5) | $q \vee r$ | 4, Add. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (4) | (1) | $p \supset (q \supset \sim r)$ | |
| | (2) | $r$ | $/ \therefore\ q \supset \sim p$ |
| | (3) | $(p \cdot q) \supset \sim r$ | 1, Exp. |
| | (4) | $\sim\sim r$ | 2, D. N. |
| | (5) | $\sim (p \cdot q)$ | 3, 4, M.T. |
| | (6) | $\sim p \vee \sim q$ | 5, De M. |
| | (7) | $\sim q \vee \sim p$ | 6, Com. |
| | (8) | $q \supset \sim p$ | 7, Impl. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (ঈ) | (2) | (1) | $p \cdot q$ | |
| | | (2) | $\sim q \vee r$ | $/ \therefore\ r \vee \sim s$ |
| | | (3) | $q \cdot p$ | 1, Com. |
| | | (4) | $q$ | 3, Simp. |
| | | (5) | $\sim\sim q$ | 4, D.N. |
| | | (6) | $r$ | 2, 5, D.S. |
| | | (7) | $r \vee \sim s$ | 6, Add. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (3) | (1) | $(p \cdot q) \supset r$ | |
| | (2) | $p$ | |
| | (3) | $p \supset q$ | $/ \therefore\ r$ |
| | (4) | $q$ | 3, 2, M.P. |
| | (5) | $p \cdot q$ | 2, 4, Conj. |
| | (6) | $r$ | 1, 5, M.P. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (4) | (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
| | (2) | $\sim q$ | |
| | (3) | $\sim p \vee \sim r$ | $/ \therefore\ \sim p$ |
| | (4) | $\sim r \vee \sim p$ | 3, Com. |

| | | |
|---|---|---|
| (5) | $r \supset \sim p$ | 4, Impl. |
| (6) | $p \supset (\sim \sim q \vee r)$ | 1, D.N. |
| (7) | $p \supset (\sim q \supset r)$ | 6, Impl. |
| (8) | $(p . \sim q) \supset r$ | 7, Exp. |
| (9) | $(p . \sim q) \supset \sim p$ | 8, 5, H.S. |
| (10) | $\sim (p . \sim q) \vee \sim p$ | 9, Impl. |
| (11) | $(\sim p \vee \sim \sim q) \vee \sim p$ | 10, De M. |
| (12) | $(\sim p \vee q) \vee \sim p$ | 11, D.N. |
| (13) | $\sim p \vee (\sim p \vee q)$ | 12, Com. |
| (14) | $(\sim p \vee \sim p) \vee q$ | 13, Assoc. |
| (15) | $\sim p \vee q$ | 14, Taut. |
| (16) | $p \supset q$ | 15, Impl. |
| (17) | $\sim p$ | 16, 2, M.T. |

(ক) (7)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p.q) \supset r$ | |
| (2) | $r \supset \sim r$ | |
| (3) | $(s \supset p) . (t \supset q)$ | $/ \therefore \ s \supset \sim t$ |
| (4) | $\sim r \vee \sim r$ | 2, Impl. |
| (5) | $\sim r$ | 4, Taut. |
| (6) | $\sim (p.q)$ | 1, 5, M.T. |
| (7) | $\sim p \vee \sim q$ | 6, De M. |
| (8) | $s \supset p$ | 3, Simp. |
| (9) | $\sim p \supset \sim s$ | 8, Trans. |
| (10) | $(t \supset q) . (s \supset p)$ | 3, Com. |
| (11) | $t \supset q$ | 10, Simp. |
| (12) | $\sim q \supset \sim t$ | 11, Trans. |
| (13) | $(\sim p \supset \sim s) . (\sim q \supset \sim t)$ | 9, 12, Conj. |
| (14) | $\sim s \vee \sim t$ | 13, 7, C.D. |
| (15) | $s \supset \sim t$ | 14, Impl. |

(8)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p \supset q) . (r \supset s)$ | |
| (2) | $(q \vee s) \supset t$ | |
| (3) | $\sim t$ | $/ \therefore \ \sim (p \vee r)$ |
| (4) | $\sim (q \vee s)$ | 2, 3, M.T. |
| (5) | $\sim q . \sim s$ | 4, De M. |
| (6) | $p \supset q$ | 1, Simp. |
| (7) | $\sim q$ | 5, Simp. |

(8) $\sim p$ — 6, 7, M.T.
(9) $(r \supset s).(p \supset q)$ — 1, Com.
(10) $r \supset s$ — 9, Simp
(11) $\sim s . \sim q$ — 5, Com.
(12) $\sim s$ — 11, Simp.
(13) $\sim r$ — 10, 12, M.T.
(14) $\sim p . \sim r$ — 8, 13, Conj.
(15) $\sim (p \vee r)$ — 14, De M.

(খ) (1)
(1) $p \supset q$
(2) $\sim r \supset \sim q$
(3) $r \supset s$ — $/ \therefore\ p \supset s$
(4) $q \supset r$ — 2, Trans.
(5) $p \supset r$ — 1, 4, H.S.
(6) $p \supset s$ — 5, 3, H.S.

(2)
(1) $(p.q) \supset (r \supset \sim s)$
(2) $p.q$ — $/ \therefore\ s \supset \sim r$
(3) $r \supset \sim s$ — 1, 2, M.P.
(4) $\sim \sim s \supset \sim r$ — 3, Trans.
(5) $s \supset \sim r$ — 4, D.N.

(3)
(1) $p$
(2) $(\sim q . \sim p) \supset r$
(3) $p \supset \sim r$ — $/ \therefore\ \sim q \supset p$
(4) $\sim r$ — 3, 1, M.P.
(5) $\sim (\sim q . \sim p)$ — 2, 4, M.T.
(6) $\sim q \supset p$ — 5, সংজ্ঞা

(4)
(1) $p \supset (q \supset r)$ — $/ \therefore\ \sim r \supset (\sim p \vee \sim q)$
(2) $(p.q) \supset r$ — 1, Exp.
(3) $\sim r \supset \sim (p.q)$ — 2, Trans.
(4) $\sim r \supset (\sim p \vee \sim q)$ — 3, De M.

(5)
(1) $(\sim p.q) \supset r$
(2) $(q \supset r) \supset s$
(3) $\sim p$ — $/ \therefore\ s$
(4) $\sim p \supset (q \supset r)$ — 1, Exp.
(5) $q \supset r$ — 4, 3, M.P.
(6) $s$ — 2, 5, M.P.

| | | | |
|---|---|---|---|
| (6) | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $\sim r \supset (\sim q \vee \sim s)$ | |
| | (3) | $\sim s \supset t$ | |
| | (4) | $p$ | |
| | (5) | $\sim r$ | $/ \therefore\ t$ |
| | (6) | $q$ | 1, 4. M.P. |
| | (7) | $\sim q \vee \sim s$ | 2, 5, M.P. |
| | (8) | $\sim \sim q$ | 6, D.N. |
| | (9) | $\sim s$ | 7, 8, D.S. |
| | (10) | $t$ | 3, 9, M.P. |
| (7) | (1) | $(p \supset q) \cdot (r \supset s)$ | |
| | (2) | $\sim q \cdot \sim s$ | $/ \therefore \sim p \cdot \sim r$ |
| | (3) | $p \supset q$ | 1, Simp. |
| | (4) | $\sim q$ | 2, Simp. |
| | (5) | $\sim p$ | 3, 4, M.T. |
| | (6) | $(r \supset s) \cdot (p \supset q)$ | 1, Com. |
| | (7) | $r \supset s$ | 6, Simp. |
| | (8) | $\sim s \cdot \sim q$ | 2, Com. |
| | (9) | $\sim s$ | 8, Simp. |
| | (10) | $\sim r$ | 7, 9, M.T. |
| | (11) | $\sim p \cdot \sim r$ | 5, 10, Conj. |
| (8) | (1) | $\sim p \supset \sim q$ | |
| | (2) | $(r \supset q) \cdot (q \supset r)$ | |
| | (3) | $r$ | $/ \therefore p$ |
| | (4) | $q \supset p$ | 1, Trans. |
| | (5) | $r \supset q$ | 2, Simp. |
| | (6) | $r \supset p$ | 5, 4, H.S. |
| | (7) | $p$ | 6, 3, M.P. |
| (9) | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $r \supset s$ | |
| | (3) | $t \supset \sim s$ | |
| | (4) | $u \supset \sim q$ | |
| | (5) | $u \vee r$ | $/ \therefore \sim p \vee \sim t$ |
| | (6) | $\sim q \supset \sim p$ | 1, Trans. |
| | (7) | $u \supset \sim p$ | 4, 6, H.S. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (8) | $\sim\sim s \supset \sim t$ | 3, Trans. |
| | (9) | $s \supset \sim t$ | 8, D.N. |
| | (10) | $r \supset \sim t$ | 2, 9, H.S. |
| | (11) | $(u \supset \sim p) . (r \supset \sim t)$ | 7, 10, Conj. |
| | (12) | $\sim p \vee \sim t$ | 11, 5, C.D. |
| (10) | (1) | $(p . \sim q) \supset \sim r$ | |
| | (2) | $\sim r \supset \sim s$ | |
| | (3) | $s$ | $/ \therefore p \supset q$ |
| | (4) | $s \supset r$ | 2, Trans. |
| | (5) | $r$ | 4, 3, M.P. |
| | (6) | $\sim\sim r$ | 5, D.N. |
| | (7) | $\sim(p . \sim q)$ | 1, 5, M.T. |
| | (8) | $p \supset q$ | 7, সংজ্ঞা |
| (11) | (1) | $(\sim p . q) \supset (r \vee s)$ | |
| | (2) | $\sim p \supset (r \supset t)$ | |
| | (3) | $p \vee (s \supset \sim u)$ | |
| | (4) | $\sim p . q$ | $/ \therefore t \vee \sim u$ |
| | (5) | $\sim p$ | 4, Simp. |
| | (6) | $r \supset t$ | 2, 5, M.P. |
| | (7) | $s \supset \sim u$ | 3, 5, D.S. |
| | (8) | $(r \supset t) . (s \supset \sim u)$ | 6, 7 Conj. |
| | (9) | $r \vee s$ | 1, 4, M.P. |
| | (10) | $t \vee \sim u$ | 8, 9, C.D. |
| (12) | (1) | $p \vee q$ | |
| | (2) | $q \supset (r . s)$ | |
| | (3) | $p \supset (t \vee u)$ | |
| | (4) | $\sim s . \sim u$ | $/ \therefore t$ |
| | (5) | $\sim s$ | 4, Simp. |
| | (6) | $\sim s \vee \sim r$ | 5, Add. |
| | (7) | $\sim r \vee \sim s$ | 6, Com. |
| | (8) | $\sim(r . s)$ | 7, De.M. |
| | (9) | $\sim q$ | 2, 8, M.T. |
| | (10) | $q \vee p$ | 1, Com. |
| | (11) | $p$ | 10, 9, D.S. |
| | (12) | $t \vee u$ | 3, 11, M.P. |

| | | |
|---|---|---|
| (13) | $u \vee t$ | 12, Com. |
| (14) | $\sim u \,.\, \sim s$ | 4, Com. |
| (15) | $\sim u$ | 14, Simp. |
| (16) | $t$ | 13, 15, D.S. |

(13)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $q \supset r$ | |
| (3) | $r \supset \sim s$ | |
| (4) | $(p \supset \sim s) \supset (q \supset p)$ | |
| (5) | $\sim p$ | $/ \therefore \sim q$ |
| (6) | $p \supset r$ | 1, 2, H.S. |
| (7) | $p \supset \sim s$ | 6, 3, H.S. |
| (8) | $q \supset p$ | 4, 7, M.P. |
| (9) | $\sim p \supset \sim q$ | 8, Trans. |
| (10) | $\sim q$ | 9, 5, M.P. |

(14)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \,.\sim r)$ | $/ \therefore p \supset (r \supset q)$ |
| (2) | $\sim p \vee (q \,.\sim r)$ | 1, Impl. |
| (3) | $(\sim p \vee q) \,.\, (\sim p \vee \sim r)$ | 2, Dist. |
| (4) | $\sim p \vee q$ | 3, Simp. |
| (5) | $(\sim p \vee q) \vee \sim r$ | 4, Add. |
| (6) | $\sim p \vee (q \vee \sim r)$ | 5, Assoc. |
| (7) | $\sim p \vee (\sim r \vee q)$ | 6, Com. |
| (8) | $p \supset (\sim r \vee q)$ | 7, Impl. |
| (9) | $p \supset (r \supset q)$ | 8, Impl. |

(15)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \supset r)$ | |
| (2) | $r \supset (s \,.\, t)$ | $/ \therefore p \supset (q \supset s)$ |
| (3) | $(p \,.\, q) \supset r$ | 1, Exp. |
| (4) | $(p \,.\, q) \supset (s \,.\, t)$ | 3, 2, H.S. |
| (5) | $\sim (p \,.\, q) \vee (s \,.\, t)$ | 4, Impl. |
| (6) | $[\sim (p \,.\, q) \vee s] \,.\, [\sim (p \,.\, q) \vee t]$ | 5, Dist. |
| (7) | $\sim (p \,.\, q) \vee s$ | 6, Simp. |
| (8) | $(p \,.\, q) \supset s$ | 7, Impl. |
| (9) | $p \supset (q \supset s)$ | 8, Exp. |

(16)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $p \supset r$ | $/ \therefore p \supset (q \,.\, r)$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (3) | $\sim p \vee q$ | 1, Impl. |
| | (4) | $\sim p \vee r$ | 2, Impl. |
| | (5) | $(\sim p \vee q) \cdot (\sim p \vee r)$ | 3, 4, Conj. |
| | (6) | $\sim p \vee (q \cdot r)$ | 5, Dist. |
| | (7) | $p \supset (q \cdot r)$ | 6, Impl. |
| (17) | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $r \supset q$ | $/ \therefore (p \vee r) \supset q$ |
| | (3) | $\sim p \vee q$ | 1, Impl. |
| | (4) | $\sim r \vee q$ | 2, Impl. |
| | (5) | $q \vee \sim p$ | 3, Com. |
| | (6) | $q \vee \sim r$ | 4, Com. |
| | (7) | $(q \vee \sim p) \cdot (q \vee \sim r)$ | 5, 6, Conj. |
| | (8) | $q \vee (\sim p \cdot \sim r)$ | 7, Dist. |
| | (9) | $(\sim p \cdot \sim r) \vee q$ | 8, Com. |
| | (10) | $\sim (p \vee r) \vee q$ | 9, De M. |
| | (11) | $(p \vee r) \supset q$ | 10, Impl. |
| (18) | (1) | $(p \supset q) \cdot (\sim p \supset r)$ | |
| | (2) | $p \vee \sim p$ | |
| | (3) | $(p \supset \sim r) \cdot (\sim p \supset \sim q)$ | $/ \therefore r \equiv \sim q$ |
| | (4) | $\sim r \vee \sim q$ | 3, 2, C.D. |
| | (5) | $r \supset \sim q$ | 4, Impl. |
| | (6) | $q \vee r$ | 1, 2. C.D. |
| | (7) | $\sim \sim q \vee r$ | 6, D.N. |
| | (8) | $\sim q \supset r$ | 7, Impl. |
| | (9) | $(r \supset \sim q) \cdot (\sim q \supset r)$ | 5, 8, Conj. |
| | (10) | $r \equiv \sim q$ | 9, Equiv. |
| (19) | (1) | $(p \supset q) \cdot (r \supset s)$ | $/ \therefore (p \vee r) \supset (q \vee s)$ |
| | (2) | $p \supset q$ | 1, Simp. |
| | (3) | $\sim p \vee q$ | 2, Impl. |
| | (4) | $(\sim p \vee q) \vee s$ | 3, Add. |
| | (5) | $\sim p \vee (q \vee s)$ | 4, Assoc. |
| | (6) | $(q \vee s) \vee \sim p$ | 5, Com. |
| | (7) | $(r \supset s) \cdot (p \supset q)$ | 1, Com. |
| | (8) | $r \supset s$ | 7, Simp. |
| | (9) | $\sim r \vee s$ | 8, Impl. |

| | $(10)$ | $(\sim r \vee s) \vee q$ | 9, Add. |
|---|---|---|---|
| | $(11)$ | $\sim r \vee (s \vee q)$ | 10, Assoc. |
| | $(12)$ | $\sim r \vee (q \vee s)$ | 11, Com. |
| | $(13)$ | $(q \vee s) \vee \sim r$ | 12, Com. |
| | $(14)$ | $[(q \vee s) \vee \sim p] \cdot [(q \vee s) \vee \sim r]$ | 6, 13, Conj. |
| | $(15)$ | $(q \vee s) \vee (\sim p \cdot \sim r)$ | 14, Dist. |
| | $(16)$ | $(\sim p \cdot \sim r) \vee (q \vee s)$ | 15, Com. |
| | $(17)$ | $\sim (p \vee r) \vee (q \vee s)$ | 16, De M. |
| | $(18)$ | $(p \vee r) \supset (q \vee s)$ | 17, Impl. |

| (গ) (1) | (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
|---|---|---|---|
| | (2) | $\sim q$ | |
| | (3) | $\sim r$ | $/ \therefore \sim p$ |
| | (4) | $\sim q \cdot \sim r$ | 2, 3, Conj. |
| | (5) | $\sim (q \vee r)$ | 4, De M. |
| | (6) | $\sim p$ | 1, 5, M.T. |

| (2) | (1) | $p \cdot (q \vee r)$ | |
|---|---|---|---|
| | (2) | $p \supset \sim q$ | $/ \therefore r$ |
| | (3) | $p$ | 1, Simp. |
| | (4) | $\sim q$ | 2, 3, M.P. |
| | (5) | $(q \vee r) \cdot p$ | 1, Com. |
| | (6) | $q \vee r$ | 5, Simp. |
| | (7) | $r$ | 6, 4, D.S. |

| (3) | (1) | $p \supset (q \supset r)$ | |
|---|---|---|---|
| | (2) | $\sim r$ | |
| | (3) | $p$ | $/ \therefore \sim q$ |
| | (4) | $q \supset r$ | 1, 3, M.P. |
| | (5) | $\sim q$ | 4, 2, M.T. |

| (4) | (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
|---|---|---|---|
| | (2) | $q \supset s$ | |
| | (3) | $r \supset s$ | |
| | (4) | $s \supset \sim t$ | |
| | (5) | $t$ | $/ \therefore \sim p$ |
| | (6) | $\sim \sim t$ | 5, D.N. |
| | (7) | $\sim s$ | 4, 6, M.T. |

(8) $\sim q$ 2, 7, M.T.
(9) $\sim r$ 3, 7, M.T.
(10) $\sim q \cdot \sim r$ 8, 9, Conj.
(11) $\sim (q \vee r)$ 10, De M.
(12) $\sim p$ 1, 11, M.T.

(5) (1) $p \supset (q \supset r)$
(2) $q \supset (r \supset s)$ $/ \therefore p \supset (q \supset s)$
(3) $(p \cdot q) \supset r$ 1, Exp.
(4) $\sim q \vee (r \supset s)$ 2, Impl.
(5) $\sim q \vee (\sim r \vee s)$ 4, Impl.
(6) $(\sim q \vee \sim r) \vee s$ 5, Assoc.
(7) $(\sim r \vee \sim q) \vee s$ 6, Com.
(8) $\sim r \vee (\sim q \vee s)$ 7, Assoc.
(9) $r \supset (\sim q \vee s)$ 8, Impl.
(10) $r \supset (q \supset s)$ 9, Impl.
(11) $(p \cdot q) \supset (q \supset s)$ 3, 10, H. S.
(12) $[(p \cdot q) \cdot q] \supset s$ 11, Exp.
(13) $[(p \cdot (q \cdot q)] \supset s$ 12, Assoc.
(14) $(p \cdot q) \supset s$ 13, Taut.
(15) $p \supset (q \supset s)$ 14, Exp.

(6) (1) $\sim p \supset \sim q$
(2) $p \supset r$
(3) $\sim r$ $/ \therefore \sim q$
(4) $\sim p$ 2, 3, M.T.
(5) $\sim q$ 1, 4, M.P.

(7) (1) $p \supset (\sim q \supset \sim r)$
(2) $\sim q$ $/ \therefore \sim r \vee \sim p$
(3) $\sim p \vee (\sim q \supset \sim r)$ 1, Impl.
(4) $\sim p \vee (\sim \sim q \vee \sim r)$ 3, Impl.
(5) $\sim p \vee (q \vee \sim r)$ 4, D.N.
(6) $(q \vee \sim r) \vee \sim p$ 5, Com.
(7) $q \vee (\sim r \vee \sim p)$ 6, Assoc.
(8) $\sim r \vee \sim p$ 7, 2, D.S.

| | | | |
|---|---|---|---|
| (8) | (1) | $(p \cdot q) \supset r$ | |
| | (2) | $\sim p \supset s$ | |
| | (3) | $\sim (\sim p \cdot s)$ | |
| | (4) | $\sim r$ | $/ \therefore \sim q$ |
| | (5) | $\sim (s \cdot \sim p)$ | 3, Com. |
| | (6) | $s \supset p$ | 5, সংজ্ঞা |
| | (7) | $\sim p \supset p$ | 2, 6, H.S. |
| | (8) | $\sim \sim p \vee p$ | 7, Impl. |
| | (9) | $p \vee p$ | 8, D.N. |
| | (10) | $p$ | 9, Taut. |
| | (11) | $\sim \sim p$ | 10, D.N. |
| | (12) | $\sim (p \cdot q)$ | 1, 4, M.T. |
| | (13) | $\sim p \vee \sim q$ | 12, De M. |
| | (14) | $\sim q$ | 13, 11, D.S. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (9) | (1) | $p \equiv q$ | |
| | (2) | $q \equiv r$ | $/ \therefore p \equiv r$ |
| | (3) | $(p \supset q) \cdot (q \supset p)$ | 1, Equiv. |
| | (4) | $p \supset q$ | 3, Simp. |
| | (5) | $(q \supset r) \cdot (r \supset q)$ | 2, Equiv. |
| | (6) | $q \supset r$ | 5, Simp. |
| | (7) | $p \supset r$ | 4, 6, H.S. |
| | (8) | $(r \supset q) \cdot (q \supset r)$ | 5, Com. |
| | (9) | $r \supset q$ | 8, Simp. |
| | (10) | $(q \supset p) \cdot (p \supset q)$ | 3, Com. |
| | (11) | $q \supset p$ | 10, Simp. |
| | (12) | $r \supset p$ | 9, 11, H.S. |
| | (13) | $(p \supset r) \cdot (r \supset p)$ | 7, 12, Conj. |
| | (14) | $p \equiv r$ | 13, Eqviv. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (10) | (1) | $(p \vee q) \supset (r \vee s)$ | |
| | (2) | $[(r \vee s) \vee t] \supset (u \vee v)$ | |
| | (3) | $(u \vee v) \supset \sim r$ | |
| | (4) | $s \supset \sim u$ | |
| | (5) | $p$ | $/ \therefore v$ |
| | (6) | $p \vee q$ | 5, Add. |
| | (7) | $r \vee s$ | 1, 6, M.P. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (8) | $(r \vee s) \vee t$ | 7, Add. |
| | (9) | $u \vee v$ | 2, 8, M.P. |
| | (10) | $\sim r$ | 3, 9, M.P. |
| | (11) | $s$ | 7, 10, D.S. |
| | (12) | $\sim u$ | 4, 11, M.P. |
| | (13) | $v$ | 9, 12, D.S. |
| (11) | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $r \vee \sim q$ | |
| | (3) | $\sim(\sim p \vee s)$ | $/ \therefore r$ |
| | (4) | $\sim\sim p \cdot \sim s$ | 3, De M. |
| | (5) | $p \cdot \sim s$ | 4, D.N. |
| | (6) | $p$ | 5, Simp. |
| | (7) | $q$ | 1, 6, M.P. |
| | (8) | $\sim\sim q$ | 7, D.N. |
| | (9) | $\sim q \vee r$ | 2, Com. |
| | (10) | $r$ | 9, 8, D.S. |
| (12) | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $p \vee q$ | $/ \therefore q$ |
| | (3) | $q \vee p$ | 2, Com. |
| | (4) | $\sim\sim q \vee p$ | 3, D.N. |
| | (5) | $\sim q \supset p$ | 4, Impl. |
| | (6) | $\sim q \supset q$ | 5, 1, H.S. |
| | (7) | $\sim\sim q \vee q$ | 6, Impl. |
| | (8) | $q \vee q$ | 7, D.N. |
| | (9) | $q$ | 8, Taut. |

(ঘ) 1 (খ) (1)

T ✓T T
$p \supset q$

F ✓T ✓T F T
$\sim r \supset \sim q$

F ✓T F
$r \supset s$

---

T ✓F F
$\therefore p \supset s$

1 (খ) (3)

$$\overset{\surd}{\text{T}}$$
$$p$$
$$(\sim q \cdot \sim p) \supset r$$
$$p \supset \sim r$$

---

$$\text{T} \quad \text{F} \quad \overset{\surd}{\text{F}} \quad \text{F}$$
$$\therefore \sim q \supset p$$

1 (খ) (5)

$$\text{F} \quad \overset{\surd}{\text{T}}\,\text{T}\,\text{T} \quad \overset{\surd}{\text{T}}\,\text{F}$$
$$\sim (p \cdot q) \supset r$$
$$\text{T} \; \text{F} \; \text{F} \; \overset{\surd}{\text{T}} \; \text{F}$$
$$(q \supset r) \supset s$$
$$\overset{\surd}{\text{T}} \; \text{F}$$
$$\sim p$$

---

$$\overset{\surd}{\text{F}}$$
$$\therefore s$$

1 (গ) (12)

$$\overset{\surd}{\text{F}} \quad \overset{\surd}{\text{T}} \quad \text{F}$$
$$p \supset q$$
$$\text{T} \quad \overset{\surd}{\text{T}} \quad \text{F}$$
$$p \vee q$$

---

$$\overset{\surd}{\text{F}}$$
$$\therefore q$$

2 (1)

3·9 (1) $(p \vee q) \supset \sim r$

(2) $\sim r \supset \sim s$

(3) $(\sim p \cdot \sim q) \supset (t \supset u)$ $\quad / \therefore (t \cdot \sim u) \supset \sim s$

(4) $t \cdot \sim u$ $\quad / \therefore \sim s$ (C.P.)

| | | |
|---|---|---|
| (5) | $\sim\sim(t\ .\sim u)$ | 4, D.N. |
| (6) | $\sim(t \supset u)$ | 5, সংজ্ঞা |
| (7) | $\sim(\sim p\ .\sim q)$ | 3, 6, M.T. |
| (8) | $p \vee q$ | 7, De M. |
| (9) | $\sim r$ | 1, 8, M.P. |
| (10) | $\sim s$ | 2, 9, M.P. |

4·1 (ক)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \vee (q \supset r)$ | |
| (2) | $\sim s \supset (r \supset t)$ | |
| (3) | $p \supset s$ | |
| (4) | $\sim s$ | $/\therefore q \supset t$ |
| (5) | $q$ | $/\therefore t$ (C.P.) |
| (6) | $\sim p$ | 3, 4, M.T. |
| (7) | $q \supset r$ | 1, 6, D.S. |
| (8) | $r \supset t$ | 2, 4, M.P. |
| (9) | $q \supset t$ | 7, 8, H.S. |
| (10) | $t$ | 9, 5, M.P. |

1. (খ) (1)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $\sim r \supset \sim q$ | |
| (3) | $r \supset s$ | $/\therefore p \supset s$ |
| (4) | $p$ | $/\therefore s$ (C.P.) |
| (5) | $q$ | 1, 4, M.P. |
| (6) | $q \supset r$ | 2, Trans. |
| (7) | $q \supset s$ | 6, 3, H.S. |
| (8) | $s$ | 7, 5, M.P. |

(3)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p$ | |
| (2) | $(\sim q\ .\sim p) \supset r$ | |
| (3) | $p \supset \sim r$ | $/\therefore \sim q \supset p$ |
| (4) | $\sim q$ | $/\therefore p$ (C.P.) |
| (5) | $\sim r$ | 3, 1, M.P. |
| (6) | $\sim(\sim q\ .\sim p)$ | 2, 5, M.T. |
| (7) | $q \vee p$ | 6, De M. |
| (8) | $p$ | 7, 4, D.S. |

(4)
(1) $p \supset (q \supset r)$ $\quad / \therefore \sim r \supset (\sim p \lor \sim q)$
(2) $\sim r$ $\quad / \therefore \sim p \lor \sim q$ (C.P.)
(3) $(p \cdot q) \supset r$ $\quad$ 1, Exp.
(4) $\sim (p \cdot q)$ $\quad$ 3, 2, M.T.
(5) $\sim p \lor \sim q$ $\quad$ 4, De M.

(10)
(1) $(p \cdot \sim q) \supset \sim r$
(2) $\sim r \supset \sim s$
(3) $s$ $\quad / \therefore p \supset q$
(4) $p$ $\quad / \therefore q$ (C.P.)
(5) $s \supset r$ $\quad$ 2, Trans.
(6) $r$ $\quad$ 5, 3, M.P.
(7) $\sim \sim r$ $\quad$ 6, D.N.
(8) $\sim (p \cdot \sim q)$ $\quad$ 1, 7, M.T.
(9) $p \supset q$ $\quad$ 8, সংজ্ঞা
(10) $q$ $\quad$ 9, 4, M.P.

(14)
(1) $p \supset (q \cdot \sim r)$ $\quad / \therefore p \supset (r \supset q)$
(2) $p$ $\quad / \therefore r \supset q$ (C.P)
(3) $r$ $\quad / \therefore q$ (C.P.)
(4) $q \cdot \sim r$ $\quad$ 1, 2, M.P.
(5) $\sim r \cdot q$ $\quad$ 4, Com.
(6) $\sim r$ $\quad$ 5, Simp.
(7) $\sim r \lor q$ $\quad$ 6, Add.
(8) $r \supset q$ $\quad$ 7, Impl.
(9) $q$ $\quad$ 8, 3, M.P.

(15)
(1) $p \supset (q \supset r)$
(2) $r \supset (s \cdot t)$ $\quad / \therefore p \supset (q \supset s)$
(3) $p$ $\quad / \therefore q \supset s$ (C.P.)
(4) $q$ $\quad / \therefore s$ (C.P.)
(5) $q \supset r$ $\quad$ 1, 3, M.P.
(6) $r$ $\quad$ 5, 4, M.P.
(7) $s \cdot t$ $\quad$ 2, 6, M.P.
(8) $s$ $\quad$ 7, Simp.

(16)
(1) $p \supset q$
(2) $p \supset r$ $\quad / \therefore p \supset (q \cdot r)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (3) | $p$ | $/\therefore q . r$ (C.P.) |
| | (4) | $q$ | 1, 3, M.P. |
| | (5) | $r$ | 2, 3, M.P. |
| | (6) | $q . r$ | 4, 5, Conj. |
| (17) | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $r \supset q$ | $/\therefore (p \vee r) \supset q$ |
| | (3) | $p \vee r$ | $/\therefore q$ (C.P.) |
| | (4) | $(p \supset q) . (r \supset q)$ | 1, 2, Conj. |
| | (5) | $q \vee q$ | 4, 3, C.D. |
| | (6) | $q$ | 5, Taut. |
| (19) | (1) | $(p \supset q) . (r \supset s)$ | $/\therefore (p \vee r) \supset (q \vee s)$ |
| | (2) | $p \vee r$ | $/\therefore q \vee s$ (C.P.) |
| | (3) | $q \vee s$ | 1, 2, C.D. |

1 (গ) (5)

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (1) | $p \supset (q \supset r)$ | |
| | (2) | $q \supset (r \supset s)$ | $/\therefore p \supset (q \supset s)$ |
| | (3) | $p$ | $/\therefore q \supset s$ (C.P.) |
| | (4) | $q$ | $/\therefore s$ (C.P.) |
| | (5) | $q \supset r$ | 1, 3, M.P. |
| | (6) | $r \supset s$ | 2, 4, M.P. |
| | (7) | $q \supset s$ | 5, 6, H.S. |
| | (8) | $s$ | 7, 4, M.P, |
| (2) | (1) | $p \vee (q \supset r)$ | |
| | (2) | $\sim r$ | $/\therefore q \supset p$ |
| | (3) | $q$ | $/\therefore p$ (C.P.) |
| | (4) | $q . \sim r$ | 3, 2, Conj. |
| | (5) | $\sim \sim (q . \sim r)$ | 4, D.N. |
| | (6) | $\sim (q \supset r)$ | 5, সংজ্ঞা |
| | (7) | $(q \supset r) \vee p$ | 1, Com. |
| | (8) | $p$ | 7, 6, D.S. |
| (3) | (1) | $p \supset q$ | |
| | (2) | $p \supset (q \supset r)$ | |
| | (3) | $q \supset (r \supset s)$ | $/\therefore p \supset s$ |
| | (4) | $p$ | $/\therefore s$ (C.P.) |

| | |
|---|---|
| (5) $q \supset r$ | 2, 4, M.P. |
| (6) $q$ | 1, 4, M.P. |
| (7) $r$ | 5, 6, M.P. |
| (8) $r \supset s$ | 3, 6, M.P. |
| (9) $s$ | 8, 7, M.P. |

(4)

| | |
|---|---|
| (1) $p \supset q$ | |
| (2) $q \supset (\sim r \supset s)$ | |
| (3) $s \supset (t \,.\, u)$ | $/\therefore \sim r \supset (p \supset u)$ |
| (4) $\sim r$ | $/\therefore p \supset u$ (C.P.) |
| (5) $p$ | $/\therefore u$ (C.P.) |
| (6) $q$ | 1, 5, M.P. |
| (7) $\sim r \supset s$ | 2, 6, M.P. |
| (8) $s$ | 7, 4, M.P. |
| (9) $t \,.\, u$ | 3, 8, M.P. |
| (10) $u \,.\, t$ | 9, Com. |
| (11) $u$ | 10, Simp. |

(5)

| | |
|---|---|
| (1) $(p \supset q) \,.\, (r \supset s)$ | $/\therefore (p \vee r) \supset (q \vee s)$ |
| (2) $p \vee r$ | $/\therefore q \vee s$ (C.P.) |
| (3) $q \vee s$ | 1, 2, C.D. |

(6)

| | |
|---|---|
| (1) $(p \,.\, q) \supset r$ | |
| (2) $q \supset (p \supset s)$ | $/\therefore (q \equiv p) \supset [q \supset (s \vee r)]$ |
| (3) $q \equiv p$ | $/\therefore q \supset (s \vee r)$ (C.P.) |
| (4) $q$ | $/\therefore s \vee r$ (C.P.) |
| (5) $(q \supset p) \,.\, (p \supset q)$ | 3, Equiv. |
| (6) $q \supset p$ | 5, Simp. |
| (7) $p$ | 6, 4, M.P. |
| (8) $p \supset (q \supset r)$ | 1, Exp. |
| (9) $q \supset r$ | 8, 7, M.P. |
| (10) $p \supset s$ | 2, 4, M.P. |
| (11) $q \supset s$ | 6, 10, H.S. |
| (12) $(q \supset s) \,.\, (q \supset r)$ | 11, 9, Conj. |
| (13) $q \vee q$ | 4, Taut. |
| (14) $s \vee r$ | 12, 13, C.D. |

3.9 (খ) (3)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p \cdot q) \supset r$ | |
| (2) | $p$ | |
| (3) | $p \supset q$ | $/ \therefore r$ |
| (4) | $\sim r$ | I.P. |
| (5) | $\sim (p \cdot q)$ | 1, 4, M.T. |
| (6) | $q$ | 3, 2, M.P. |
| (7) | $p \cdot q$ | 2, 6, Conj. |
| (8) | $(p \cdot q) \cdot \sim (p \cdot q)$ | 7, 5, Conj. |

3.9 (খ) (4)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
| (2) | $\sim q$ | |
| (3) | $\sim p \vee \sim r$ | $/ \therefore \sim p.$ |
| (4) | $\sim \sim p$ | I.P. |
| (5) | $p$ | 4, D.N. |
| (6) | $q \vee r$ | 1, 5, M.P. |
| (7) | $\sim r$ | 3, 4, D.S. |
| (8) | $r$ | 6, 2, D.S. |
| (9) | $r \cdot \sim r$ | 8, 7, Conj. |

3.9 (গ) (3)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q . r)$ | |
| (2) | $q \supset s$ | |
| (3) | $\sim s$ | $/ \therefore \sim p$ |
| (4) | $\sim \sim p$ | I. P. |
| (5) | $p$ | 4, D. N. |
| (6) | $q . r$ | 1, 5, M. P. |
| (7) | $q$ | 6, Simp. |
| (8) | $s$ | 2, 7, M. P. |
| (9) | $s \cdot \sim s$ | 8, 3, Conj. |

3.9 (গ) (5)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $\sim p \supset (q \vee \sim r)$ | |
| (2) | $\sim p \cdot \sim q$ | $/ \therefore \sim r$ |

| | | |
|---|---|---|
| (3) | $\sim\sim r$ | I. P. |
| (4) | $\sim p$ | 2, Simp. |
| (5) | $q \vee \sim r$ | 1, 4, M. P. |
| (6) | $\sim r \vee q$ | 5, Com. |
| (7) | $q$ | 6, 3, D. S. |
| (8) | $\sim q . \sim p$ | 2, Com. |
| (9) | $\sim q$ | 8, Simp. |
| (10) | $q . \sim q$ | 7, 9, Conj. |

3.9 (গ) (10)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p \vee q) \supset (r \supset s)$ | |
| (2) | $(\sim s \vee t) \supset (p . r)$ | /∴ $s$ |
| (3) | $\sim s$ | I. P. |
| (4) | $\sim s \vee t$ | 3, Add. |
| (5) | $p . r$ | 2, 4, M. P. |
| (6) | $p$ | 5, Simp. |
| (7) | $p \vee q$ | 6, Add. |
| (8) | $r \supset s$ | 1, 7, M. P. |
| (9) | $\sim r$ | 8, 3, M. T. |
| (10) | $r . p$ | 5, Com. |
| (11) | $r$ | 10, Simp. |
| (12) | $r . \sim r$ | 11, 9, Conj. |

1 (খ) (5)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(\sim p . q) \supset r$ | |
| (2) | $(q \supset r) \supset s$ | /∴ $s$ |
| (3) | $\sim p$ | I. P. |
| (4) | $\sim s$ | 1, Exp. |
| (5) | $\sim p \supset (q \supset r)$ | 5, 2, H. S. |
| (6) | $\sim p \supset s$ | 6, 4, M. T. |
| (7) | $\sim\sim p$ | 3, 7, Conj. |
| (8) | $\sim p . \sim\sim p$ | |

1 (খ) (6)

(1) $p \supset q$

(2) $\sim r \supset (\sim q \vee \sim s)$

| | | |
|---|---|---|
| (3) | $\sim s \supset t$ | |
| (4) | $p$ | |
| (5) | $\sim r$ | $/\therefore\ t$ |
| (6) | $\sim t$ | I. P. |
| (7) | $\sim \sim s$ | 3, 6, M. T. |
| (8) | $\sim q \lor \sim s$ | 2, 5, M. P. |
| (9) | $\sim s \lor \sim q$ | 8, Com. |
| (10) | $\sim q$ | 9, 7, D. S. |
| (11) | $q$ | 1, 4, M. P. |
| (12) | $q \cdot \sim q$ | 11, 10, Conj. |

1 (খ) (7)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p \supset q) \cdot (r \supset s)$ | |
| (2) | $\sim q \cdot \sim s$ | $/\therefore\ \sim p \cdot \sim r$ |
| (3) | $\sim (\sim p \cdot \sim r)$ | I. P. |
| (4) | $p \lor r$ | 3, De. M. |
| (5) | $q \lor s$ | 1, 4, C. D. |
| (6) | $\sim (q \lor s)$ | 2, De. M. |
| (7) | $(q \lor s) \cdot \sim (q \lor s)$ | 5, 6, Conj. |

1 (খ) (8)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $\sim p \supset \sim q$ | |
| (2) | $(r \supset q) \cdot (q \supset r)$ | |
| (3) | $r$ | $/\therefore\ p$ |
| (4) | $\sim p$ | I. P. |
| (5) | $\sim q$ | 1. 4, M, P. |
| (6) | $r \supset q$ | 2, Simp. |
| (7) | $q$ | 6, 3, M. P. |
| (8) | $q \cdot \sim q$ | 7, 5, Conj. |

1 (খ) (12)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \lor q$ | |
| (2) | $q \supset (r . s)$ | |
| (3) | $p \supset (t \lor u)$ | |
| (4) | $\sim s \cdot \sim u$ | $/\therefore\ t$ |
| (5) | $\sim t$ | I. P. |

| | | |
|---|---|---|
| (6) | $\sim u . \sim s$ | 4, Com. |
| (7) | $\sim u$ | 6, Simp. |
| (8) | $\sim t . \sim u$ | 5, 7, Conj. |
| (9) | $\sim (t \vee u)$ | 8, De M. |
| (10) | $\sim p$ | 3, 9, M. T. |
| (11) | $q$ | 1, 10, D, S. |
| (12) | $r . s$ | 2. 11, M. P. |
| (13) | $s . r$ | 12, Com. |
| (14) | $s$ | 13, Simp. |
| (15) | $\sim s$ | 4, Simp. |
| (16) | $s . \sim s$ | 14, 15, Conj. |

1 (খ) (13)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $q \supset r$ | |
| (3) | $r \supset \sim s$ | |
| (4) | $(p \supset \sim s) \supset (q \supset p)$ | $/ \therefore \sim q$ |
| (5) | $\sim p$ | I. P. |
| (6) | $\sim \sim q$ | 6, D. N, |
| (7) | $q$ | 1, 2, H. S. |
| (8) | $p \supset r$ | 8, 3, H. S. |
| (9) | $p \supset \sim s$ | 4, 9, M. P. |
| (10) | $q \supset p$ | 10, 7, M. P. |
| (11) | $p$ | 11, 5, Conj. |
| (12) | $p . \sim p$ | |

1 (গ) (1)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
| (2) | $\sim q$ | |
| (3) | $\sim r$ | $/ \therefore \sim p$ |
| (4) | $\sim \sim p$ | I. P. |
| (5) | $p$ | 4, D, N. |
| (6) | $q \vee r$ | 1, 5, M. P. |
| (7) | $r$ | 6, 2, D. S. |
| (8) | $r . \sim r$ | 7, 3, Conj. |

1 (গ) (2)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \cdot (q \vee r)$ | |
| (2) | $p \supset \sim q$ | $/ \therefore r$ |
| (3) | $\sim r$ | I. P. |
| (4) | $(q \vee r) \cdot p$ | 1, Com. |
| (5) | $q \vee r$ | 4, Simp. |
| (6) | $r \vee q$ | 5, Com. |
| (7) | $q$ | 6, 3, D. S. |
| (8) | $p$ | 1, Simp. |
| (9) | $\sim q$ | 2, 8, M. P. |
| (10) | $q \cdot \sim q$ | 7, 9, Conj. |

1 (গ) (3)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \supset r)$ | |
| (2) | $\sim r$ | |
| (3) | $p$ | $/ \therefore \sim q$ |
| (4) | $\sim \sim q$ | I. P. |
| (5) | $q$ | 4, D. N. |
| (6) | $q \supset r$ | 1, 3, M. P. |
| (7) | $r$ | 6, 5, M. P. |
| (8) | $r \cdot \sim r$ | 7, 2, Conj. |

1 (গ) (4)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \vee r)$ | |
| (2) | $q \supset s$ | |
| (3) | $r \supset s$ | |
| (4) | $s \supset \sim t$ | |
| (5) | $t$ | $/ \therefore \sim p$ |
| (6) | $\sim \sim p$ | I. P. |
| (7) | $p$ | 6, D. N. |
| (8) | $q \vee r$ | 1, 7, M. P. |
| (9) | $\sim \sim t$ | 5, D. N. |
| (10) | $\sim s$ | 4, 9, M. T. |
| (11) | $\sim r$ | 3, 10, M. T. |
| (12) | $\sim q$ | 2, 10, M. T. |
| (13) | $r$ | 8, 12, D. S. |
| (14) | $r \cdot \sim r$ | 13, 11, Conj. |

1 (গ) (11)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $r \vee \sim q$ | |
| (3) | $\sim(\sim p \vee s)$ | $/\therefore\ r$ |
| (4) | $\sim r$ | I. P. |
| (5) | $\sim q$ | 2, 4, D. S. |
| (6) | $\sim p$ | 1, 5, M. T. |
| (7) | $p \cdot \sim s$ | 3, De M. |
| (8) | $p$ | 7, Simp. |
| (9) | $p \cdot \sim p$ | 8, 6, Conj. |

1 (গ) (12)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $p \vee q$ | $/\therefore\ q$ |
| (3) | $\sim q$ | I. P. |
| (4) | $\sim p$ | 1, 3, M. P. |
| (5) | $q$ | 2, 4, D. S. |
| (6) | $q \cdot \sim q$ | 5, 3, Conj. |

1 (ঘ) (2)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $(p . q) \supset r$ | |
| (3) | $\sim r$ | $/\therefore\ \sim p$ |
| (4) | $\sim\sim p$ | I. P. |
| (5) | $p$ | 4, D. N. |
| (6) | $q$ | 1, 5, M. P. |
| (7) | $p \cdot q$ | 5, 6, Conj. |
| (8) | $r$ | 2, 7, M, P. |
| (9) | $r \cdot \sim r$ | 8, 3, Conj. |

1 (ঘ) (3)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q \supset r)$ | |
| (2) | $(s \supset q) \supset p$ | |
| (3) | $q$ | $/\therefore\ r$ |
| (4) | $\sim r$ | I. P. |
| (5) | $(p \cdot q) \supset r$ | 1, Exp. |

| | | |
|---|---|---|
| (6) | $\sim (p . q)$ | 5, 4, M. T. |
| (7) | $\sim p \vee \sim q$ | 6, De M. |
| (8) | $\sim q \vee \sim p$ | 7, Com. |
| (9) | $\sim \sim q$ | 3, D. N. |
| (10) | $\sim p$ | 8, 9, D. S. |
| (11) | $\sim (s \supset q)$ | 2, 10, M. T. |
| (12) | $\sim \sim (s . \sim q)$ | 11, সংজ্ঞা |
| (13) | $s . \sim q$ | 12, D. N. |
| (14) | $\sim q . s$ | 13, Com. |
| (15) | $\sim q$ | 14, Simp. |
| (16) | $q . \sim q$ | 3, 15, Conj. |

1 (অ) (4)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \vee (q \vee r)$ | |
| (2) | $(q \supset s) . (r \supset t)$ | |
| (3) | $(s \vee t) \supset (p \vee r)$ | |
| (4) | $\sim p$ | $/ \therefore r$ |
| (5) | $\sim r$ | I. P. |
| (6) | $q \vee r$ | 1, 4, D. S. |
| (7) | $s \vee t$ | 2, 6, C. D. |
| (8) | $p \vee r$ | 3, 7, M. P. |
| (9) | $r \vee p$ | 8, Com. |
| (10) | $p$ | 9, 5, D. S. |
| (11) | $p . \sim p$ | 10, 4, Conj. |

1 (অ) (5)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p . q) \supset r$ | |
| (2) | $\sim (s \vee r)$ | |
| (3) | $p$ | $/ \therefore \sim q$ |
| (4) | $\sim \sim q$ | I. P. |
| (5) | $q$ | 4, D. N. |
| (6) | $p . q$ | 3, 5, Conj. |
| (7) | $r$ | 1, 6, M. P. |
| (8) | $\sim s . \sim r$ | 2, De M. |
| (9) | $\sim r . \sim s$ | 8, Com. |
| (10) | $\sim r$ | 9, Simp. |
| (11) | $r . \sim r$ | 7, 10, Conj. |

1 (খ) (6)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \vee q$ | |
| (2) | $\sim [r \vee (s . t)]$ | |
| (3) | $\sim t \supset \sim q$ | |
| (4) | $p \supset r$ | $/ \therefore \sim s$ |
| (5) | $\sim \sim s$ | I. P. |
| (6) | $\sim r . \sim (s . t)$ | 2, De M. |
| (7) | $\sim r$ | 6, Simp. |
| (8) | $\sim p$ | 4, 7, M. T. |
| (9) | $q$ | 1, 8, D. S. |
| (10) | $q \supset t$ | 3, Trans. |
| (11) | $t$ | 10, 9, M. P. |
| (12) | $\sim (s . t) . \sim r$ | 6, Com. |
| (13) | $\sim (s . t)$ | 12, Simp. |
| (14) | $\sim s \vee \sim t$ | 13, De M. |
| (15) | $\sim t$ | 14, 5, D. S. |
| (16) | $t . \sim t$ | 11, 15, Conj. |

1 (খ) (7)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | |
| (2) | $r \supset s$ | |
| (3) | $\sim q \vee \sim s$ | |
| (4) | $\sim \sim p$ | |
| (5) | $(t . u) \supset r$ | $/ \therefore \sim (t . u)$ |
| (6) | $\sim \sim (t . u)$ | I. P. |
| (7) | $t . u$ | 6, D. N. |
| (8) | $r$ | 5, 7, M. P. |
| (9) | $s$ | 2, 8, M. P. |
| (10) | $\sim \sim s$ | 9, D. N. |
| (11) | $\sim s \vee \sim q$ | 3, Com. |
| (12) | $\sim q$ | 11, 10, D. S. |
| (13) | $\sim p$ | 1, 12, M. T. |
| (14) | $\sim p . \sim \sim p$ | 13, 4, Conj. |

4 (3)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p$ | $/ \therefore q \supset p$ (C. P.) |
| (2) | $p \vee \sim q$ | 1, Add. |
| (3) | $\sim q \vee p$ | 2, Com. |
| (4) | $q \supset p$ | 3, Impl. |

(5)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p \supset q) \supset p$ | $/ \therefore p$ (C. P.) |
| (2) | $\sim (p \supset q) \vee p$ | 1, Impl. |
| (3) | $\sim \sim (p . \sim q) \vee p$ | 2. সংজ্ঞা |
| (4) | $(p . \sim q) \vee p$ | 3, D. N. |
| (5) | $p \vee (p . \sim q)$ | 4, Com. |
| (6) | $(p \vee p) . (p \vee \sim q)$ | 5, Dist. |
| (7) | $p \vee p$ | 6, Simp. |
| (8) | $p$ | 7, Taut. |

(8)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset q$ | $/ \therefore (p . r) \supset (q . r)$ (C.P.) |
| (2) | $p . r$ | $/ \therefore q . r$ (C.P.) |
| (3) | $p$ | 2, Simp. |
| (4) | $q$ | 1, 3, M. P. |
| (5) | $r . p$ | 2, Com. |
| (6) | $r$ | 5, Simp. |
| (7) | $q . r$ | 4, 6, Conj. |

5 (ক) 2 (2)

| | | | |
|---|---|---|---|
| | (1) | $p \vee (q \supset r)$ | |
| | (2) | $\sim r$ | $/ \therefore q \supset p$ |
| A | (3) | $q$ | |
| A | (4) | $q . \sim r$ | 3, 2, Conj. |
| A | (5) | $\sim \sim (q . \sim r)$ | 4, D. N. |
| A | (6) | $\sim (q \supset r)$ | 5, সংজ্ঞা |
| A | (7) | $(q \supset r) \vee p$ | 1, Com. |
| A | (8) | $p$ | 7, 6, D. S. |
| A | (9) | $q \supset p$ | 3—8, C. P. |

2 (6)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p . q) \supset r$ | |
| (2) | $q \supset (p \supset s)$ | $/ \therefore (q \equiv p) \supset [q \supset (s \vee r)]$ |
| → (3) | $(q \equiv p)$ | |
| → (4) | $q$ | |
| (5) | $(q \supset p) . (p \supset q)$ | 3, Equiv. |
| (6) | $q \supset p$ | 5, Simp. |
| (7) | $p$ | 6, 4, M. P. |
| (8) | $p \supset (q \supset r)$ | 1, Exp. |
| (9) | $q \supset r$ | 8, 7, M. P. |
| (10) | $p \supset s$ | 2, 4, M. P. |
| (11) | $q \supset s$ | 6, 10, H. S. |
| (12) | $(q \supset s) . (q \subset r)$ | 11, 9, Conj. |
| (13) | $q \vee q$ | 4, Taut. |
| (14) | $s \vee r$ | 12, 13, C. D. |
| (15) | $q \supset (s \vee r)$ | 4—14, C. P. |
| (16) | $(q \equiv p) \supset [q \supset (s \vee r)]$ | 3—15, C. P. |

(খ) 3·9 (খ) (5)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $\sim p \supset (q \vee \sim r)$ | |
| (2) | $\sim p . \sim q$ | $/ \therefore \sim r$ |
| → (3) | $\sim \sim r$ | |
| (4) | $\sim q . \sim p$ | 2, Com. |
| (5) | $\sim q$ | 4, Simp. |
| (6) | $\sim q . \sim \sim r$ | 5, 3, Conj. |
| (7) | $\sim (q \vee \sim r)$ | 6, De M. |
| (8) | $\sim \sim p$ | 1, 7, M. T. |
| (9) | $\sim p$ | 2, Simp. |
| (10) | $\sim p . \sim \sim p$ | 9, 8, Conj. |
| (11) | $\sim p \vee \sim r$ | 9, Add. |
| (12) | $\sim r$ | 11, 8, D. S. |
| (13) | $\sim \sim r \supset \sim r$ | 3—12, C. P. |
| (14) | $r \supset \sim r$ | 13, D. N. |
| (15) | $\sim r \vee \sim r$ | 14, Impl. |
| (16) | $\sim r$ | 15, Taut. |

6 (ক) (1) প্রথমটি সংযৌগিক বচন। $p$ ও $q \vee r$ দুইই সত্য হতে হবে। ধরা যাক্, $p$ সত্য, $q$ মিথ্যা, $r$ সত্য। হতে পারে।

| $p$ | . | ( $q$ | $\vee$ | $r$ ) |
|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T |

| ( $p$ | . | $r$ ) | $\supset$ | $\sim$ | ( $s$ | $\vee$ | $t$ ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | F | F | F |

| ( $\sim$ | $s$ | $\vee$ | $\sim$ | $t$ ) | $\supset$ | $\sim$ | ( $p$ | . | $q$ ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | F | T | T | F | T | T | T | F | F |

| $s$ | $\supset$ | $t$ |
|---|---|---|
| F | T | F |

(2) না।

(1) $p . (p \vee q)$
(2) $\sim q \supset \sim p$
(3) $\sim r . \sim q$

| | | |
|---|---|---|
| (4) | $\sim(r \vee p)$ | |
| (5) | $p$ | 1, Simp. |
| (6) | $\sim q . \sim r$ | 3, Com. |
| (7) | $\sim q$ | 6, Simp. |
| (8) | $\sim p$ | 2, 7, M. P. |
| (9) | $p . \sim p$ | 5, 8, Conj. |

(খ) (2) বৈধ

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $p \supset (q.r)$ | |
| (2) | $\sim q$ | /∴ $\sim p$ |
| (3) | $\sim\sim p$ | I. P. |
| (4) | $p$ | 3, D. N. |
| (5) | $q . r$ | 1, 4, M. P. |
| (6) | $q$ | 5, Simp. |
| (7) | $q . \sim q$ | 6, 2, Conj. |

(4) অবৈধ

| | p | q | r |
|---|---|---|---|
| | T | T | F |
| বা | T | F | F |

(7) অবৈধ

| p | q | r | s |
|---|---|---|---|
| F | T | F | F |

(8) বৈধ

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(p.q) \supset r$ | |
| (2) | $r \supset \sim r$ | |
| (3) | $(s \supset p) . (t \supset q)$ | /∴ $s \supset \sim t$ |
| (4) | $\sim r \vee \sim r$ | 2, Impl. |
| (5) | $\sim r$ | 4, Taut. |
| (6) | $\sim (p.q)$ | 1, 5, M. T. |
| (7) | $\sim p \vee \sim q$ | 6, De M. |
| (8) | $s \supset p$ | 3, Simp. |
| (9) | $\sim p \supset \sim s$ | 8, Trans. |
| (10) | $(t \supset q) . (s \supset p)$ | 3, Com. |

(11) $t \supset q$ 10, Simp.
(12) $\sim q \supset \sim t$ 11, Trans.
(13) $(\sim p \supset \sim s) . (\sim q \supset \sim t)$ 9, 12, Conj.
(14) $\sim s \vee \sim t$ 13, 7, C. D.
(15) $s \supset \sim t$ 14, Impl.

## 5

1 (1) অভিধান— Bx # x (হয়) আমার ভক্ত
Px # x প্রণষ্ট হয়

$(x)(Bx \supset \sim Px)$

(5) অভিধান— Bx # x (হয়) বুদ্ধিমান
S′x # x (হয়) শক্তিমান (বলবান)

$(x)(Bx \supset S'x)$

(10) অভিধান— Bx # x (হয়) বচন
Ax # x (হয়) এমন বচন যার সত্যতা নিরূপণ অভিজ্ঞতাসাপেক্ষ

$(\exists x)(Bx . Ax)$

(15) অভিধান— Ax # x (হয়) অতিথি
Kx # x (হয়) এমন ব্যক্তি যিনি খাওয়া পর্যন্ত অপেক্ষা করেছেন

$(\exists x)(Ax . \sim Kx)$

(20) অভিধান— Dx # x (হয়) বৎসরের একটি দিন
Jx # x (হয়) কারো না কারো জন্মদিন

$(x)(Dx \supset Jx)$

[ এই বচনটির প্রকৃত অর্থ একাধিক মাণক ব্যবহার করলে পরিস্ফুট হয়। গ্রন্থান্তরে প্রতীকী ন্যায়ের পরবর্তী পাঠে একাধিক মাণকবদ্ধ বচনের আলোচনা করা হবে। এখানে মোটামুটি একটা প্রতীকীরূপ দেওয়া হয়েছে ]

(22) অভিধান— $Ox$ # $x$ (হয়) ঔষধ

$Bx$ # $x$ (হয়) বেশীমাত্রায় গৃহীত

$Px$ # $x$ (হয়) বিপজ্জনক

$(\exists x)[Ox . (Bx \supset Px)]$

(1) (1) $(x)(Mx \supset Dx)$

| | | |
|---|---|---|
| (2) | $Mj$ | /∴ $Dj$ |
| (3) | $Mj \supset Dj$ | 1, UI |
| (4) | $Dj$ | 3, 2, M. P. |

(2)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $Js . Ds$ | /∴ $(\exists x)(Dx . Jx)$ |
| (2) | $Ds . Js$ | 1, Com. |
| (3) | $(\exists x)(Dx . Jx)$ | 2, EG |

(3) অভিধান— $Tx$ # $x$ (হয়) তাম্রকূটসেবী (ধূমপানকারী)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)(Dx \supset Px)$ | |
| (2) | $(\exists x)(Dx . Tx)$ | /∴ $(\exists x)(Px . Tx)$ |
| (3) | $Dw . Tw$ | 2, EI |
| (4) | $Dw \supset Pw$ | 1, UI |
| (5) | $Dw$ | 3, Simp. |
| (6) | $Pw$ | 4, 5, M. P. |
| (7) | $Tw . Dw$ | 3, Com. |
| (8) | $Tw$ | 7, Simp. |
| (9) | $Pw . Tw$ | 6, 8, Conj. |
| (10) | $(\exists x)(Px . Tx)$ | 9, EG |

(4)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)(Rx \supset \sim Nx)$ | |
| (2) | $(\exists x)(Lx . Nx)$ | /∴ $(\exists x)(Lx . \sim Rx)$ |
| (3) | $Lw . Nw$ | 2, EI |
| (4) | $Nw . Lw$ | 3, Com. |
| (5) | $Nw$ | 4, Simp. |
| (6) | $\sim \sim Nw$ | 5, D. N. |
| (7) | $Rw \supset \sim Nw$ | 1, UI |
| (8) | $\sim Rw$ | 7, 6, M. T. |
| (9) | $Lw$ | 3, Simp. |
| (10) | $Lw . \sim Rw$ | 9, 8, Conj. |
| (11) | $(\exists x)(Lx . \sim Rx)$ | 10, EG |

(5) (1) $(x)(Nx \supset \sim Rx)$
(2) $(x)(Dx \supset Nx)$ $/\therefore (x)(Dx \supset \sim Rx)$
(3) $Dy \supset Ny$ 2, UI
(4) $Ny \supset \sim Ry$ 1, UI
(5) $Dy \supset \sim Ry$ 3, 4, H. S.
(6) $(x)(Dx \supset \sim Rx)$ 5, UG

(6) অভিধান— Ax # $x$ (হয়) স্ত্রীর আজ্ঞানুবর্তী স্বামী
Sx # $x$ (হয়) সৎস্বভাবসম্পন্ন
Rx # $x$ (হয়) রাত্র্যকালের পর বাহিরে অবস্থানকারী ব্যক্তি

(1) $(x)(Ax \supset Sx)$
(2) $(x)(Sx \supset \sim Rx)$ $/\therefore (x)(Rx \supset \sim Ax)$
(3) $Ay \supset Sy$ 1, UI
(4) $Sy \supset \sim Ry$ 2, UI
(5) $Ay \supset \sim Ry$ 3, 4, H. S.
(6) $\sim \sim Ry \supset \sim Ay$ 5, Trans.
(7) $Ry \supset \sim Ay$ 6, D. N.
(8) $(x)(Rx \supset \sim Ax)$ 7, UG

(7) (1) $(\exists x)(Bx \cdot \sim Kx)$
(2) $(x)(Bx \supset Mx)$ $/\therefore (\exists x)(Mx \cdot \sim Kx)$
(3) $Bw \cdot \sim Kw$ 1, EI
(4) $Bw$ 3, Simp.
(5) $Bw \supset Mw$ 2, UI
(6) $Mw$ 5, 4, M. P.
(7) $\sim Kw \cdot Bw$ 3, Com.
(8) $\sim Kw$ 7, Simp.
(9) $Mw \cdot \sim Kw$ 6, 8, Conj.
(10) $(\exists x)(Mx \cdot \sim Kx)$ 9, EG

(8) (1) $(x)(Bx \supset Dx)$
(2) $(x)(Dx \supset Nx)$
(3) $Bb$ $/\therefore Nb$
(4) $Bb \supset Db$ 1, UI
(5) $Db \supset Nb$ 2, UI
(6) $Bb \supset Nb$ 4, 5, H. S.
(7) $Nb$ 6, 3, M. P.

(9)
(1) $(x)[(Bx \vee Dx) \supset Sx]$
(2) $Bb$ /∴ $Sb$
(3) $(Bb \vee Db) \supset Sb$ — 1, UI
(4) $Bb \vee Db$ — 2, Add.
(5) $Sb$ — 3, 4, M. P.

(10)
(1) $(x)(Fx \supset Sx)$
(2) $(x)(Fx \supset Px)$ /∴ $(x)[Fx \supset (Sx . Px)]$
(3) $Fy \supset Sy$ — 1, UI
(4) $Fy \supset Py$ — 2, UI
→(5) $Fy$
(6) $Sy$ — 3, 5, M. P.
(7) $Py$ — 4, 5, M. P.
(8) $Sy . Py$ — 6, 7, Conj.
(9) $Fy \supset (Sy . Py)$ — 5—8, C. P.
(10) $(x)[Fx \supset (Sx . Px)]$ — 9, UG

(11) অভিধান— $Nx$ ≡ $x$ (হয়) রাণী

(1) $(x) Rx \supset Bx)$
(2) $(x)(Nx \supset Bx)$ /∴ $(x)[(Rx \vee Nx) — Bx]$
(3) $Ry \supset By$ — 1, UI
(4) $Ny \supset By$ — 2, UI
→ (5) $Ry \vee Ny$
(6) $\sim \sim Ry \vee Ny$ — 5, D. N.
(7) $\sim Ry \supset Ny$ — 6, Impl.
(8) $\sim Ry \supset By$ — 7, 4, H. S.
(9) $\sim By \supset \sim Ry$ — 3, Trans.
(10) $\sim By \supset By$ — 9, 8, H. S.
(11) $\sim \sim By \vee By$ — 10, Impl.
(12) $By \vee By$ — 11, D. N.
(13) $By$ — 12, Taut.
(14) $(Ry \vee Ny) \supset By$ — 5—13, C. P.
(15) $(x)[(Rx \vee Nx) \supset Bx]$ — 14, UG

(12)
(1) $(x)[Gx \supset (Nx . Ux)]$
(2) $(\exists x)(Gx . Kx)$ /∴ $(\exists x)(Ux . Kx)$
(3) $Gw . Kw$ — 2, EI
(4) $Gw$ — 3, Simp.

| | | |
|---|---|---|
| (5) | $Gw \supset (Nw . Uw)$ | 1, UI |
| (6) | $Nw . Uw$ | 5, 4, M. P. |
| (7) | $Uw . Nw$ | 6, Com. |
| (8) | $Uw$ | 7, Simp. |
| (9) | $Kw . Gw$ | 3, Com. |
| (10) | $Kw$ | 9, Simp. |
| (11) | $Uw . Kw$ | 8, 10, Conj. |
| (12) | $(\exists x)(Ux . Kx)$ | 11, EG |

* [illegible] $Hx$ [illegible]

$Ax$ # $x$ (হয়) আসবাব

$Sx$ # $x$ (হয়) সুন্দর

$Mx$ # $x$ (হয়) মহার্ঘ

$Px$ # $x$ (হয়) প্রাসাদস্থ

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)[(Hx.Ax) \supset (Sx.Mx)]$ | |
| (2) | $(x)[(Px.Ax) \supset Hx]$ | $/\therefore (x)[(Px.Ax) \supset Mx]$ |
| (3) | $(Py . Ay) \supset Hy$ | 2, UI |
| → (4) | $Py . Ay$ | |
| (5) | $Hy$ | 3, 4, M. P. |
| (6) | $Ay . Py$ | 4, Com. |
| (7) | $Ay$ | 6, Simp. |
| (8) | $Hy . Ay$ | 5, 7, Conj. |
| (9) | $(Hy\ Ay) \supset (Sy . My)$ | 1, UI |
| (10) | $Sy . My$ | 9, 8, M. P. |
| (11) | $My . Sy$ | 10, Com. |
| (12) | $My$ | 11, Simp. |
| (13) | $(Py . Ay) \supset My$ | 4—12, C. P. |
| (14) | $(x)[(Px . Ax) \supset Mx)$ | 13, UG |

(14)

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)[Ux \supset (Nx \vee S'x)]$ | |
| (2) | $(x)(Nx \supset Sx)$ | |
| (3) | $(\exists x)(Ux . \sim Sx)$ | $/\therefore (\exists x)(Ux . S'x)$ |
| (4) | $Uw . \sim Sw$ | 3, EI |
| (5) | $Uw$ | 8, Simp. |
| (6) | $Uw \supset (Nw \vee S'w)$ | 1, UI |
| (7) | $Nw \vee S'w$ | 6, 5, M. P. |
| (8) | $Nw \supset Sw$ | 2, UI |

| | | |
|---|---|---|
| (9) | $\sim Sw \supset \sim Nw$ | 8, Trans. |
| (10) | $\sim Sw . Uw$ | 4, Com. |
| (11) | $\sim Sw$ | 10, Simp. |
| (12) | $\sim Nw$ | 9, 11, M. P. |
| (13) | $S'w$ | 7, 12, D. S. |
| (14) | $Uw . S'w$ | 5, 13, Conj. |
| (15) | $(\exists x)(Ux . S'x)$ | 14, EG |

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)(Nx \supset Px)$ | |
| (2) | $Mc$ | |
| (3) | $Nc$ | $/ \therefore (\exists x)(Mx . Px)$ |
| (4) | $Nc \supset Pc$ | 1, UI |
| (5) | $Pc$ | 4, 3, M. P. |
| (6) | $Mc . Pc$ | 2, 5, Conj. |
| (7) | $(\exists x)(Mx . Px)$ | 6, EG |

(16) অভিধান— $Rx$ # $x$ (হয়) পেট্রোল রপ্তানীকারী দেশ
$Ax$ # $x$ (হয়) পেট্রোল আমদানীকারী দেশ
$Sx$ # $x$ (হয়) সম্মেলনে আমন্ত্রিত
$Px$ # $x$ (হয়) সর্বসম্মতভাবে পেট্রোলের মূল্য নিয়ন্ত্রণের উদ্দেশ্যে পরিকল্পনা দাখিল করার জন্য বিশেষভাবে আহূত

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $(x)[(Rx \vee Ax) \supset (Sx.Px)]$ | $/ \therefore (x)(Ax \supset Px)$ |
| →(2) | $Ay$ | |
| (3) | $(Ry \vee Ay) \supset (Sy . Py)$ | 1, UI |
| (4) | $Ay \vee Ry$ | 2, Add. |
| (5) | $Ry \vee Ay$ | 4, Com. |
| (6) | $Sy . Py$ | 3, 5, M. P. |
| (7) | $Py . Sy$ | 6, Com. |
| (8) | $Py$ | 7, Simp. |
| (9) | $Ay \supset Py$ | 2—8, C. P. |
| (10) | $(x)(Ax \supset Px)$ | 9, UG |

3 (1) $(x)(Bx \supset Dx)$
$Ds$

---

$\therefore Bs$

একটি মাত্র ব্যক্তি, $s$, আছে, এমন জগতের ক্ষেত্রে উক্ত ন্যায় নীচের ন্যায়ের সমমান,

$$\begin{array}{l} Bs \supset Ds \\ Ds \\ \hline \therefore\ Bs \end{array}$$

$Bs$ মিথ্যা, $Ds$ সত্য হলে যুক্তিবচন দুটি সত্য হয়েও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়,

| $Bs$ | $Ds$ |
|---|---|
| F | T |

(2)

$$\begin{array}{l} (\exists x)\,(Bx \,.\, Ax) \\ Bc \\ \hline \therefore\ Ac \end{array}$$

$a,\ c,$

$$\begin{array}{l} (Ba \,.\, Aa)\ v\ (Bc \,.\, Ac) \\ Bc \\ \hline \therefore\ Ac \end{array}$$

| $Aa$ | $Ba$ | $Ac$ | $Bc$ |
|---|---|---|---|
| T | T | F | T |

(3)

$$\begin{array}{l} (x)\,(Ax \supset \sim Nx) \\ (x)\,(Nx \supset Sx) \\ \hline \therefore\ (x)\,(Ax \supset \sim Sx) \end{array}$$

$Nx \equiv x$ (হয়) আনারস

$a$

$$\begin{array}{l} Aa \supset \sim Na \\ Na \supset Sa \\ \hline \therefore\ Aa \supset \sim Sa \end{array}$$

| $Aa$ | $Na$ | $Sa$ |
|---|---|---|
| T | F | T |

(4)

$$\begin{array}{l} (x)\,(Rx \supset Mx) \\ (x)\,(Mx \supset Nx) \\ \hline \therefore\ (\exists x)\,(Nx \,.\, Rx) \end{array}$$

$a$

$$\begin{array}{l} Ra \supset Ma \\ Ma \supset Na \\ \hline Na \,.\, Ra \end{array}$$

| $Ma$ | $Na$ | $Ra$ |
|---|---|---|
| T | T | F |

(5) $(x)(Mx \supset \sim Dx)$
$(x)(Mx \supset Nx)$
———————————
$(\exists x)(Nx \,.\, \sim Dx)$

| $a$ |
|---|

$Ma \supset \sim Da$
$Ma \supset Na$
———————————
$Na \,.\, \sim Da$

| Da | Ma | Na |
|---|---|---|
| T | F | T |

(6) $(x)(Bx \supset Kx)$
$(x)(Bx \supset \sim Ix)$
———————————
$\therefore\ (x)(Ix \supset \sim Kx)$

| $a$ |
|---|

$Ba \supset Ka$
$Ba \supset \sim Ia$
———————————
$\therefore Ia \supset \sim Ka$

| Ia | Ba | Ka |
|---|---|---|
| T | F | T |

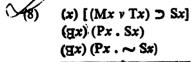
(7) $(x)(Cx \supset \sim Px)$
$(\exists x)(Ax \,.\, Px)$
———————————
$\therefore\ (x)(Cx \supset \sim Ax)$

| $a, b$ |
|---|

$(Ca \supset \sim Pa) \,.\, (Cb \supset \sim Pb)$
$(Aa \,.\, Pa) \vee (Ab \,.\, Pb)$
———————————
$\therefore\ (Ca \supset \sim Aa) \,.\, (Cb \supset \sim Ab)$

| Aa | Ab | Ca | Cb | Pa | Pb |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | F | T |

(8) $(x)[(Mx \vee Tx) \supset Sx]$
$(\exists x)(Px \,.\, Sx)$
$(\exists x)(Px \,.\, \sim Sx)$
———————————
$\therefore\ (x)(Mx \supset Px)$

| $a, b, c$ |
|---|

$[(Ma \vee Ta) \supset Sa] . [(Mb \vee Tb) \supset Sb] . [(Mc \vee Tc) \supset Sc]$
$(Pa . Sa) \vee (Pb . Sb) \vee (Pc . Sc)$
$(Pa . \sim Sa) \vee (Pb . \sim Sb) \vee (Pc . \sim Sc)$

$\therefore (Ma \supset Pa) . (Mb \supset Pb) . (Mc \supset Pc)$

| Ma | Mb | Mc | Pa | Pb | Pc | Sa | Sb | Sc | Ta | Tb | Tc |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | T | T | T | T | F | F | T | T | F | T | T |

(9) $(x)(Mx \supset Dx)$
$(x)(Mx \supset Px)$

$\therefore (\exists x)(Px . Dx)$

| a |

$Ma \supset Da$
$Ma \supset Pa$

$\therefore Pa . Da$

| | Ma | Da | Pa |
|---|---|---|---|
| | F | F | T |
| বা | F | T | F |

# গ্রন্থপঞ্জী


প্রারম্ভিক পাঠের জন্য :

(1) Copi, Irving—*An Introduction to Logic*, Fourth Edition, 1972.

বিশেষ পাঠের জন্য :

(1) Ambrose and Lazerowitz—*Fundamentals of Symbolic Logic*, Holt, Rinehart and Winston, Chs. I-VII, IX.

(2) Peter Alexander—*An Introduction to Logic*, Unwin University Books, 1969, Chs. I-IV.

(3) Copi, Irving—*Symbolic Logic*, Fourth Edition, The Macmillan Company, New York, 1973, Chs. I-III, Ch. IV—Sec. 1-3.

(4) Hughes and Londey—*The Elements of Formal Logic*, B. I. Publications, Pt. I.

(5) Quine, W. V. O.—*Elementary Logic*, Revised Edition, 1965.

(6) Quine, W. V. O.—*Methods of Logic*, Routledge and Kegan Paul, 1970, Pts. I and II.

(7) Reichenbach, Hans.—*Elements of Symbolic Logic*, The Macmillan Company, New York, Chs. I-III.

(8) Strawson, P. F.—*Introduction to Logical Theory*, Methuen and Co. Ltd., 1971, Chs. I-III, V-VI.

(9) Pattrick Suppes—*Introduction to Logic*, Affiliated East-West Press Pvt. Ltd., 1969, Chs. I-IV.

প্রাচীন ন্যায় সম্বন্ধে সবিশেষ আলোচনার জন্য নিম্নোক্ত গ্রন্থ উপযোগী :

(1) Joseph, H. W. B.—*An Introduction to Logic*, Oxford, 1970.

প্রাচীন ন্যায় থেকে নব্যন্যায়ে পরিবৃত্তি সম্বন্ধে আলোকপাতের জন্য নিম্নলিখিত গ্রন্থ বিশেষ উপযোগী :

(1) Stebbing, L. S.—*A Modern Elementary Logic*, Methuen and Co., 1969.

(2) Stebbing, L. S.—*A Modern Introduction to Logic.*

(3) Cohen and Nagel—*An Introduction to Logic and Scientific Method*, Routledge and Kegan Paul, 966.

(4) Lukasiewicz, J.—*Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford, 1957.

# পরিভাষা

অঙ্গীকার—Assumtion
অধিন্যায়—Meta-Logic
অনস্বীকার্যতা—Necessity
অনির্দিষ্টমান—Contingent
অনুগ—Consequent
অনুধারণ ( করা )—(to)Imply
অনুধার্য—Implicate
অনুমান—Inference
অন্যোন্য বাস্তব
প্রাকল্পিক ( বচন )—Biconditional
অপনয়ন—Elimination
অপেক্ষক—Function
নিষেধক— —Negative—
প্রাকল্পিক— —Implicative—
বৈকল্পিক— —Disjunctive—
সংযৌগিক— —Conjunctive—
অবরোহ—Deduction, Deductive
অবরোহণ—Deduction
স্বাভাবিক— —Natural—
অবস্থান বিনিময়—Commutation
অবিসংবাদী—Non-exclusive
অবৈধ—Invalid
—তা— —ity
অভিজ্ঞতা-নিরপেক্ষ—A priori
অভিজ্ঞতাসাপেক্ষ—Empirical, Contingent

আকার—Form
—গত— —al
—গত সত্যতা— —al Truth, a priori Truth
—গত মিথ্যাত্ব— —al Falsity, a priori falsity
বিশেষ— —Specific—
আত্মীকরণ—Absorption
উক্ত ভাষণ—Tautology
উক্তি—Statement
উপাত্ত—Datum, Data

কূটাভাস—Paradox
কূট ন্যায়—Dilemma

গ্রাহকপ্রতীক—Variable
গুণনাম— —Predicate—
বচন— —Propositional—
বদ্ধ— —Bound—
ব্যক্তিনাম— —Individual—
মুক্ত— —Free—

ঘোষণা—Assertion

তত্ত্বীয়—Pure
তর্ক—Indirect Proof

দ্বিনিষেধ—Double Negation
দ্বিযোজী—Diadic
দৃষ্টান্ত—Substitution Instance
—ন্যায়— —of an argument form
—বচন— —of a statement form, —of a propositional function

ধার্যমান—Implicans
ধ্রুবক—Constant
গুণ— —Predicate—
ন্যায়— —Logical—
ব্যক্তি— —Individual—

নিদর্শন—Instantiation
সত্তা— —Existential—
সার্বিক— —Universal—
নিঃসৃত হওয়া, ন্যায়তঃ—(to) Follow, logically, formally
নির্গমন—Exportation
নিষেধ(ক)—Negation, Negative
ন্যায়—Argument, Syllogism
প্রাকল্পিক— —Hypothetical—
বৈকল্পিক— —Disjunctive—
ন্যায়বচন—Argument proposition
ন্যায়শাস্ত্র, ন্যায়—Logic
ন্যায়াকার—Argument form

পক্ষান্তর—Transposition
পরিধি (সংযোজকের) Scope
পরোক্ষ প্রমাণ—Indirect proof
পূর্বগ—Antecedent
প্রতিষঙ্গী—Corresponding
প্রতিস্থাপন—Substitution, Replacement
প্রতীক—Symbol
ব্যক্তি— —Individual—
প্রতীকী—Symbolic
—করণ—Symbolization
প্রভাব (সংযোজকের)—Scope
প্রমাণবাধিতার্থপ্রসঙ্গ—Reductio ad absurdum
প্রযুক্তিকৌশল—Technique
প্রাকল্পিক প্রমাণ—Conditional proof

বক্তব্য—Statement
বচন—Proposition
উপাদান— —Component—
নিষেধক— —Negative—
প্রাকল্পিক— —Hypothetical, Conditional, Implicative—
বিশিষ্ট— —Singular—
বিশেষ— —Particular—
বৈকল্পিক— —Disjunctive, Alternative—
যৌগিক— —Compound—
সরল— —Simple—
সামান্য— —General—
সার্বিক— —Universal—
সংযৌগিক— —Conjunctive—

বচনাকার—Statement form, Form of a (Compound) proposition
বচনাপেক্ষক—Propositional function
বণ্টন—Distribution
বন্ধনী—Brackets
লঘু— —Parentheses
বলয় ( ধনুঃ )— —Braces
গুরু— —Brackets
বর্ণ—Letter
বাক্য—Sentence
বাচনিক—Propositional
—অপেক্ষক— —Function
—ন্যায় ( শাস্ত্র )— —Logic
—সূত্র— —Schema
বাস্তব প্রকল্পন—Material implication
বিকল্প—Disjunct
—যোজন—Addition
বিধেয় ন্যায়—Predicate Logic
বিমূর্ত—Abstract
বিরোধিতা—Opposition
অধীন বিপরীত— —Sub-Contrary—
অধীন বিরোধী— —Sub-altern—
বিপরীত— —Contrary—
বিরুদ্ধ— —Contradictory—
বিশিষ্ট—Particular
বিসংবাদী—Exclusive
বৈধ—Valid
বৈধতা—Validity
ব্যবহারিক—Empirical

মাপক—Quantifier
সত্তা— —Existential—
সার্বিক— —Universal—
—পরিবর্তন— —Exchange
—বদ্ধ—Quantified
—বদ্ধকরণ—Quantification
মাধ্যমানুমান—Syllogism
মান—Value
—বিশ্লেষণ—Truth-value analysis
—শর্ত—Truth-Condition
মিথ্যা—False
মিথ্যাত্ব—Falsity
মৌলিক—Elementary

যুক্তি—Reason, argument
—বচন—Premise

সঙ্গান্তর—Association
সত্য—True
—তা—Truth
সত্যসারণী—Truth-table
সত্যাপেক্ষ—Truth-functional
—সংযোজক— —Connective
—যৌগিক বচন— —(ly) Compound proposition
সত্যাপেক্ষক—Truth-function
সত্যার্থী—Truth-candidate

সমমান—Equivalent
বাস্তব— —Materially—
ন্যায়তঃ— —Logically—
সরলীকরণ—Simplification
সাধনী—Tool
সামান্য—General
সামান্যীকরণ—Generalization
সত্তা— —Existential—
সার্বিক— —Universal—
সামান্যীকৃত—Generalized
সিদ্ধান্ত—Conclusion
সূত্র—Schema
সংযোগী—Conjunct
সংযোজক—Connective
সংযৌগিক—Conjunctive
সংস্থাপন—Substitution, Replacement
সংস্থাপিত ন্যায়—Substitution instance of an argument form.
সংস্থাপিত বচন—Substitution instance of a statement form.
স্বজ্ঞামূলক—Intuitive
স্বতোমিথ্যা—Contradictory
—ত্ব—Contradiction
স্বতঃসত্য—Tautologous, Necessarily true
—প্রকল্পন—Tautologous implication
স্ববিরোধ—Contradiction
স্ববিরোধী—Contradictory
স্বীকার্য—Postulate, Axiom
—মূলক—Axiomatic

# অনুক্রমণী


অঙ্গীকার 111, 118-
অথবা 40
অধিকন্তু 36
অনির্দিষ্টমান ( বচন, সূত্র ) 64-
অনুগ 52-
অনুগনিষেধভিত্তিক পূর্বগনিষেধ 56, 81, 102
অনুধারণ 52
অনুধায 52
অনুমান 1-
অনুমানবিধি 87-, 102, 105
  মাণকনিয়ামক—154-
অন্যোন্যবাস্তবপ্রাকল্পিক বচন 72-
অপনয়ন 108
অপেক্ষক 30-, 62
  নিষেধক—45-
  প্রাকল্পিক—51-
  বৈকল্পিক—40
  সমমান—71
  সংযৌগিক—33
অবরোহ 13, 18
অবরোহণ 13
  স্বাভাবিক—97-
অবস্থানবিনিময় 105
অবৈধতা 6-
  বাচনিক ন্যায়ের—প্রমাণ 122-
  'ণকবদ্ধ বচনগঠিত ন্যায়ের—প্রমাণ 165-

আকার 9-
  —গত 8-
  — —সত্যতা 6
  — —মিথ্যাত্ব 6
  বিশেষ—63
আত্মীকরণ 103
আর 32-

উক্তভাষণ 105
উক্তি 3
উদ্দেশ্যপদ 128-

ও 33

এবং 28, 33-
এরিষ্টট্‌ল্‌ (Aristotle) 26

কিংবা 40
কিন্তু 23, 36
কূটন্যায় 102
কেবল যদি 59-
কেরল, লুই (Lewis Caroll) 2

গ্রাহকপ্রতীক 32-
  গুণনাম—141-
  বচন—33
  ব্যক্তিনাম—131-

ডি মরগ্যানের উপপাদ্য 75

তথাপি 36
তবুও 36
তর্ক 113-

দ্বিনিষেধ 73-, 105
দৃষ্টান্ত ন্যায় 78
দৃষ্টান্তবচন
  বচনাকারের 63
  বচনাপেক্ষকের 133

ধার্যমান 52
ধ্রুবক
  গুণ—129-
  ন্যায়—32
  ব্যক্তি—129-

নতুবা 40
নয়ত 40
না 45-
না হয় 40
নিঃসৃত হওয়া, ন্যায়তঃ 8-, 13
নিদর্শন
  সত্তা—160-
  সার্বিক—155-
নির্গমন 105
নিষেধ 45
নীল, উইলিয়ম ও মার্থা (Kneale, William and Martha) 27
ন্যায় 1-
  প্রাকল্পিক—83
  বৈকল্পিক—82
ন্যায়বচন 84-
ন্যায়শাস্ত্র, ন্যায় 13-, 21
  —আদর্শনিষ্ঠ বিজ্ঞান 20
  —নিয়ামক বিজ্ঞান 20-
  —বিমূর্ত বিজ্ঞান 13-
  —এর সংজ্ঞা 13-, 18-
  —ও মনোবিদ্যা 21-
  প্রতীকী—22-
  বাচনিক—26-
ন্যায়াকার 12-, 76-

পক্ষান্তর 105
পক্ষান্তরে 40
পরোক্ষ প্রমাণ 113-
পূর্বগ 52-
পূর্বগ স্বাকারভিত্তিক অনুগ স্বীকার 56, 80, 102
প্রতিস্থাপন বিধি 104
প্রতীক (বর্ণ) 22-, 36, 42, 46
  ব্যক্তি—156
প্রতীকীকরণ
  বিশিষ্ট বচনের—128-
  সামান্য বচনের—134-
প্রভাব (পরিধি)
  সংযোজকের 47-
  মাণকের 144
প্রমাণ গঠনের সঙ্কেত 100, 108
প্রমাণবাধিতার্থপ্রসঙ্গ 113
প্রাকল্পিক ন্যায় 102
প্রাকল্পিক প্রমাণবিধি 110
  —এর নবরূপ 117-

বক্তব্য 3-

বচন 3-, 28-
A, E, I, O—
নব্যন্যায়সম্মত ব্যাখ্যা 146
উপাদান—28-
জটিলতর সামান্য—153-
নিষেধক—45-
প্রাকল্পিক—11, 52, 51-
বিশিষ্ট—128
বিশেষ—135
বিশেষ নঞর্থক—143
বিশেষ সদর্থক—143
বৈকল্পিক—11, 12, 40-
যৌগিক—27-
সমমান—71-
সরল—28-
সামান্য—135
সার্বিক 134
সার্বিক নঞর্থক—143
সার্বিক সদর্থক—143
সংযৌগিক—34-
বচন কাঠামো 131-, 141
বচনবর্ণের ব্যবহাররীতি 64
বচনবিরোধিতা—139-, 149
বচনাকার 34, 36, 37, 43, 44, 62-
বচনাপেক্ষক—132-, 145
বণ্টন 105
বন্ধনী 47-
বর্ণপ্রতীক 11-, 14, 16, 32-
বা 28, 40, 52
বাক্য 3-
বাস্তব প্রকল্পন 58, 105
—এর কূটাভাস 95-, 115
বাস্তব সমমানতা 105
বিকল্প 40-
অবিসংবাদী—42-
বিসংবাদী—42-
—যোজন 103
—নিষেধ 105
বিধেয়পদ 128-
বিমূর্তন 11-, 14-
বিরোধ চতুষ্কোণ 142, 151
বৈকল্পিক ন্যায় 102
বৈধতা 5-, 12-, 78-
ব্যক্তিনাম 33, 128-
ব্যবহারিক সত্যতা 64-

মাণক 133
সত্তা—136-
সার্বিক—135-
—পরিবর্তন 136-
—বদ্ধকরণ 135-
মাধ্যমানুমান 126-
মান (বচনের) 29-
—বিশ্লেষণ 37
—শর্ত 37
— —নিবেশন 37-
মান (গ্রাহকপ্রতীকের) 32
মিথ্যাত্ব 6
মৌলিক বৈধ ন্যায় 101
— —ন্যায়াকার 101

যদি ও কেবল যদি 72
যদিও 36
যদি...তবে... 51-

যদি না 41
যুক্তিবচন 1-
যে 29-

রাইল, গিলবার্ট
(Ryle, Gilbert) 131
রাসেল, বার্ট্রাণ্ড
(Russell, Bertrand) 15-
রীম্যান (Riemann) 8

সঙ্গান্তর 105
সত্যতা 5-
সত্যসারণী 37-
—নির্মাণপদ্ধতি 39-, 44
নিষেধক অপেক্ষকের—46
ন্যায়তঃ সমমান সূত্রের—73-
প্রাকল্পিক অপেক্ষকের—54-
বৈকল্পিক অপেক্ষকের—44
সংযৌগিক অপেক্ষকের—38
স্বতঃসত্য সূত্রের—66
স্বতোমিথ্যা সূত্রের—67
সত্যাপেক্ষ সংযোজক
30, 33-, 40-, 46-, 51-
—যৌগিক বচন 30
সত্যাপেক্ষক 30
সমমান সূত্র 71-, 105
বাস্তব—72
ন্যায়তঃ—73-
সরলীকরণ 103
সামান্যীকরণ
সত্তা—159-
সার্বিক—157-
সূত্র 62-
জটিল—এর মান নির্ণয় 68
সংক্ষিপ্ত সত্যসারণীকৌশল 89-
সংযোগ নিষেধ 105
সংযোগী 34
সংযোজক 23, 28-, 30
—প্রতীক 32
—এর পরিধি 48-
ঐকিক—46
দ্বিযোজী—46
মূল—49
সংযোজন 103
সংস্থাপন 32, 62-, 99, 104
সংস্থাপিত বচন 63
—ন্যায় 78
স্টোয়িক (Stoics) 24
স্বতোমিথ্যা (বচন, সূত্র) 64-
স্বতঃসত্য (বচন, সূত্র) 64
—প্রকল্পন 84
—বচনের প্রমাণ 117
হোয়াইটহেড্
(Whitehead) 24

# শুদ্ধিপত্র

| পৃষ্ঠা | লাইন | আছে | হবে |
|---|---|---|---|
| 8 | 16 | সংখ্যার | রেখার |
| 10 | 14 | দেবযাণী | দেবযানী |
| 30 | 8 | মিথ্যা-যোগ্যতাই | মিথ্যাযোগ্যতা |
| 37 | 20 | হজভাবে | সহজভাবে |
| 42 | পাদটীকা | শব্বের | শব্দের |
| 63 | 2 | *p*, | *p*. |
| 67 | 17 | স্ত | স্তম্ভ |
| 69 | 9 | $(p, q) \vee r$ | $(p . q) \vee r$ |
| 81 | 20 | আমার | আমরা |
| 93 | 22 | $\subset$ | $\supset$ |
| 97 | শেষ | ভিতিস্বরূপ | ভিত্তিস্বরূপ |
| 102 | 8 | সে | যে |
| 105 | 14 | বষ্টন | বণ্টন |
| 113 | 17 | ূতন | নূতন |
| 116 | 19 | $q \vee (q—r)$ | $q \vee (q \supset r)$ |
| 118 | 29 | 8, 12, M.T. | 4, 12, M.T. |
| 128 | 2, 7 | 1·1 | 5·1 |
| 139 | 13 | $(x)$ | $(x)$.... |
| 139 | 14 | $(\exists x)$ | $(\exists x)$.... |
| 141 | 21 | $x\phi$ | $\phi x$ |
| 162 | 25 | 1, EI | 2, EI |
| 181 | 28, 29 | কাঁচা | কাচা |
| 204 | 2 | 3 | 1 |
| 205 | শেষ | ছয় | হয় |
| 230 | 15 | M. P. | M. T. |
| 233 | 37 | $\subset$ | $\supset$ |
| 240 | 22 | Hy My | Hy. My |
| 240 | 32 | 8, Simp, | 4, Simp. |